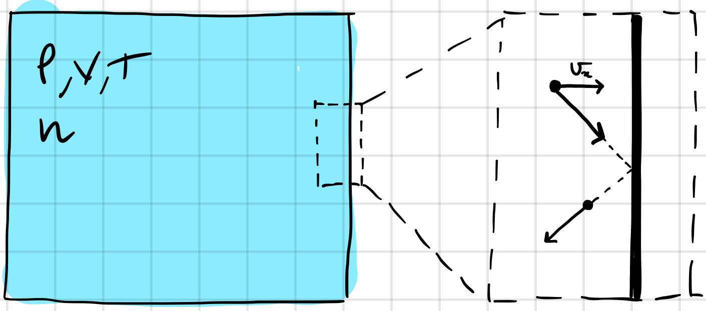
LEZIONE 12/01/2022

INTERPRETAZIONE MICROSCOPICA DELLA PRESSIONE E DELLA TEMPERATURA DI UN GAS



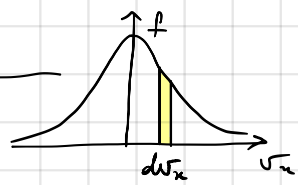
URTO ELASTICO CON LA PARETE

$\Delta p = 2mv_x$ QUANTITÀ DI MOTO (Q.D.M.) TRASFERITA ALLA PARETE DA UNA PARTICELLA CHE URTA CON COMPONENTE NORMALE DELLA VELOCITÀ v_x

LA FORZA ESERCITATA SU UN'AREA A DELLA PARETE

$$F = \frac{\Delta \Pi}{\Delta t}$$

$\Delta\Pi$ → QDM TRASFERITA ALLA PARETE DA TUTTI GLI URTI IN UN INTERVALLO DI TEMPO Δt



$$\Delta\Pi = \int_0^{\infty} \underbrace{2mv_x}_{\Delta p} \underbrace{\frac{Sv_x\Delta t}{V}} \underbrace{N f(v_x)\, dv_x}$$

↳ NUMERO DI PARTICELLE CON VELOCITÀ COMPRESA TRA v_x E $v_x + dv_x$

↳ FRAZIONE DI PARTICELLE CHE URTANO CON LA SUPERFICIE S IN UN TEMPO Δt

$$\Delta\Pi = \frac{2mS\Delta t N}{V} \int_0^{\infty} v_x^2 f(v_x)\, dv_x = \frac{NS\Delta t}{V} m \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 f(v_x)\, dv_x =$$

$$= \frac{NS\Delta t}{V} m \langle v_x^2 \rangle$$

$$P = \frac{F}{S} = \frac{\Delta\Pi}{\Delta t S} = \frac{N}{V} m \langle v_x^2 \rangle \longrightarrow$$

DALLA MECC. STAT. DEL GAS IDEALE

$$PV = N m \langle v_x^2 \rangle = n N_A m \langle v_x^2 \rangle$$

DALLA TERMODINAMICA DEL GAS IDEALE

$$PV = nRT$$

$$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

↳ R/N_A

$$k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8.31 \quad J}{6\ 10^{23}\ \cancel{mol}^{-1}\ K\ \cancel{mol}} = 1.38\ 10^{-23}\ J/K$$

COSTANTE DI BOLTZMANN

$$\langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle + \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle + \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

ENERGIA CINETICA (TRASLAZIONALE) MEDIA DI UNA PARTICELLA

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3 k_B T}{m} = \frac{3RT}{M}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$ = VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA

N_2 A T AMBIENTE

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3\ 8\ J\ 300\ \cancel{K}}{\cancel{K}\ 28\ 10^{-3}\ kg}} \sim 500\ m/s$$

He A 100 nK (CONDENSATI BOSE EINSTEIN)

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot \cancel{8}^{2}\ J\ 10^{-\cancel{7}\,4}\ \cancel{K}}{\cancel{K}\ \cancel{4}\ \cancel{10^{-3}}}} \sim cm/s$$

PER n MOLI DI GAS MONATOMICO

$$K = n N_A \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = n \frac{3}{2} k_B N_A T = n \frac{3}{2} RT = U$$ (ENERGIA INTERNA È SOLO CINETICA)

$$c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{3}{2} R$$

IN MECC. STAT.

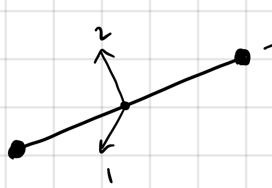
$$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$ È UN CASO PARTICOLARE DELLA LEGGE GENERALE DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA

IN UNO STATO DI EQUILIBRIO ALLA TEMPERATURA T OGNI GRADO DI LIBERTÀ CHE APPARE QUADRATICAMENTE NELL'ESPRESSIONE DELL'ENERGIA INTERNA CONTRIBUISCE A U CON UN'ENERGIA MEDIA $\frac{1}{2} k_B T$

E QUINDI A c_v CON $\frac{d}{dT}\left(N_A \cdot \frac{1}{2} k_B T \right) = \frac{R}{2}$

