La verifica delle ipotesi

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

La logica in base alla verifica delle ipotesi

La logica per la verifica di un ipotesi di ricerca, appare controversa.

In realtà è fondamentale comprendere il concetto di H0 (ipotesi nulla).

Ciascun ricercatore fonda qualsiasi ipotesi di ricerca a partire dall'ipotesi nulla.

L'ipotesi di ricerca si fonda sul concetto di probabilità, «qual è la probabilità di avere il nostro risultato di ricerca se fosse vero il contrario di ciò che prevediamo?» pag 113-14

Il processo di verifica delle ipotesi

1. Formulare il quesito in termini di ipotesi di ricerca e ipotesi nulla.
2. Determinare le caratteristiche della distribuzione di riferimento
3. Determinare il valore critico nella distribuzione di riferimento per cui possiamo rifiutare l'H0
4. Determinare il valore ottenuto nel campione nela distribuzione di riferimento
5. Decidere se rifiutare l'ipotesi nulla

Esempio:
1. Riformulare il quesito

- Utilizzo di una vitamina in bambini e inizio a camminare
- Popolazione 1: bambini che assumono la vitamina
- Popolazione 2: bambini in generale
  - Qual'è l'ipotesi di ricerca? E l'ipotesi nulla?

2.Determinare le caratteristiche della distribuzione di riferimento (o distribuzione campionaria)

- In questo caso la popolazione di riferimento è la popolazione che ha
- Media = 14
- ds = 3

3. Determinare Valore critico

- I ricercatori decidono a priori il valore critico, in generale z=1.96 è considerato un valore con probabilità = X%?
- A volte i ricercatori possono decidere di rifiutare valori critici ancora meno probabili come ad esempio z=2.33 che equivale a = %
- Questa viene detta convenzionalmente significatività.

4. Determinare il valore ottenuto nel campione

- Calcolare il punteggio z del bambino selezionato che cammina a 6 mesi
- Z=
- Valutare se il valore è superiore al valore z critico.

Terminologia

- Significativo, dimostra, verità (pag 119)

Principi generali
nella verifica delle ipotesi

Verifica delle ipotesi

LA VERIFICA DELLE IPOTESI

La verifica delle ipotesi consiste nel formulare un'ipotesi sulla popolazione e di verificarla attraverso l'utilizzo dei dati campionari

Data un'ipotesi sul parametro della popolazione, si vuole verificare, sulla base dell'osservazione della statistica campionaria, se tale ipotesi è accettabile (ovvero in accordo con i dati osservati)

L'ipotesi statistica è un'affermazione sul valore di un parametro (incognito), che può essere sottoposta a verifica empirica

Verifica delle ipotesi

Esempio

Un ricercatore vuole verificare l'effetto di un intervento per promuovere l'autoefficacia scolastica (AS) negli studenti italiani di prima media

L'ipotesi del ricercatore è che l'intervento possa determinare un aumento nell'AS

Un test per la misura dell'AS viene somministrato ad un campione di 35 studenti (n = 35) sottoposti all'intervento. Il punteggio medio al test è $\bar{X} = 25.9$ ($s = 8.1$)

Nella popolazione generale di studenti di prima media il test ha $\mu = 24$ e $\sigma = 9.3$

Verifica delle ipotesi

Se l'intervento non ha effetto, possiamo considerare il campione di n = 35 studenti sottoposti all'intervento come proveniente dalla popolazione generale

In questo caso dobbiamo attenderci che la media osservata sul campione sia simile alla media della popolazione

($\bar{x}$ rappresenta una stima di **m**).

Tuttavia a causa delle fluttuazioni campionarie, la statistica non coinciderà con il parametro della popolazione da cui il campione è stato estratto

La differenza tra il valore osservato nel campione e quello relativo alla popolazione può essere attribuita esclusivamente al caso?

Oppure è <u>sufficientemente elevata</u> da poter essere considerata sostanziale?

Verifica delle ipotesi

Queste due possibilità corrispondono a due ipotesi mutuamente escludentisi, definite ipotesi nulla e ipotesi alternativa

Ipotesi nulla: la media della popolazione (da cui proviene il campione) è uguale ad un determinato valore.

