LEZIONE 13 16/11/2020

SCRITTO 17/02/14

1

Esercizio 1

Un gas perfetto biatomico è contenuto in un recipiente cilindrico chiuso, con pareti opportunamente isolate e separato mediante un pistone da un vano superiore in cui è fatto il vuoto (dunque solo il peso del pistone è responsabile dell'equilibrio meccanico). Al gas si fa eseguire una trasformazione ciclica *ABCA* in tre modalità diverse, a parità di stati *A*, *B* e *C*.

1. Trasformazioni reversibili: isocora *AB* fino a raddoppiare la pressione, isoterma *BC* fino a ripristinare la pressione iniziale, isobara *CA*.

2. Trasformazioni reversibili: come nel ciclo precedente, ma con BC rappresentata da un tratto di retta.

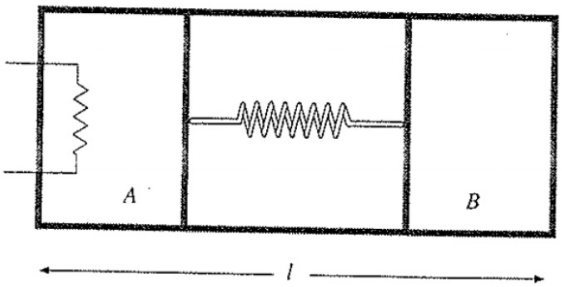
3. Trasformazioni irreversibili: *AB* ottenuta ponendo il gas direttamente a contatto con una sorgente a temperatura T_B e aggiungendo un'opportuna massa sul pistone di chiusura (in modo che il volume si mantenga costante), *BC* ottenuta togliendo la massa aggiunta precedentemente e lasciando in contatto il gas con la sorgente a temperatura T_B, *CA* rimettendo il gas in contatto con la sorgente a temperatura T_A.

a. Calcolare i parametri di stato di *A*, *B*, *C* ;
b. disegnare i tre cicli nel piano *(P,V)*;
c. determinare i calori scambiati e il lavoro compiuto in ogni trasformazione per i tre cicli;
d. determinare il rendimento dei tre cicli.
e. ~~Infine, nel caso irreversibile, determinare la variazione di entropia dell'universo nell'intero ciclo.~~

($T_A = 32.0$ °C ; $V_A = 12.5$ *l* ; $Q_{CA} = -1775$ *J*)

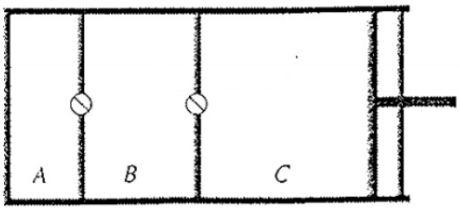
2

85. Un cilindro adiabatico lungo $l = 1.8$ m e di sezione $S = 10^{-2}$ m² è diviso in tre parti da due setti adiabatici mobili collegati da una molla di costante elastica $k = 5 \cdot 10^3$ N/m e lunghezza a riposo $l_0 = 0.5$ m. Sia in *A* che in *B* ci sono $n = 0.2$ moli di gas ideale biatomico a temperatura T_0 e pressione p_0 ; la lunghezza della molla è $l_m = 0.4$ m. Nella zona centrale dove c'è la molla non c'è gas. Calcolare i valori di T_0 e p_0 .
Si riscalda elettricamente il gas in *A* molto lentamente finché la lunghezza della molla diventa $l'_m = 0.3$ m. Calcolare il volume e la temperatura del gas in *A* e in *B* e il calore ceduto al gas.



3

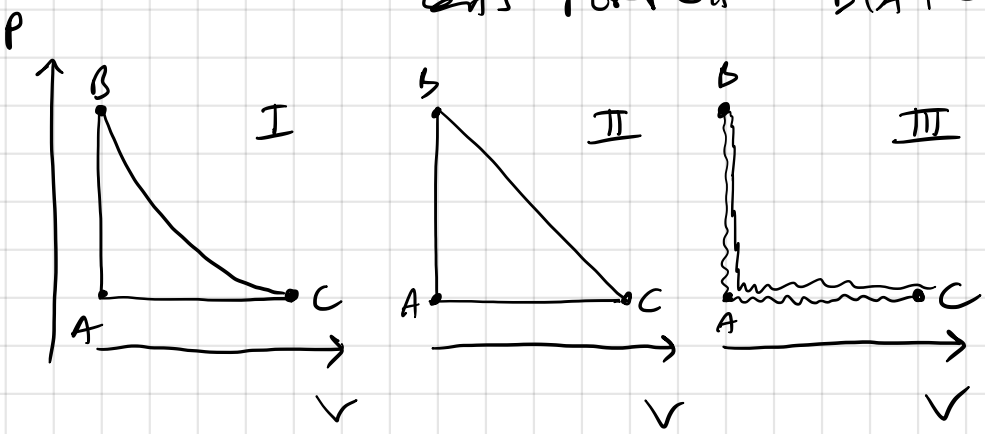
95. Un cilindro è diviso in tre comparti *A*, *B*, *C* di volumi rispettivamente $10 \cdot 10^{-3}$ m³, $15 \cdot 10^{-3}$ m³, $20 \cdot 10^{-3}$ m³. Inizialmente una mole di gas ideale biatomico si trova nei comparti *B* e *C*, collegati da un rubinetto tenuto aperto, alla