ES. GAS BIATOMICO

ASSUMIAMO ATOMI PUNTIFORMI ALTRIMENTI $+\frac{I_3\omega_3^2}{2}$



$$K = \underset{1}{\frac{1}{2} m v_x^2} + \underset{2}{\frac{1}{2} m v_y^2} + \underset{3}{\frac{1}{2} m v_z^2} + \underset{4}{\frac{1}{2} I_1 \omega_1^2} + \underset{5}{\frac{1}{2} I_2 \omega_2^2}$$

$$C_V = \frac{5}{2} R$$

ES. SOLIDI OSCILLATORE ARMONICO $K = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} \omega_x^2 x^2$

N ATOMI 6N GRADI DI LIBERTÀ 3N CINETICI 3N POTENZIALI

$$C_V = \frac{6}{2} R = 3R = 6 \frac{cal}{mol\,K}$$ ← LEGGE DULONG & PETIT

INTERPRETAZIONE MICROSCOPICA DELL'ENTROPIA

TRANSIZIONI DI FASE

$$\lambda = T(S_2 - S_1)$$

↑ CALORE LATENTE PASSAGGIO FASE $1 \to 2$

$\lambda > 0 \Rightarrow S_2 > S_1$

$S_{gas} > S_{liq}$

$S_{liq} > S_{sol}$

ESPANSIONE LIBERA

$\Delta U = 0 \quad \Delta S > 0$

A LIVELLO MICROSCOPICO LE MOLECOLE HANNO A DISPOSIZIONE UN VOLUME MAGGIORE

$\Rightarrow$ **ENTROPIA È MAGGIORE NEGLI STATI MICROSCOPICAMENTE PIÙ "DISORDINATI"** O MEGLIO NEGLI STATI MACROSCOPICI A CUI CORRISPONDONO UN NUMERO MAGGIORE DI STATI MICROSCOPICI

BOLTZMANN: $S(U,V) = S(W(U,V))$

$W(U,V)$ NUMERO DI REALIZZAZIONI MICROSCOPICHE COMPATIBILI CON L'OSSERVAZIONI DI VARIABILI MACROSCOPICHE U, V

SISTEMA COMPOSTO DA 2 SOTTOSISTEMI 1, 2

$$W = W_1 \cdot W_2$$

$$\underbrace{S(W)}_{\text{SISTEMA TOTALE}} = S(W_1) + S(W_2) \Rightarrow S = c \log W$$

NELL'ESPANSIONE LIBERA DI UN GAS IDEALE

$V \to 2V \qquad \Delta S = nR \log 2$

ω_0 = NUMERO DI CONFIGURAZIONI MICROSCOPICHE DI UNA PARTICELLA DI GAS A VOLUME V

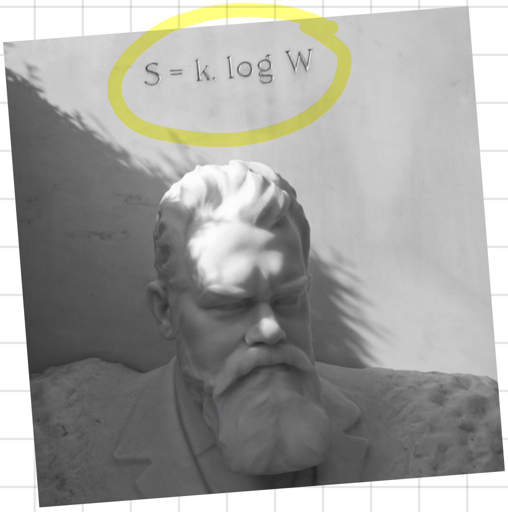
$$\left.\begin{aligned} W_i &= \omega_0^N \\ W_f &= \omega_0^N 2^N \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta S = c \log W_f - c \log W_i =$$

$$= c \log \frac{W_f}{W_i} = c \log \frac{2^N \cancel{\omega_0^N}}{\cancel{\omega_0^N}} =$$

$$= cN \log 2$$

$$CN = nR \qquad C = \frac{nR}{N} = \frac{R}{N_A} = k_B = 1.38\ 10^{-23}\ \frac{J}{K}$$

COSTANTE DI BOLTZMANN

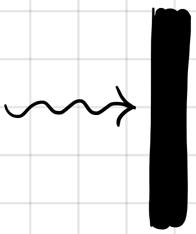


II PRINCIPIO $\longleftrightarrow$ COMPARSA ED EVOLUZIONE DELLA VITA SULLA TERRA

$\Delta S \geq 0$ $\qquad\qquad$ $\Delta S \leq 0$

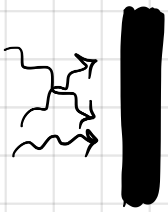
CONTRADDIZIONE ?

ENTROPIA DELLA RADIAZIONE



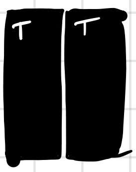
$P = u = \frac{U}{V}$ DENSITÀ DI ENERGIA E.M.