Ad esempio: H_0: $\mu = 24$

Ipotesi alternativa: la media della popolazione è diversa dal valore definito da H0. Corrisponde alla negazione dell'ipotesi nulla. Può essere unidirezionale o bidirezionale

Verifica delle ipotesi

Ipotesi alternativa bidirezionale

L'ipotesi alternativa bidirezionale prevede una differenza, senza però specificare la direzione (es. gli studenti sottoposti al trattamento hanno un punteggio medio nell'AS diverso da 24)

$H_0: \mu = 24$

$H_1: \mu \neq 24$

! Si legge come: la media della popolazione da cui proviene il campione è uguale a 24 (H_0) o diversa da 24 (H_1)

Ipotesi alternativa monodirezionale

L'ipotesi alternativa bidirezionale prevede una direzione (es. gli studenti sottoposti al trattamento hanno un punteggio medio nell'AS superiore a 24)

$H_0: \mu = 24$

$H_1: \mu > 24$

! Si legge come: la media della popolazione da cui proviene il campione è uguale a 24 (H_0) o maggiore di 24 (H_1)

Verifica delle ipotesi

Ipotesi nulla e ipotesi alternativa

Nell'inferenza statistica si parte dall'assunzione iniziale che l'ipotesi nulla sia vera: l'ipotesi nulla è ritenuta vera fino a prova contraria

Il processo di verifica delle ipotesi è pertanto un processo di falsificazione dell'ipotesi nulla

L'ipotesi nulla non puo' mai essere accettata: le analisi ci diranno se RIFIUTARLA O NON RIFIUTARLA

Tornando all'esempio:

- Se la media calcolata sul campione (es. $\overline{X}$ = 38) è molto distante dal valore ipotizzato per la rispettiva popolazione (μ=24), allora potremmo ragionevolmente concludere che H0 è errata

- Difficilmente possiamo essere certi che H0 sia vera, anche quando la media osservata nel campione è particolarmente vicina (X = 24.05) a quella ipotizzata in base ad H0 (μ = 24). Il campione potrebbe infatti provenire da una popolazione con una media diversa da 24, anche se molto simile (es. μ = 24.10)

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Se la differenza tra la statistica e il parametro è piccola, è probabile che tale differenza sia dovuta al caso (non rifiuto H_0)

Se la differenza è elevata, probabilmente si tratta di una differenza reale, che non può essere attribuita esclusivamente al caso (rifiuto H_0)

Nell'esempio:

La statistica del campione (media) = 25,9 - (il parametro della popolazione) 24 = 1,9

Il valore osservato sul campione si discosta di 1.9 unità dal parametro della popolazione

Per stabilire se questa differenza è sufficientemente elevata per rifiutare H0 dobbiamo rapportare la differenza tra la media del campione e quella della popolazione ad un'unità di misura nota, che ci aiuti ad interpretarla.

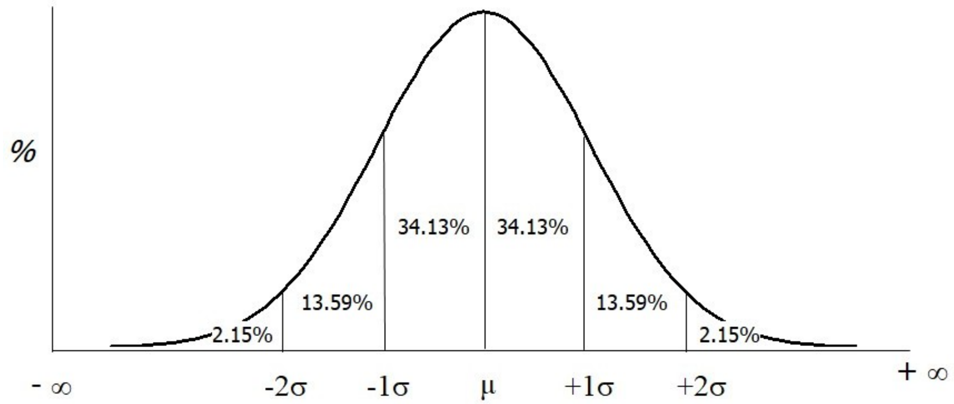
Quindi quello che possiamo fare è standardizzare la differenza trasformandola in punteggi z.

