Esercitazione 4

1. (*Esercizio 4.1 del Ross*) Due palline vengono scelte a caso da un'urna che contiene 8 palline bianche, 4 nere e 2 gialle. Supponiamo che si vincano 2 euro per ogni pallina nera estratta e se ne perda uno per ogni pallina bianca estratta. Denotiamo con X la vincita. Quali sono i possibili valori di X e con quali probabilità vengono ottenuti (nei due casi con e senza ripetizione)?

2. (*Esercizio 4.17 del Ross*) Supponiamo che la funzione di distribuzione della variabile aleatoria X sia data da

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{x-1}{4} & 1 < x \leq 2 \\ \frac{11}{12} & 2 < x \leq 3 \\ 1 & x > 3. \end{cases}$$

   (a) Verificare che F_X è una funzione di ripartizione;
   (b) Calcolare $P(X = i)$ per $i = 1, 2, 3$.
   (c) Calcolare $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$

3. (*Esercizio 4.18 del Ross*) Si lancia quattro volte una moneta equilibrata. Denotiamo con X il numero totale di testa ottenute. Calcolare la distribuzione della variabile aleatoria $X - 2$ e disegnarne il grafico.

4. (*Esercizio 4.41 del Ross*) Un uomo afferma di avere poteri extrasensoriali. Come test, viene lanciata 10 volte una moneta equilibrata e si chiede all'uomo di prevederne l'esito in anticipo. Lui indovina 7 dei 10 risultati. Qual è la probabilità che lo abbia conseguito se non è dotato dei suddetti poteri (ovvero ha agito in maniera casuale)?

5. (*Esercizio 4.67 del Ross*) Due squadre di basket si sfidano a una serie di incontri; il primo team che vince 4 partite è dichiarato vincitore della sfida. Supponiamo che una delle squadre sia più forte dell'altra e che vinca ogni singola partita con probabilità pari a 0.6, indipendentemente dagli altri incontri. Si trovi la probabilità che il team più forte vinca la sfida in esattamente i incontri, con $i = 5, 6, 7$. Si confronti la probabilità che la squadra più forte vinca la sfida con la probabilità che la vinca in una sfida al meglio di tre partite (cioè si aggiudica la sfida il primo che vince due partite).

6. (*I Esonero 2003)* Un giocatore lancia un dado regolare.
   (a) Calcolare la probabilità di ottenere 6 almeno una volta in tre lanci;
   (b) Qual'è il numro minimo di lanci del dado necessari affinchè la probabilità di ottenere 6 almeno una volta sia maggiore o uguale al 90%?

7. (*I Esonero 2003)* Sul mercato esistono computer di due marche A e B. La marca A detiene il 60% delle quote di mercato. Il numero di difetti di produzione per ogni computer di marca A si distribuisce come una $Poisson(2)$, mentre per quelli di marca B come una $Poisson(3)$.
   (a) Calcolare la probabilità che un computer acquistato abbia 2 difetti;
   (b) Se su di esso si riscontrano 3 difetti, determinare la probabilità che sia del tipo A.