pressione $p = 2$ bar. Il comparto *A*, che comunica con *B* tramite un rubinetto inizialmente chiuso, è vuoto. Il gas viene compresso reversibilmente in *B* a pressione costante, dopo di che si chiude il rubinetto tra *B* e *C* e si apre quello tra *A* e *B*, lasciando espandere il gas. A causa del non perfetto isolamento termico il gas si porta infine alla temperatura $T_0 = 300$ K dell'ambiente. Calcolare il calore scambiato in totale, la variazione di energia interna del gas, ~~la variazione di entropia dell'universo~~.

1

GAS PERFECTO DIATOMICO



$T_A = 32.0\ °C$

$V_A = 12.5\ \ell$

$Q_{CA} = -1{,}77\ kJ$

	P (kPa)	V (ℓ)	T (K)
A	40.6	12.5	305
B	81.1 $2P_A$	12.5 V_A	610 $2T_A$
C	40.6 P_A	25	610 T_B

$P_B = 2P_A \qquad P_C = P_A \qquad T_C = T_B$

$$V_B = V_A \Rightarrow \frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B}{P_A} = 2$$

$$Q_{CA} = n\underbrace{C_p}_{\frac{7}{2}R}(T_A - T_C) \rightarrow n = \frac{2Q_{CA}}{7R(T_A - T_C)} = -\frac{2Q_{CA}}{7RT_A} = 0.2\ mol$$

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 40.6\ kPa$$

$$V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = \frac{2nRT_B}{\cancel{P_A}\ P_B} = 2V_B$$

I)

$Q_{AB} = nC_v(T_B - T_A)$

$L_{AB} = 0$

$\Delta U_{BC} = 0 \quad Q_{BC} = L_{BC}$

$L_{BC} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 0.703 \text{ kJ}$

$Q_{CA} = nC_p(T_A - T_C)$

$L_{CA} = P_A(V_A - V_C)$

II)

AREA TRAPEZIO

$$L_{BC} = \frac{\overbrace{(V_C - V_B)}^{V_C/2}\overbrace{(P_B + P_C)}^{3P_C}}{2} =$$

$$= \frac{3P_C V_C}{4} = \frac{3}{4} nRT_C$$

$Q_{BC} = \cancel{\Delta U_{BC}} + L_{BC}$

I	Q(kJ)	L(kJ)
A→B	1.268	0
B→C	0.703	0.703
C→A	-1.775	-0.507

II	Q(kJ)	L(kJ)
A→B	1.268	0
B→C	0.761	0.761
C→A	-1.775	-0.507

III	Q(kJ)	L(kJ)
A→B	1.268	0
B→C	0.507	0.507
C→A	-1.775	-0.507

III

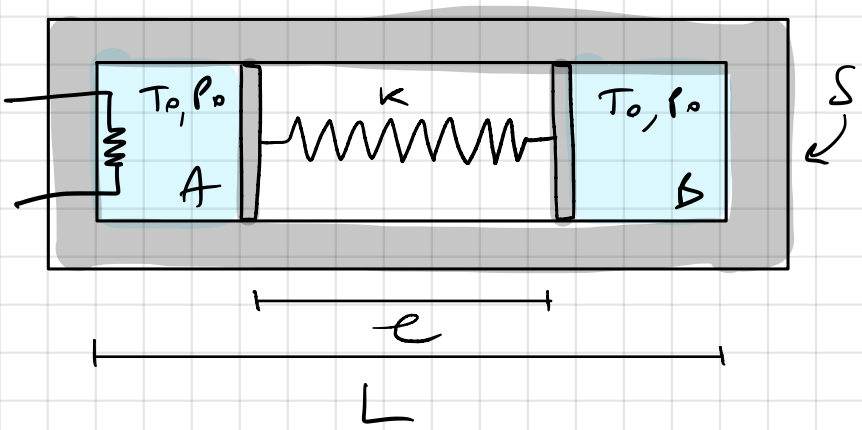
$L_{BC} = P_C(V_C - V_B) = 0.507 \text{ kJ} = Q_{BC}$

$$\eta = \frac{L_{BC} + L_{CA}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \begin{cases} \xrightarrow{\text{I}} 0.099 \\ \xrightarrow{\text{II}} 0.125 \\ \xrightarrow{\text{III}} 0 \end{cases}$$