In questo modo possiamo, tramite le proprietà della curva normale, calcolare le probabilità di osservare tale fifferenza.

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

<u>Ricorda</u>: utilizzando le proprietà della distribuzione normale standardizzata possiamo calcolare la probabilità di osservare un punteggio che ricade in una determinata zona della curva



Ad esempio, la probabilità di osservare un punteggio z pari ad almeno +2 (due deviazioni standard oltre la media) è pari a circa il 2 %

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Problema: in genere non sappiamo come le variabile si distribuisce nella popolazione (non sappiamo quindi se la popolazione ha forma normale)

Possiamo ricorrere, però, al teorema del limite centrale!

La media che abbiamo osservato sul campione, infatti, appartiene alla distribuzione campionaria delle medie calcolate su tutti i possibili campioni di ampiezza n che è possibile estrarre dalla popolazione

Ricorda: Il teorema del limite centrale dimostra che la distribuzione campionaria delle medie approssima la distribuzione normale, qualunque sia la forma della popolazione (quando $n > 30$)

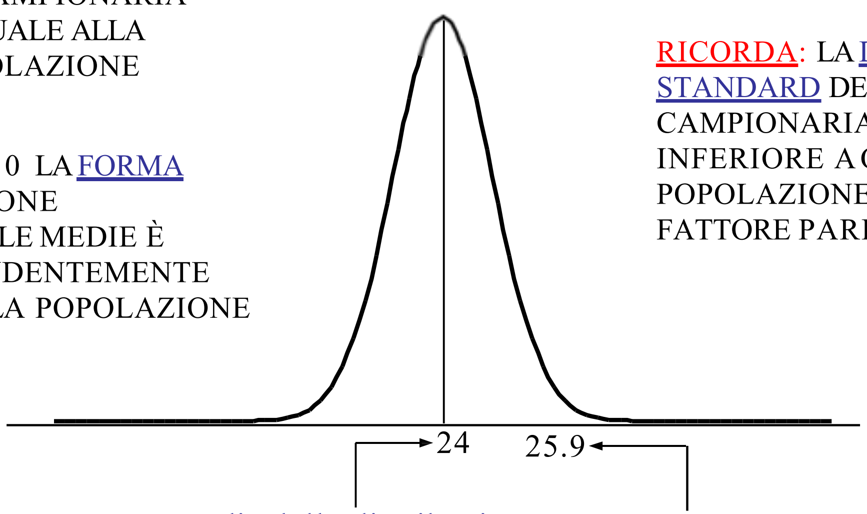
Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Se assumiamo che H0 sia vera, possiamo definire le proprietà della distribuzione campionarie delle medie

RICORDA: LA MEDIA DELLA DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLE MEDIE È UGUALE ALLA MEDIA DELLA POPOLAZIONE

RICORDA: SE n > 30 LA FORMA DELLA DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLE MEDIE È NORMALE, INDIPENDENTEMENTE DALLA FORMA DELLA POPOLAZIONE



RICORDA: LA DEVIAZIONE STANDARD DELLA DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLE MEDIE È INFERIORE A QUELLA DELLA POPOLAZIONE (RIDOTTA DI UN FATTORE PARI A √n)

Inferenza statistica: come funziona?

La differenza tra la media osservata sul campione e la media attesa in base ad H0 viene quindi divisa per la deviazione standard della distribuzione campionaria delle medie (errore standard):

$$\frac{\textit{Statistica} - \textit{Parametro}}{\textit{Errore standard}}$$

Questa è la forma della maggior parte dei test statistici

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}}$$

Questo punteggio rappresenta il test z
[definito anche z «empirico» (è calcolato sul campione), per distinguerlo dal punteggio z «critico», di cui parleremo tra poco…]

Inferenza statistica: come funziona?

Per riassumere:

$$\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}}$$

Differenza tra il valore osservato nel campione e il valore atteso nella popolazione in base ad H0

Deviazione standard della distribuzione campionaria delle medie ($\sigma/\sqrt{n}$)

$\sigma_{\overline{X}}$ può essere interpretato come la differenza **attesa in base al caso** tra il valore osservato sul campione e il valore della popolazione

La distanza tra valore osservato (campione) e valore atteso (popolazione) viene espressa in termini di "errori standard"

Maggiore è questa differenza, maggiore è la probabilità che l'ipotesi nulla sia <u>falsa</u>

Maggiore è il rapporto tra numeratore e denominatore, maggiore è la probabilità che l'ipotesi nulla sia <u>falsa</u>

Inferenza statistica: come funziona?

