Battimenti (FMUV 11.4, FMU 11.6)

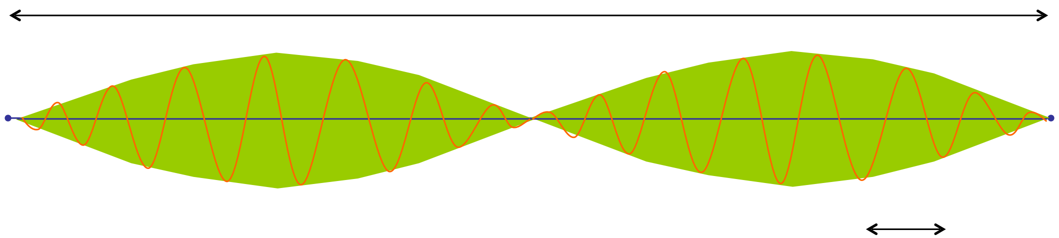
Consideriamo ora la sovrapposizione di due onde sinusoidali con frequenze diverse:

$$f_1 = A\cos(k_1 x - \omega_1 t) \quad \text{e} \quad f_2 = A\cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$f = f_1 + f_2 = 2A\cos\frac{x(k_2 + k_1) - t(\omega_2 + \omega_1)}{2}\cos\frac{x(k_2 - k_1) - t(\omega_2 - \omega_1)}{2}$$

Questa funzione rappresenta un'onda sinusoidale con frequenza data dalla semisomma (ossia la media) delle frequenze modulata da un'onda con frequenza minore, pari alla semidifferenza delle frequenze

$$\omega_d = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$



$$\omega_s = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$$

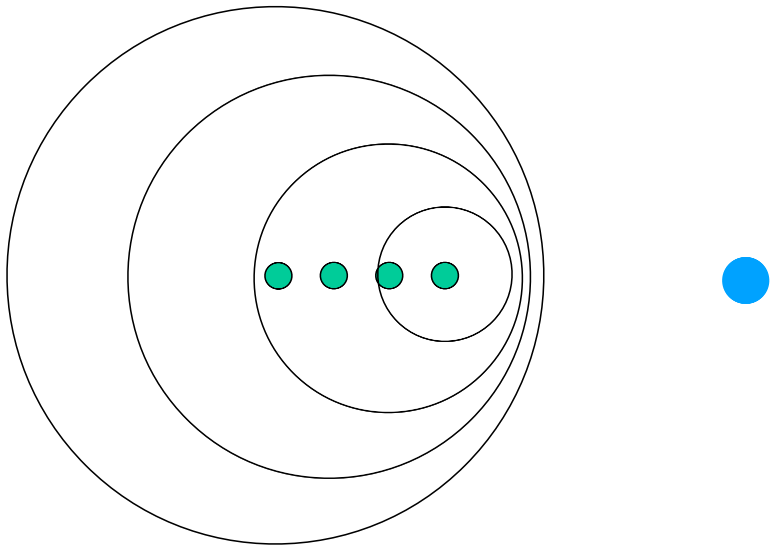
Effetto Doppler (FMUV 11.13, FMU 11.9)

Come abbiamo già visto, se una sorgente ferma in un punto emette perturbazioni con una certa frequenza, questa sarà la frequenza dell'onda, e la lunghezza d'onda dipenderà dalla velocità di propagazione del mezzo.

Il ricevitore fermo percepirà una perturbazione della stessa frequenza della sorgente.

Che succede se la sorgente si muove?

I fronti che avanzano nella direzione del moto si avvicineranno tra loro, facendo diminuire la lunghezza d'onda osservata, e quindi aumentare la frequenza percepita



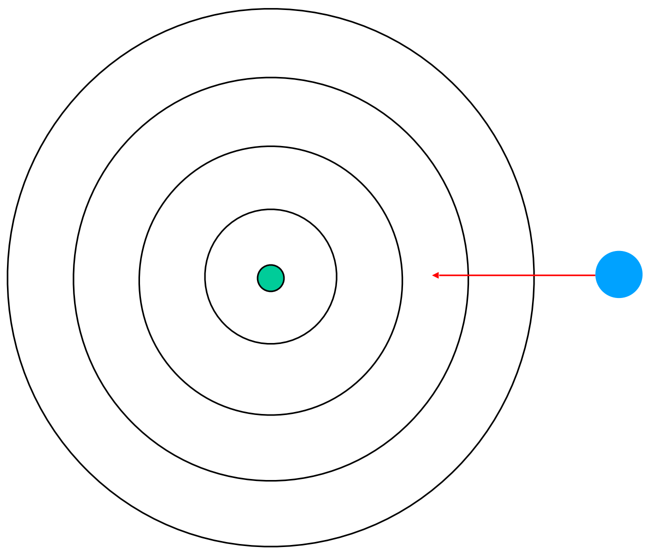
Effetto Doppler (2)

Se invece il ricevitore va incontro alla sorgente, nell'unità di tempo, oltre ai fronti che riceverebbe se fosse fermo, riceve tutti i fronti che attraversa a causa del suo moto.

