unità e dimensioni **(FMUV 1.6-1.7)**

La scelta del campione è arbitraria

- evoluzione storica dei campioni di tempo, massa e lunghezza

anche la scelta delle grandezze "fondamentali" è arbitraria (o meglio convenzionale)

l'insieme delle unità di misura costituisce un sistema di unità di misura

- nel Sistema Internazionale (SI) m, s, kg per lunghezza, tempo e massa

dimensioni delle grandezze, equazioni dimensionali:

$$S = l^2 \rightarrow [S] = [l^2]$$

$$f = ma \rightarrow [f] = [ma] = [mlt^{-2}]$$

ogni legge fisica corretta deve contenere termini dimensionalmente omogenei

- $x = at$ non è una buona legge fisica (perché?)

La scelta delle grandezze fondamentali è arbitraria, la validità delle equazioni dimensionali no!

Grandezze fisiche adimensionali (per es. angoli)

$\rightarrow$ laboratorio di meccanica

tempo (FMUV 1.10)

“tempo”: ente

grandezza fisica: “intervallo di tempo”

definizione operativa

- confronto con un campione (orologio)
- moto della terra intorno al sole, pendolo, orologio a molla

campione del SI:

- periodo della radiazione emessa da una particolare transizione dell’atomo di Cesio 133
- 1 s = 9192631770 periodi = $9 \cdot 10^9$ vibrazioni
- riproducibilità del campione: 1 parte su 10^{14}

qualche intervallo di tempo grande o piccolo

1 s	battito cardiaco
10^5 s	giorno solare
$3 \cdot 10^7$ s	anno
10^{11} s	storia umana
$15 \cdot 10^9$ anni = $5 \cdot 10^{17}$ s	età dell’universo
$> 10^{40}$ s	vita media del protone
10^{-9} s	frequenza di clock di un computer
10^{-23} s	vita media di alcune particelle
10^{-43} s	tempo di Planck

unità di lunghezza e massa (FMUV 1.11-1.12)

Dal 1983 non c'è più un campione di lunghezza !

la velocità della luce è una costante fondamentale, ed è posta ugale a 299'792'458 m/s $[l] = [vt]$

1 metro è la distanza percorsa dalla luce in un intervallo di tempo di 1/299792458 s (cfr. anno-luce)

esempi di distanze:

1 m dimensioni dell'uomo	
10^{26} m	dimensioni dell' "universo osservabile" ($5 \cdot 10^{17}$ s $3 \cdot 10^{8}$ m/s)
10^{-15} m	dimensioni di un nucleone
10^{-22} m	limite superiore del raggio dell'elettrone
$1.6 \cdot 10^{-35}$ m	lunghezza di Planck

L'unità di massa era definita fino al 2019 dal campione di platino-iridio conservato a Sèvres.

Dal 20 maggio 2019, è definita attraverso una misura elettromagnetica che la riconduce al valore di h, costante di Planck

La costante di Plank è una azione (il prodotto di un'energia per un tempo)

$$[h] = [s] = [Et] = [ml^2t^{-2}t] \rightarrow [h] = [v^2tm] \rightarrow [m] = [t^{-1}v^{-2}s]$$

calcolo vettoriale (FMUV cap. 2)

grandezze vettoriali

lunghezza/distanza → posizione

modulo di un vettore

versori

somma e differenza di vettori

prodotto di uno scalare per un vettore

prodotto scalare

prodotto vettoriale

rappresentazioni dei vettori

- cartesiana
- polare

cambio di sistemi di coordinate

- traslazione
- rotazione

Derivate di vettori e versori (FMUV 2.13)

derivata di un vettore in rappresentazione cartesiana

$$\vec{w}(t) = w_x(t)\hat{i} + w_y(t)\hat{j} + w_z(t)\hat{k} \qquad \frac{d\vec{w}}{dt} = \frac{dw_x}{dt}\hat{i} + \frac{dw_y}{dt}\hat{j} + \frac{dw_z}{dt}\hat{k}$$

se il modulo di un vettore è costante (per esempio un versore) la derivata del vettore è ortogonale al vettore stesso

$$w^2(t) = \vec{w}(t) \cdot \vec{w}(t) = \text{cost} \Rightarrow \frac{dw^2}{dt} = 0$$

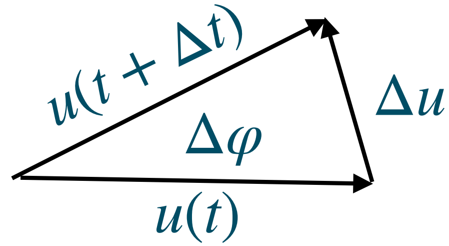
$$\frac{d}{dt}[\vec{w} \cdot \vec{w}] = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{w}}{dt} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \frac{d\vec{w}}{dt} = 2\frac{d\vec{w}}{dt} \cdot \vec{w} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{w}}{dt} \perp \vec{w}$$

Derivate di vettori e versori (FMUV 2.13)

Calcoliamo ora il modulo della derivata di un versore $\hat{u}(t)$

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$$



$$\Delta u = 2u \sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2\frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}}\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

Come abbiamo visto prima, $\frac{d\hat{u}}{dt}$ deve essere ortogonale a $\hat{u}(t)$

$\frac{d\hat{u}}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{u}$ formula di Poisson; $\vec{\omega}$ è detta velocità angolare

Per la derivata di un vettore generico possiamo allora scrivere che:

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \frac{d}{dt}(w\hat{u}_w) = \frac{dw}{dt}\hat{u}_w + w\frac{d\hat{u}_w}{dt} = \frac{dw}{dt}\hat{u}_w + w\vec{\omega}\times\hat{u}_w = \frac{dw}{dt}\hat{u}_w + \vec{\omega}\times\vec{w}$$