Tornando all'esempio:

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{25.9 - 24}{9.3/\sqrt{35}} = \frac{1.9}{1.57} = 1.21$$

punteggio z nella distribuzione campionaria delle medie

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Errore standard della media

Verifica delle ipotesi

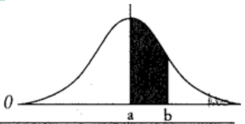
Inferenza statistica: come funziona?

Per trovare l’area compresa tra 1.21 e + ∞ bisogna:

1. individuare l’area compresa tra 0 e +1.21, che corrisponde a .3869

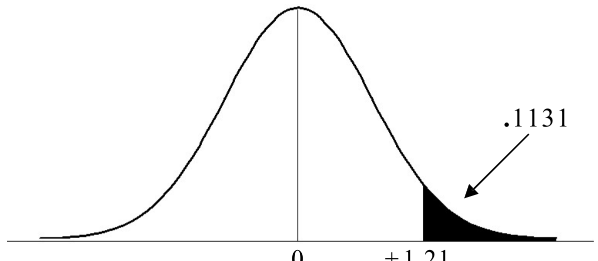
2. Sottrarre tale area da .5000 (che corrisponde a metà curva):

.5000 – .3869 = .1131



TAV. B. *Aree della distribuzione normale standard tra a = 0 e b > 0*

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	8.032	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4351	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936



Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

La domanda fondamentale nell'inferenza statistica è:

"Se l'ipotesi nulla fosse vera, quanto sarebbe probabile ottenere per effetto del caso una media così distante da quella della popolazione?"

Nell'esempio questa probabilità è pari all'11% circa*

Se l'ipotesi nulla fosse vera, avremmo circa l'11% di probabilità di estrarre dalla popolazione un campione con una media pari a 25.9 o superiore

* In SPSS la probabilità di osservare un determinato valore del test statistico (es. "z empirico"), assumendo che H0 sia vera, viene indicata con il termine «*Sign.*» (livello di significatività: da non confondere con il livello critico di significatività, di cui parleremo tra poco)

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Una probabilità molto piccola significa che, se H_0 è vera, i dati osservati sono particolarmente insoliti (rari)

In questo caso dovremmo concludere che H_0 (la condizione da cui siamo partiti) **non** è vera (dovremmo rifiutare H_0)

In altri termini, una probabilità molto piccola fornisce una forte evidenza contro H_0

Più è piccola la probabilità di osservare una certa differenza tra $\bar{X}$ e μ, più è forte l'evidenza statistica contro H_0

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Il ricercatore stabilisce a priori un valore soglia (valore critico) che definisce i confini delle cosiddette regioni di rifiuto e di "accettazione" di H0

Tale valore viene indicato con la lettera greca alfa (**a**) o anche (livello critico di significatività)

Alfa rappresenta dunque la regola decisionale di cui abbiamo bisogno per stabilire se rifiutare o non rifiutare l'ipotesi nulla

Verifica delle ipotesi Inferenza statistica: come funziona?

Regole pratiche

Per convenzione, in genere si sceglie un valore alfa pari a .05 (o .01), che corrisponde ad una probabilità del 5% (o 1%)

Il livello critico di significatività è dunque pari al 5% (o all'1%)

Se il valore ottenuto dal campione rientra fra quei valori molto rari perché inferiori al 5% (o all'1%) dei casi, allora si dovrà concludere che esso non proviene dalla popolazione definita dall'ipotesi nulla (la probabilità di ottenere tale valore solo per effetto del caso è troppo bassa)

Verifica delle ipotesi

Inferenza statistica: come funziona?

Torniamo all'esempio: È sufficiente una probabilità di .1131 per poter rifiutare l'ipotesi nulla?