Percepisce quindi di nuovo una frequenza maggiore.

In entrambi i casi, se sorgente e ricevitore si avvicinano, la frequenza aumenta.

Se sorgente e ricevitore si allontanano, la frequenza diminuisce, come si ascolta nel caso di un'auto con sirena



Effetto Doppler (3)

Calcoliamo le variazioni di frequenza nei due casi.

Sorgente in avvicinamento:

In un tempo Δt, il primo fronte emesso ha percorso un tratto $V\Delta t$, e la sorgente si è spostata di $V_s\Delta$t. Nel tempo Δt sono stati emessi $\nu\Delta t$ fronti.

La lunghezza d'onda nel mezzo si ottiene dividendo la distanza tra primo fronte e sorgente per il numero di fronti: $\lambda' = \dfrac{V\Delta t - V_s\Delta t}{\nu\Delta t} = \dfrac{V - V_s}{\nu}$

a cui corrisponde una frequenza

$$\nu' = \frac{V}{\lambda'} = \nu\frac{V}{V - V_s} = \nu\frac{1}{1 - \frac{V_s}{V}} > \nu$$

Ricevitore in avvicinamento:

Nel tempo Δt il ricevitore, oltre i $\nu\Delta t$ fronti che avrebbe ricevuto da fermo, ne traversa altri $V_r\Delta t/\lambda$, per cui percepisce una frequenza data da

$$\nu' = \nu + \frac{V_r}{\lambda} = \nu + \frac{V_r}{V}\nu = \nu\left(1 + \frac{V_r}{V}\right) > \nu$$

Notiamo che benché entrambe le frequenze siano maggiori della frequenza emessa, non sono tra loro uguali, ma hanno lo stesso sviluppo in serie, e sono quindi uguali al primo ordine. Con strumenti precisi è possibile determinare chi è si muove.

Violazione della relatività galileiana?

Fluidi (FMUV 10,10.1)

In natura esistono sistemi che si adattano a qualunque recipiente che li contenga.

La prima loro proprietà è quindi che si devono deformare senza opporre resistenza a qualunque forza tangenziale, ossia una forza che tenda a far scorrere uno strato del fluido sull'altro.

La differenza fondamentale con i corpi solidi è che un solido oppone una resistenza ad una forza tangenziale. Il fluido ideale non oppone alcuna resistenza.

Possiamo distinguere due categorie di fluidi:

- la prima categoria si adatta a qualsiasi forma e volume li contenga: questi fluidi sono detti gassosi o gas
- i fluidi della seconda categoria, i liquidi, pur adattandosi alla forma, hanno un volume proprio, per cui si distribuiscono nel recipiente sotto l'azione delle forze esterne (solitamente la forza peso) in maniera da riempire sempre lo stesso volume.
  - La superficie superiore del liquido è quella superficie equipotenziale che contiene esattamente il volume del liquido.
  - Se la forza esterna è esclusivamente la forza peso, la superficie equipotenziale è necessariamente un piano orizzontale.
  - Un liquido (ideale) è incompressibile.

Fluidi e densità (FMUV 10.2)

Ci si rende conto facilmente che il numero di gradi di libertà di un fluido è enormemente grande.

Lo studio dei fluidi si basa dunque su proprietà che non dipendono dalla posizione e dalla velocità di ciascuno dei componenti elementari, quanto piuttosto da quantità medie riferite alla posizione nello spazio di una porzione infinitesima di fluido (punto di vista euleriano)

Abbiamo già introdotto la densità di un corpo; nello stesso modo possiamo definire la densità di un fluido:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

Tuttavia le densità di un fluido è sempre considerata relativa a quella porzione di fluido che occupa una determinata posizione nello spazio (ed eventualmente del tempo): $\rho = \rho(x, y, z, t)$

La densità si esprime in genere come densità relativa rispetto all'acqua a 3,8 ^{o}C (temperatura alla quale l'acqua ha la massima densità)

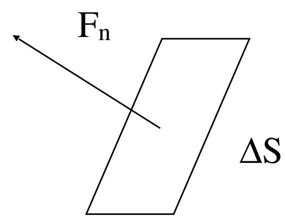
Pressione (FMUV 10.3)

Consideriamo un fluido in equilibrio contenuto in un recipiente ben definito.

Un qualunque volume (ideale) di fluido all'interno deve esercitare una forza sul fluido circostante (o sulla parete, se questo volume è parzialmente definito da una parete), perché altrimenti il fluido circostante andrebbe a riempire il volume in cosiderazione.