MNV 85

(MAZZOLDI-NIGRO-VOCI)

2



$L = 1.8$ m

$S = 10^{-2}$ m²

$K = 5\,10^3$ N/m

$l_0 = 0.5$ m

$n_A = n_B = n = 0.2$ mol

$e = 0.4$ m

$Q \rightarrow \quad e' = 0.3$

$$P_0 = K(l_0 - e)/S = 0.5 \text{ atm}$$

$$V_0 = \frac{(L-e)S}{2} = 7.00\, e$$

$$T_0 = \frac{P_0 V_0}{nR} = \frac{P_0 (L-e) S}{2nR} = 210 \text{ K}$$

$$P_A = P_B = K(l_0 - e')/S = 0.987 \text{ atm}$$

$$P_B V_B^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \qquad V_B = V_0 \left(\frac{P_0}{P_B}\right)^{1/\gamma} = V_0 \left(\frac{l_0 - e}{l_0 - e'}\right)^{1/\gamma} =$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4 \qquad = 4.27\, e$$

$$V_A + V_B = S(L - e') \qquad V_A = S(L - e') - V_B = 10.7\, e$$

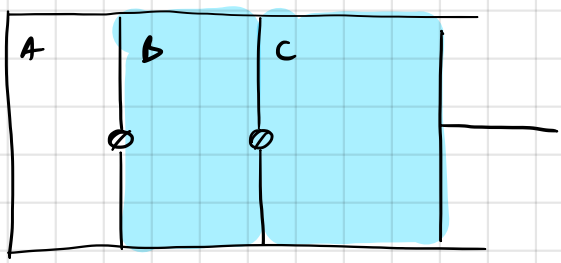
$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 645 \text{ K} \qquad T_B = \frac{P V_B}{nR} = 257 \text{ K}$$

APPLICO I PRINCIPIO ALL'INTERO SISTEMA

$$Q = \underbrace{n c_v (T_A - T_0)}_{\Delta U_A} + \underbrace{n c_v (T_B - T_0)}_{\Delta U_B} + \underbrace{\frac{1}{2} K \left((e' - l_0)^2 - (e - l_0)^2\right)}_{L} =$$

$$= 2075 \text{ J}$$

MNV 95 ③



$n = 1$ BIATOMICO

$V_A = 10 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_B = 15 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_C = 20 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$P_0 = 2\ bar$

$$T_1 = \frac{P_0 (V_B + V_C)}{nR} = 842\ K$$

$$Q = nC_p (T_2 - T_1) = -14\ kJ \qquad L = -P_0 V_C \qquad \Delta U = nC_v (T_1 - T_0)$$

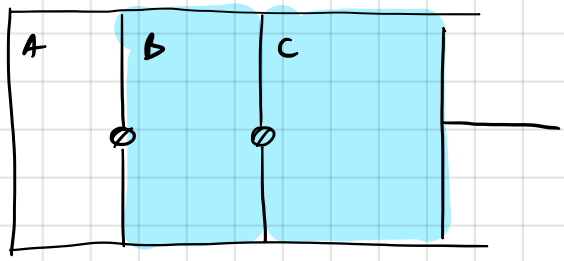
$$nC_v (T_1 - T_0) = nC_p (T_1 - T_0) + P_0 V_C$$

$$nR (T_1 - T_0) = -P_0 V_C \qquad T_1 = T_0 - \frac{P_0 V_C}{nR} = 361\ K$$

$$T_2 = T_1 \qquad P_2 = \frac{nRT_1}{V_A + V_B} =$$

$$Q' = nC_v (T_3 - T_2) = -1.26\ kJ$$

$$Q + Q' = -15.3\ kJ$$



$n = 1$ BIATOMICO

$V_A = 10 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_B = 15 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_C = 20 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$P_0 = 2\ bar$

$V_0 = V_B + V_C$ $\qquad T_1 = \dfrac{P_0 V_0}{nR} = \dfrac{P_0 (V_B + V_C)}{nR} = 842\ K$

$nR\Delta T = P_0 \Delta V$ $\qquad \Delta V = -V_C \quad \Delta T = T_2 - T_1$

$T_2 = T_1 - \dfrac{P_0 V_C}{nR} = 361\ K$

$Q = nC_p (T_2 - T_1) + nC_v (T_0 - T_2) =$

$= -14\ kJ - 1.26\ kJ = -15.3\ kJ$

$\Delta U = nC_v (T_0 - T_1) = -11.3\ kJ$