.1131 è una probabilità relativamente piccola ma non abbastanza (.11 > .05) per poter concludere, con un ragionevole grado di certezza, che H_0 è falsa

NON possiamo pertanto rifiutare l'ipotesi nulla, ovvero:

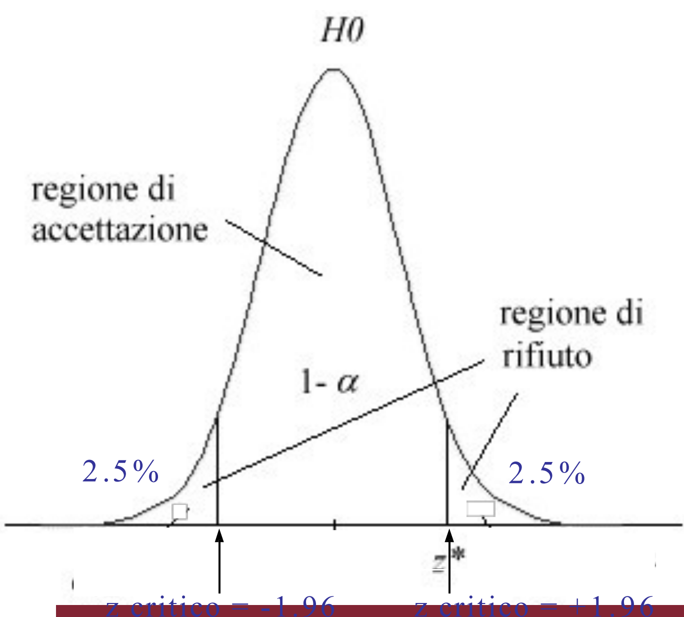
Il trattamento non ha effetto

(la popolazione da cui proviene il campione ha media pari a 24)

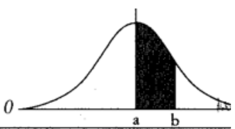
Verifica delle ipotesi

L'ipotesi alternativa può essere bidirezionale …

La regione di rifiuto è ripartita ai due estremi della distribuzione (ipotesi a due code)



Livello critico di significatività del 5 %



TAV. B. *Aree della distribuzione normale standard tra a = 0 e b > 0*

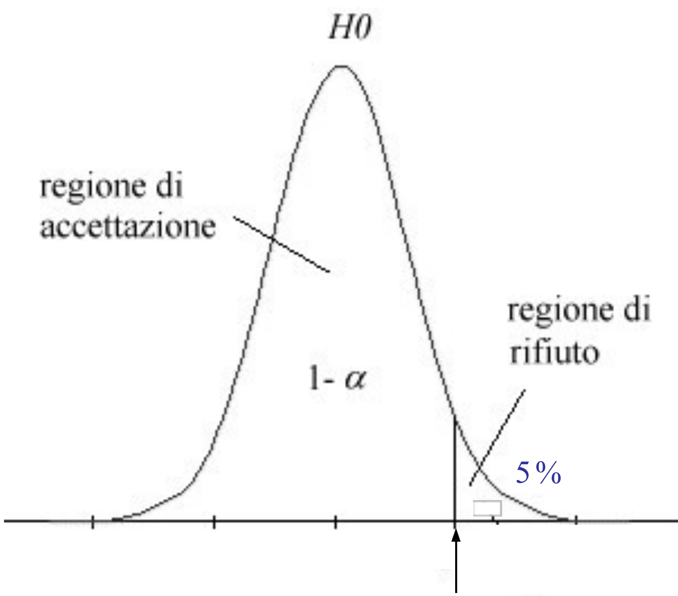
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	8.032	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4351	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	$\boxed{.4750}$	.4756	.4761	.4767

1.96 è il punteggio z che delimita il 2.5% di casi nelle due code

Verifica delle ipotesi

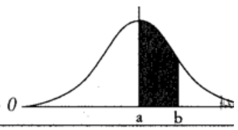
... o unidirezionale

La regione di rifiuto si trova ad un solo estremo della distribuzione (ipotesi ad una coda)



Livello critico di significatività del 5 %

TAV. B. *Aree della distribuzione normale standard tra a = 0 e b > 0*



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	8.032	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4351	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	$\boxed{.4505}$	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767

