ESERCITAZIONE 6 BIS

AVVISO: saltare per ora il punto ii) dell'Eserc. 4 e l'Eserc. 6

---

1. Sia X una v.a. a.c. per la quale vale la seguente
$$P(X \geq x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ e^{-x^2} & x > 0 \end{cases}$$
a) calcolare il $E(X)$, ricordando che $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.
b) Determinare la f.r. della v.a.
$$Y = X^2.$$

2. Sia X una v.a. a.c. per la quale, per $\lambda > 1$, sia
$$P(X \geq x) = \begin{cases} 1 & x \leq 1 \\ x^{-\lambda} & x > 1 \end{cases}.$$
a) calcolare il $E(X)$.
b) Determinare la f.r. della v.a.
$$Y = \ln X.$$

3. Sia (X, Y) una v.a. doppia uniforme sul triangolo T di vertici $(0,0)$, $\left(\frac{1}{\alpha^2}, 0\right)$, $(0,1)$.
a) Calcolare la funzione di densità congiunta e le marginali.
b) Stabilire se X e Y sono indipendenti (Suggerimento: esprimere la densità congiunta in termini della funzione indicatrice).

4. Un'indagine di mercato su un certo prodotto, condotta su quattro gruppi di consumatori, ha dato i seguenti risultati:

$X \quad \backslash \quad Y$	$y_1 = sfav.$	$y_2 = fav.$	$Tot.$
$x_1 = A$	0.1	0.08	0.18
$x_2 = B$	0.2	0.08	0.28
$x_3 = C$	0.14	0.12	0.26
$x_4 = D$	0.16	0.12	0.28
$Tot.$	0.6	0.4	1

i) Le variabili sono o no indipendenti?
ii) Ricavare la distribuzione di probabilità condizionata di X dato $Y = y_1$ e di X dato $Y = y_2$.

5. La v.a. doppia (X, Y) è assolutamente continua con densità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} xe^{-x} & x > 0,\ 0 < y < 1/x \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Si determinino le marginali di X e di Y. C'è indipendenza tra le variabili?

6. Della v.a. doppia (Z, Y) si conosce la distribuzione marginale della prima componente che è $Z \sim Geom(p)$. Inoltre supponiamo che la distribuzione condizionata $Y|Z = z$ sia una esponenziale di parametro z (per ogni $z = 1, 2, ...$). Si ricavino

a) la distribuzione congiunta espressa nella forma seguente

$$P(Y < y, Z = z)$$

b) la f.r. marginale della Y.