

ESERCITAZIONE 10

Esercizio 1

Siano X_i v.a. i.i.d. con distribuzione uniforme in $(0, 1)$. Definiamo la successione di v.a.

$$Y_n = X_1 \cdots X_n = \prod_{j=1}^n X_j.$$

i) Trovare il limite in probabilità (Si consiglia di passare dalla distribuzione del prodotto alla distribuzione del $\min_{0 \leq j \leq n} X_j$).

ii) Vale anche la convergenza quasi certa?

Esercizio 2

Sia $\{X_n\}_{n \geq 1}$ una successione di v.a. indipendenti e somiglianti, uniformi in $(0, 1)$. Studiare la convergenza della successione

$$Y_n = \frac{X_1 - X_2 + X_3 - X_4 + \dots + X_{2n-1} - X_{2n}}{n}$$

Esercizio 3

Siano $\{X_n\}_{n \geq 1}$ e $\{Y_n\}_{n \geq 1}$ due successioni di v.a. indipendenti e somiglianti, con distribuzione esponenziale di parametro n . Studiare la convergenza in distribuzione, in probabilità e quasi certa della successione

$$Z_n = \frac{X_n - Y_n}{n}.$$