1.65 è il punteggio z che delimita il 5 % di casi in una delle due code

Verifica delle ipotesi

z "critici" e livelli critici di significatività

	IPOTESI ALTERNATIVA MONODIREZIONALE	IPOTESI ALTERNATIVA BIDIREZIONALE
.05	z = +1.65 o −1.65	z = ± 1.96
.01	z = +2.33 o −2.33	z = ± 2.58
.001	z = +3.10 o −3.10	z = ± 3.32

Livelli critici di significatività (alfa)

z critici

Verifica delle ipotesi

L'ipotesi nulla può essere vera o falsa

Nella verifica delle ipotesi, il ricercatore può rifiutarla o non rifiutarla

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori)

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta (1-**a**)	Errore di II tipo (**β**)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo (**a**)	Decisione corretta (1-**β**)

Verifica delle ipotesi

Esempio

Un test di lettura applicato a bambini di 3° elementare ha media $\mu = 100$ e deviazione standard $\sigma = 10$ (popolazione)

Il ricercatore vuole verificare se un campione di 150 bambini, sottoposti ad un corso di lettura, differisca dalla popolazione generale

La media del campione è pari a 103 con una deviazione standard di 9

Verifica delle ipotesi

Esempio

1. Formuliamo le ipotesi statistiche:

H_0: $\mu = 100$

H_1: $\mu \neq 100$ → L'IPOTESI ALTERNATIVA È BIDIREZIONALE

2. Scegliamo un livello critico di significatività del .05

3. il valore z critico associato ad un livello **a** di .05, quando l'ipotesi nulla è bidirezionale, è pari a 1.96

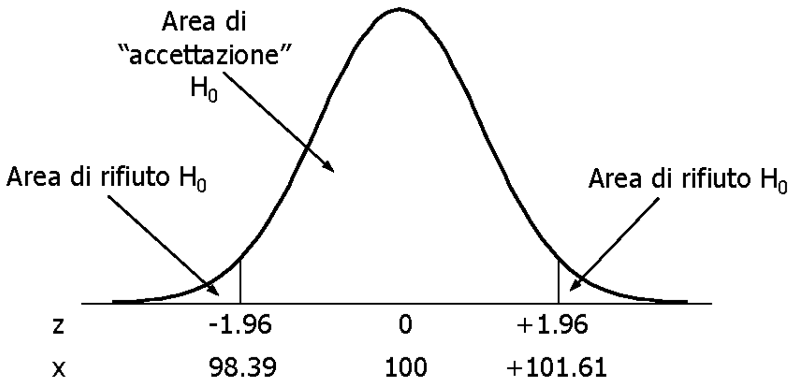
Quali sono le proprietà della distribuzione campionaria delle medie?

Media = 100

Dev. stand. (errore standard) = $10/\sqrt{150} = .82$

Forma = Normale

Esempio



Dopo aver raccolto i dati:

4. Calcoliamo il valore del test statistico:

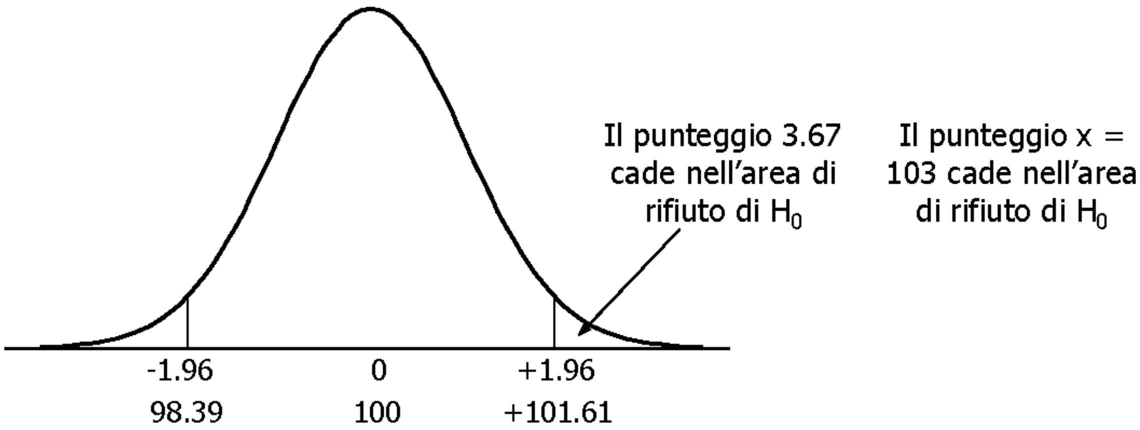
$$\frac{103-100}{\frac{10}{\sqrt{150}}} = \frac{103-100}{\frac{10}{12.25}} = \frac{3}{.82} = 3.67$$

