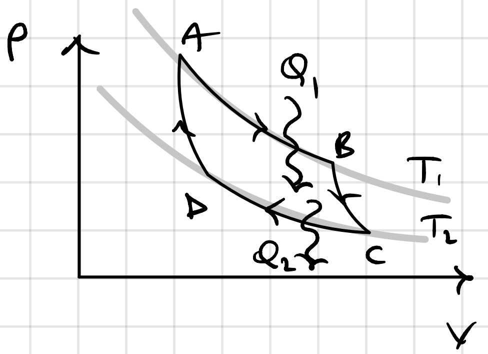
LEZIONE 13/12/2021

CICLO DI CARNOT

: CICLO REVERSIBILE CHE UTILIZZA DUE SORGENTI T_1, T_2



DAL TEOREMA DI CARNOT

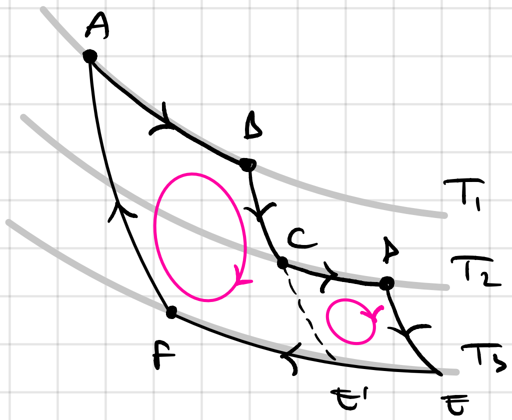
$$\frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \frac{\theta(T_1)}{\theta(T_2)} \equiv \frac{T_1}{T_2}$$

TEMPERATURE TERMODINAMICHE ASSOLUTE

DEF. DI

$$\frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

CONSIDERIAMO ORA UN GENERICO CICLO REVERSIBILE CHE UTILIZZA 3 SORGENTI T_1, T_2, T_3



SCOMPONGO IN 2 CICLI DI CARNOT

$$ABE'F \longrightarrow \frac{Q_{AB}}{T_1} + \frac{Q_{E'F}}{T_3} = 0$$

$$CDEE' \longrightarrow \frac{Q_{CD}}{T_2} + \frac{Q_{EE'}}{T_3} = 0$$

SOMMANDO

$$\frac{\overset{Q_1}{\overset{\shortparallel}{Q_{AB}}}}{T_1} + \frac{\overset{Q_2}{\overset{\shortparallel}{Q_{CD}}}}{T_2} + \frac{\overbrace{Q_{EE'} + Q_{E'F}}^{Q_3\ \shortparallel}}{T_3} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

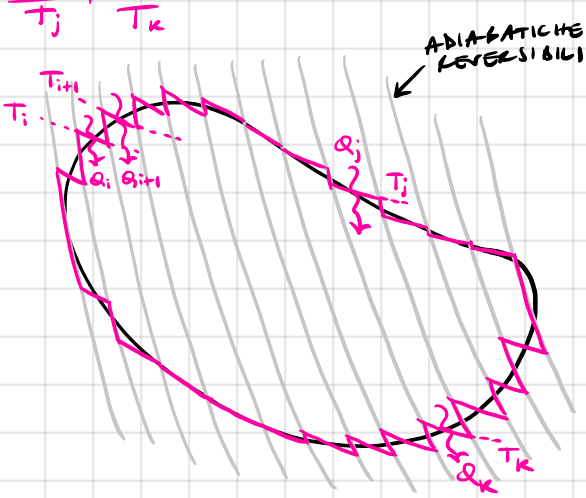
TEOREMA DI CLAUSIUS

IN GENERALE PER UN CICLO CHE UTILIZZA n SORGENTI:

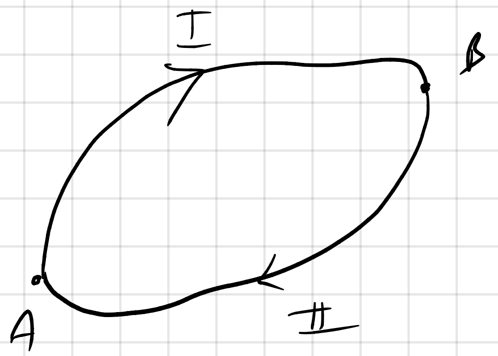
$$\underbrace{\sum \frac{Q_i}{T_i}}_{\frac{Q_j}{T_j}+\frac{Q_k}{T_k}=0} = 0 \xrightarrow{n \to \infty} \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

QUANTITÀ DI CALORE INFINITESIMA ASSORBITA DALLA SORGENTE A TEMPERATURA T.

POICHÉ TUTTE LE TRASFORMAZIONI DEL CICLO SONO REV. ALLORA T È ANCHE LA TEMPERATURA DEL SISTEMA



$\oint$: INTEGRALE SU CICLO



I : TRASFORMAZIONE REV. CHE PORTA IL SISTEMA DA $A \to B$

II : TRASF. REV. $B \to A$

I + II = TRASF. CICLICA

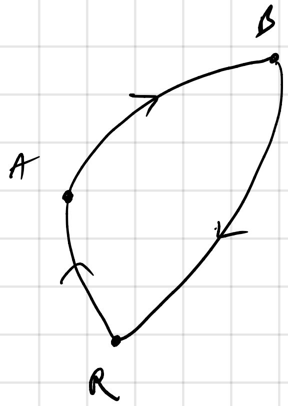
$$\int_{A,\,\mathrm{I}}^{B} \frac{\delta Q}{T} + \int_{B,\,\mathrm{II}}^{A} \frac{\delta Q}{T} = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\int_{B,\,\mathrm{II}}^{A} \frac{\delta Q}{T} = -\int_{A,\,\mathrm{II}}^{B} \frac{\delta Q}{T} \longrightarrow \int_{A,\,\mathrm{I}}^{B} \frac{\delta Q}{T} - \int_{A,\,\mathrm{II}}^{B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\int_{A,\,\mathrm{I}}^{B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A,\,\mathrm{II}}^{B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A}^{B} \frac{\delta Q}{T}$$

L'INTEGRALE ASSUME LO STESSO VALORE PER TUTTE LE TRASFORMAZIONI REVERSIBILI CHE PORTANO IL SISTEMA DA $A \to B$

FISSIAMO UNO STATO DI RIFERIMENTO R



$$\int_R^A \frac{\delta Q}{T} + \int_A^B \frac{\delta Q}{T} + \int_B^R \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \underbrace{\int_R^B \frac{\delta Q}{T}}_{= S(B)} - \underbrace{\int_R^A \frac{\delta Q}{T}}_{= S(A)} = S(B) - S(A)$$

FISSATO R
È UNA FUNZIONE
SOLO DI B

ABBIAMO TROVATO UNA NUOVA FUNZIONE DI STATO CHE CHIAMIAMO

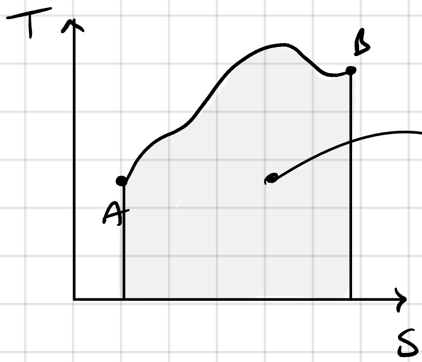
ENTROPIA $S \left[\frac{E}{T}\right] \left(\frac{J}{K}\right)$

