

Esercitazione 5

1. (*Esercizio 5.1 del Ross*) Sia X una variabile aleatoria la cui densità è

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2) & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (a) Qual è il valore di c ?
(b) Scrivere la funzione di ripartizione di X .

2. (*Esercizio 5.3 del Ross*) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^3) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

può essere una densità? In tal caso determinare C . Stessa domanda con $f(x)$ data da

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^2) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

3. (*Esercizio 5.4 del Ross*) La densità di X , il tempo di vita di una data apparecchiatura elettronica (misurata in ore), è data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x^2} & x > 10 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (a) Determinare $P(X > 20)$;
(b) Qual è la funzione di distribuzione (o, equivalentemente, di ripartizione) di X ?
(c) Qual è la probabilità che su 6 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 15 ore? Che ipotesi state facendo?
4. (*Esercizio 5.10 del Ross*) I treni per una destinazione A passano alla stazione ogni 15 minuti a partire dalle 7; quelli per B passano ogni 15 minuti a partire dalle 7:05.

- (a) Un passeggero arriva alla stazione in un istante che è uniformemente distribuito tra le 7 e le 8 e sale sul primo treno che arriva. Qual è la probabilità che egli salga su un treno diretto ad A ?
(b) Stessa domanda se il passeggero arriva in un istante che è uniformemente distribuito tra le 7:10 e le 8:10.

5. (*Esercizio 5.13 del Ross*) Arrivi alla fermata dell'autobus alle 10, sapendo che l'istante di arrivo dell'autobus è uniformemente distribuito tra le 10 e le 10:30.

- (a) Qual è la probabilità che tu debba aspettare più di 10 minuti?
(b) Se l'autobus non è ancora passato alle 10:15, qual è la probabilità di dover aspettare altri 10 minuti?

6. (*Esercizio 5.32 del Ross*) Il tempo (in ore) richiesto per riparare un macchinario è una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\lambda = \frac{1}{2}$. Qual è
- (a) la probabilità che la riparazione duri più di 2 ore;
 - (b) la probabilità condizionata che la riparazione duri più di 10 ore sapendo che la sua durata supera le 9 ore?
7. (*Esercizio 5.33 del Ross*) Il numero di anni di funzionamento di un tipo di radio è distribuito esponenzialmente con parametro $\lambda = \frac{1}{8}$. Comprando una radio usata di questo tipo, qual è la probabilità che essa duri per più di 8 anni dal momento dell'acquisto? Considerare i due casi distinti:
- (a) quando compro la radio, la radio è vecchia di un anno;
 - (b) quando compro la radio, la radio è vecchia di 10 anni.
8. (*esame del 5 giugno 2003*) Sia X una v.a. assolutamente continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \in (1, e) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- (a) Trovare la funzione di ripartizione di X .
- (b) Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che $P(X < a) = \frac{1}{2}$. [Il numero a è la mediana della distribuzione.]