Questa forza deve essere proporzionale alla superficie di separazione e normale ad essa, e la possiamo quantificare quindi come forza per unità di superficie (pressione):

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS}$$



La pressione è una grandezza scalare, non dipende dall'orientamento della superficie e si misura in pascal:

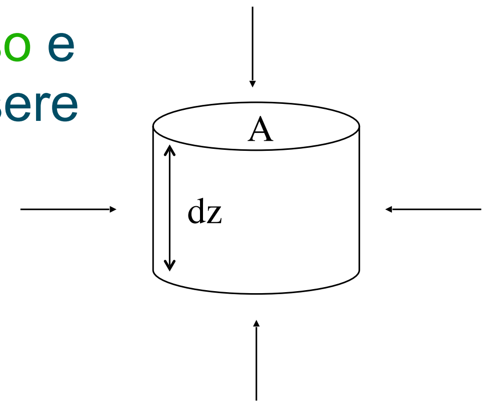
1 Pa = 1 N m^{-2} o in bar=10^5 Pa

La pressione è una manifestazione di una forza di superficie, in contrapposizione per esempio al peso, che è una forza di volume.

Equazione della statica dei fluidi (FMUV 10.4)

Su un cilindretto infinitesimo di fluido soggetto alla gravità agiscono forze di pressione sulle superfici laterali, che si annullano per simmetria.

Per avere equilibrio, la somma delle forze verticali (forza peso e forza della pressione sulle due basi del cilindro) deve essere nulla:



$$-g\rho A dz - p(z+dz)A + p(z)A = 0$$

Considerando che $p(z+dz) = p(z) + \left(\frac{dp}{dz}\right)_z dz$

si ricava l'equazione della statica dei fluidi nel campo della gravità: $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

Per una generica forza di volume conservativa, si avrebbe una analoga relazione nella direzione di questa forza.

Poichè questa direzione è ortogonale alla superficie equipotenziale, le superfici a pressione costante coincidono con le superfici equipotenziali delle forze di volume.

Un liquido in un recipiente in rotazione (potenziale gravitazionale + potenziale centrifugo) ha una superficie parabolica

Leggi di Stevino e Pascal (FMUV 10.4.1, 10.4.2)

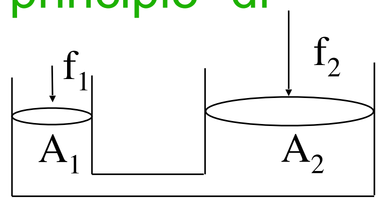
Per un liquido incompressibile (ρ costante) l'equazione della statica si può integrare per separazione di variabili:

$$dp = -\rho g dz \quad \Rightarrow \quad p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

da cui si ricava la legge di Stevino: $p = p_0 + \rho g h$, dove p_0 è la pressione sulla superficie libera del liquido.

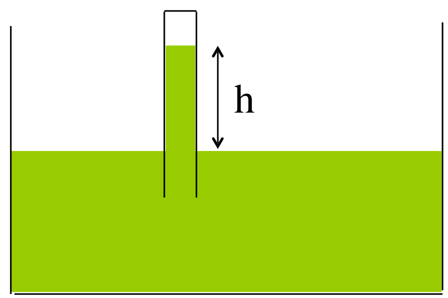
Il termine $\rho g h$ è detto pressione idrostatica.

Una conseguenza della equazione della statica è che un incremento di pressione in un qualunque punto del liquido si propaga in tutto il liquido ("principio" di Pascal). Es. torchio idraulico



$$\frac{f_1}{A_1} = \frac{f_2}{A_2} \quad \Rightarrow \quad f_1 = f_2 \frac{A_1}{A_2}$$

Misura della pressione atmosferica (esperimenti di Torricelli)



la pressione atmosferica eguaglia la pressione di una colonna di 760 mm di Hg

essendo ρ_{Hg} =13600 kg m^{-3} si ha:

$$1 \text{ atm} = \rho g h = 13600 \cdot 9.81 \cdot 0.76 \text{ Pa} = 1013 \text{ Pa}$$

per l'acqua, si ha una variazione di una atmosfera ogni $1.013 \cdot 10^5 / \rho g = 10.34$ m

“Principio” di Archimede (FMUV 10.5)

Ogni corpo immerso in un fluido riceve da questo una spinta verso l’alto pari al peso del volume di fluido spostato.

Infatti le forze di superficie che si esercitano sul corpo devono essere le stesse che si eserciterebbero sullo stesso volume di fluido, se fosse al posto del corpo.

Ma in questo caso il fluido sarebbe ovviamente in equilibrio, e dunque questa risultante deve eguagliare la forza peso del fluido.

Perché vi sia galleggiamento, è quindi necessario che la densità (media) del corpo sia inferiore a quella del fluido. In questo caso una parte del corpo emergerà, fino a raggiungere un equilibrio.

(Quali sono le condizioni di stabilità di questo equilibrio?)

Nel caso che il fluido sia l’aria, sarà necessario riempire un pallone di un gas più leggero (idrogeno, elio o gas riscaldato, come nella mongolfiera)