LA DIFFERENZA DI ENTROPIA TRA DUE GENERICI STATI DI EQUILIBRIO A, B È DATA DA

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$$

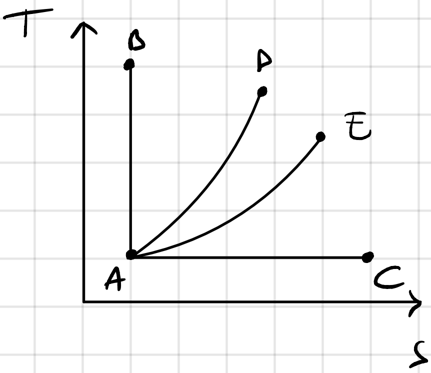
CALCOLATO SU UNA QUALUNQUE TRASFORMAZIONE REVERSIBILE

PIANO T-S



$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\int_A^B T\,dS = \int_A^B \delta Q = Q_{AB}$$



AB : ADIABATICA REV.

$\delta Q = 0 \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow S$ cost.

ISOENTROPICA

AC : ISOTERMA

AD : ISOCORA

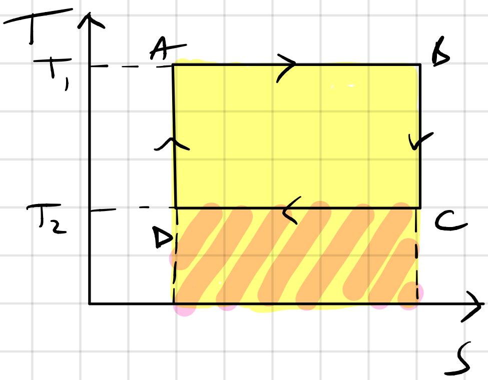
$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V = T\,\frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V = T\,\frac{(dT)_V}{(\delta Q)_V} = \frac{T}{C_V}$$

SE C_V cost $\quad \frac{1}{T}\frac{dT}{dS} = \frac{d\ln T}{dS} = \frac{1}{C_V}$

$$\ln T = \frac{S}{C_V} + c \qquad T \propto e^{\frac{S}{C_V}}$$

AE : ISOBARA $\quad T \propto e^{\frac{S}{C_p}} \qquad C_p > C_V$

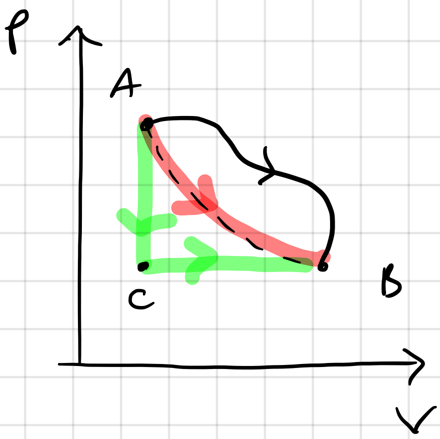
CICLO DI CARNOT



$= Q_{AB} = Q_{ASS}$

$= -Q_{CD} = Q_{CED}$

$$\eta = 1 - \frac{\quad}{\quad} \xrightarrow[T_2 \to 0]{\to 0} 1$$



ES. ESPANSIONE LIBERA

CALCOLARE $S_B - S_A$

POSSO SCEGLIERE UN PERCORSO REVERSIBILE ARBITRARIO

x SEMPLICITÀ PRENDO ISOTERMA

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\int_A^B \delta Q = \frac{Q_{AB}}{T}$$

$T = T_A = T_B$

$$Q_{AB} = L_{AB} = nRT \ln\frac{V_B}{V_A} \rightarrow \Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$$