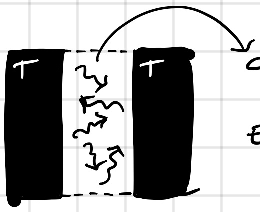
↳ PRESSIONE ESERCITATA DA UN'ONDA CHE INCIDE NORMALMENTE SU UN CORPO NERO



NEL CASO DI RADIAZIONE TERMICA (ISOTROPA)

MEDIANDO SU TUTTE LE DIREZIONI INCIDENTI $P = \frac{u(T)}{3}$





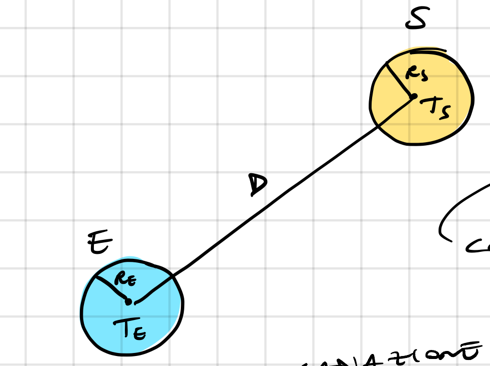
CAMPO DI RADIAZIONE CON ENERGIA $U = u(T)V$

E ENTROPIA $S(U,T)$

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV = \frac{dU}{T} + \frac{u\,dV}{3T} = \frac{dU}{T} + \frac{dU}{3T} = \frac{4}{3}\frac{dU}{T}$$

$$S = \int_0^U \frac{4}{3}\frac{dU}{T} = \frac{4}{3}\frac{U}{T}$$

$\rightarrow$ L'ENTROPIA DI RADIAZIONE TERMICA DI ENERGIA U DIMINUISCE ALL'AUMENTARE DELLA TEMPERATURA



$$T_S = 6000\ K \qquad T_E = 300\ K$$

$$\Delta t = 4\ 10^9\ y = 4\ 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 1.3\ 10^{17}\ s$$

COMPARSA DELLA VITA SULLA TERRA

POTENZA RADIAZIONE SOLARE INCIDENTE SULLA TERRA

$$P = \frac{\sigma T_S^4 \cancel{4\pi} R_S^2}{\cancel{4\pi} D^2} \pi R_E^2 = \pi \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 R_E^2 \sim$$

$$\sim 3 \cdot 5.67\ 10^{-8} \frac{W}{\cancel{m^2} \cancel{K^4}} (6\ 10^3)^4 \cancel{K^4} (5\ 10^{-3})^2 (6\ 10^6)^2 \cancel{m^2} \sim 2\ 10^{17}\ W$$

ENERGIA TOTALE DELLA RADIAZIONE RICEVUTA DAL SOLE IN Δt

$$U = P \Delta t \sim 10^{34}\ J$$

VARIAZIONE DI ENTROPIA DELLA RADIAZIONE RIEMESSA DALLA TERRA

$$\Delta S_{rad} = \frac{4}{3}\frac{U}{T_E} - \frac{4}{3}\frac{U}{T_S} = \frac{4}{3} U \left(\frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_S}\right) \sim \frac{10^{34}\ J}{10^2\ K} \sim 10^{32} \frac{J}{K}$$

$$\text{BIOMASSA} \sim 10^{15}\ kg = 10^{18}\ g$$

$$N = \frac{10^{18}\ \cancel{g}\ N_A}{10\ \cancel{g}} \sim 10^{17}\ 10^{23} = 10^{40}\ \text{ATOMI}$$

$$\Delta S_{EVOL} = S_{LIFE} - S_{DEATH} = ?$$

PROVIAMO A FARE UNA STIMA ESAGERATAMENTE GRANDE

$$W_{LIFE} = 1 \qquad W_{DEATH} = N!$$

$$S_{LIFE} - S_{DEATH} = k_B \log \frac{W_{LIFE}}{W_{DEATH}} = k_B \log \frac{1}{N!} \approx -k_B N \log N =$$

$$= -k_B N (40 \log 10) \sim -80\ k_B N \sim -10^{10} \frac{J}{K}$$

$$\left| S_{LIFE} - S_{DEATH} \right| < 10^{19}\ J/K \ll \Delta S_{RAD} \sim 10^{32}\ J/K$$

$$\Downarrow$$

$$|\Delta S_{EVOL}| << \Delta S_{RAD} \Rightarrow \Delta S_{RAD} + \Delta S_{EVOL} >> 0$$

$$\frac{|\Delta S_{RAD}|}{|\Delta S_{LIFE}|} > \frac{10^{32}}{10^{19}} = 10^{13}$$

PER COMPENSARE LA DIMINUZIONE DI ENTROPIA ASSOCIATA ALLA COMPARSA DELLA VITA BASTA IRRAGGIAMENTO SOLARE PER UN TEMPO MINORE DI

$10^{-13}\,\Delta t = 10^{-13}\ 10^{17}\ s = 10^{4}\ s$ = UN PAIO D'ORE! ....