$$V_B > V_A \Rightarrow \Delta S_{AB} \geq 0$$

VERIFICHIAMO CHE NON DIPENDE DAL PERCORSO

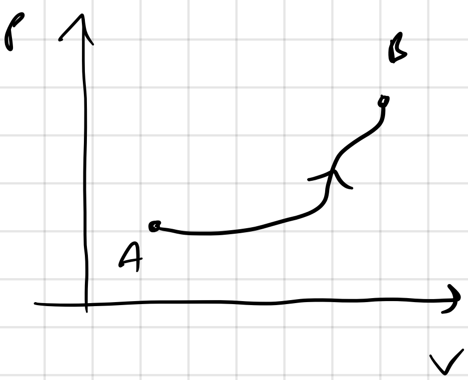
$$\Delta S_{AB} = \int_A^C \frac{\delta Q}{T} + \int_C^B \frac{\delta Q}{T} = nc_v\int_A^C \frac{dT}{T} + nc_p\int_C^B \frac{dT}{T} =$$

$$= nc_v \ln\frac{T_C}{T_A} + \underset{c_v+R}{\underset{\parallel}{nc_p}}\ln\frac{T_B}{T_C} = \underbrace{nc_v \ln\Bigg(\underbrace{\frac{\cancel{T_C}}{\cancel{T_A}}\,\frac{\cancel{T_B}}{\cancel{T_C}}}_{=1}\Bigg)}_{0} + nR\ln\frac{T_B}{T_C} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$$

N.B. $S_B - S_A = \int \frac{\delta Q}{T}$ SOLO SU TRASF. REVERSIBILI !

SE PROVO A CALCOLARLO SULLA TRASFORMAZIONE IRREVERSIBILE CHE MI HA PORTATO DA $A \to B$ ATTRAVERSO UNA ESPANSIONE LIBERA $\delta Q = 0$ (ADIAB.)

IN GENERALE PER UN GAS PERFETTO



$$\delta Q = dU + PdV = nc_v dT + PdV$$

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B nc_v \frac{dT}{T} + \int_A^B P\frac{dV}{T} \quad \leftarrow \frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$$

$$\boxed{\Delta S_{AB} = nc_v \ln\frac{T_B}{T_A} + nR\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

PER UNA GENERICA TRASFORMAZIONE CHE AVVIENE A CAPACITÀ TERMICA COSTANTE

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B \frac{C\,dT}{T} = C\ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$$

[ES. VERIFICARE PER UN'ISOBARA DEL GAS PERFETTO TORNI

DI QUANTO VARIA L'ENTROPIA DI UNA SORGENTE DI CALORE A T QUANDO VI DEPOSITO UNA QUANTITÀ DI CALORE Q?

DALLA DEF. DI SORGENTE $T_A = T_B = T$
MA SE LO STATO NON CAMBIA E S È UNA FUNZIONE DI STATO ALLORA $S_A = S_B$!

NO! VEDIAMO PERCHÉ

IN GENERALE $\Delta S_{AB} = C\ln\frac{T_B}{T_A}$

$$T_B - T_A = \frac{Q}{C} \Rightarrow T_B = T_A + \frac{Q}{C}$$

$$\boxed{\Delta S_{AB}} = C\ln\left(1+\frac{Q}{T_A}\frac{1}{C}\right)$$

$C \to \infty$

$$\cancel{C}\,\boxed{\frac{Q}{T_A}}\,\cancel{C}$$

DUE BLOCCHI DI UGUALE CAPACITÀ TERMICA C E TEMPERATURE T_1 E T_2 VENGONO MESSI A CONTATTO. CALCOLARE ΔS

$$T^* = \frac{T_1 + T_2}{2}$$ TEMPERATURA DI EQ.

$$\Delta S_1 = C \ln \frac{T^*}{T_1} \qquad \Delta S_2 = C \ln \frac{T^*}{T_2}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C \ln \frac{T^{*2}}{T_1 T_2} = C \ln \frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}$$

$$\Delta S \gtrless 0 \rightarrow \frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2} \gtrless 1 \rightarrow (T_1+T_2)^2 \gtrless 4T_1T_2$$

$$\rightarrow T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2 \gtrless 4T_1T_2 \rightarrow T_1^2 + T_2^2 - 2T_1T_2 \gtrless 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (T_1 - T_2)^2 \gtrless 0 \Rightarrow \Delta S > 0$$