Esempio

5. Confrontiamo il valore del test statistico con il valore critico:

$$3.67 > 1.96$$

6. Poiché il test statistico è maggiore del valore critico (ovvero il test è significativo), possiamo rifiutare l'ipotesi nulla



Verifica delle ipotesi

Esempio

Cosa cambierebbe se l'ipotesi alternativa fosse unidirezionale?

Supponiamo che il ricercatore ipotizzi che il campione di bambini sottoposti al corso di lettura presenti un punteggio più elevato al test

Le ipotesi statistiche sarebbero:

H_0: $\mu = 100$

H_1: $\mu > 100$ → IPOTESI ALTERNATIVA UNIDIREZIONALE

La distribuzione campionaria delle medie ha stessa media, stessa deviazione standard e stessa forma

Cambia invece il valore critico, che per **a** =.05 è pari a 1.65

Effect size

Abbiamo appena stabilito la probabilità associate a questo risultato, e quindi se possiamo o non possiamo rifiutare l'ipotesi nulla.
Ma quanto è forte questo effetto/differenza?

Verifica delle ipotesi

Dimensione dell'effetto

Un indice di dimensione dell'effetto molto utilizzato nel test z su un campione è la d di Cohen, che si calcola con le seguente formula:

$$d = \frac{\bar{X} - m}{\delta}$$

Linee guida per l'interpretazione della d:

<.20: trascurabile
.20 - .50: piccolo
.50 - .80: moderato
> .80: grande

"The primary product of a research inquiry is one or more measures of effect size, not p values."
~ Jacob Cohen

Verifica delle ipotesi

Dimensione dell'effetto

Esercizio 1

1. Cosa ti ricorda questa formula?

2. Cosa indica la d?
(es. come si interpreta un punteggio pari a 1)?

3. In cosa differisce dalla formula del test z?

Verifica delle ipotesi

Dimensione dell'effetto

Nell'esempio precedente: eseguiamo insieme la formula

I bambini che hanno partecipato al corso di lettura presentano una capacità di lettura più elevata rispetto alla popolazione generale, ma questa differenza è di piccola entità: circa 1/3 di una deviazione standard (.3)

Verifica delle ipotesi

Esercizio 2

Le norme di un test per la misura dell'autoefficacia scolastica indicano che la popolazione di studenti di scuola superiore ha media $\mu = 7$ e $\sigma = 2.5$

Un campione casuale di 40 studenti, dopo un trattamento per l'aumento dell'autoefficacia, presenta una media pari a 7.8

È possibile sostenere, con un livello critico di significatività del 5%, che il trattamento ha avuto un effetto positivo sull'autoefficacia?

In altri termini: il campione di studenti sottoposti al trattamento proviene dalla popolazione con media pari a 7?

Verifica delle ipotesi

Esercizio 3

Il tempo impiegato dai ragazzi di 18 anni nell'esecuzione di una prova di riconoscimento di parole ha media $m=190$ **sec. e dev. st.** $=20$

Un ricercatore vuole verificare se i ragazzi della stessa età che presentano un deficit dell'attenzione ottengono prestazione peggiori nella prova. A tal fine seleziona un campione di $n=64$ ragazzi con deficit attentivo, che sottopone alla prova. Il tempo medio ottenuto è pari a $\overline{X} = 198$. *sec.*

È possibile sostenere, con un livello critico di significatività dell'1%, che i ragazzi con deficit dell'attenzione provengono dalla popolazione generale, che ha media pari a 190?

Verifica delle ipotesi

Esercizio 4

Supponiamo di aver osservato un campione di 37 bambini bilingue e di averli sottoposti ad un test per verificare la capacità di apprendimento. Il punteggio medio ottenuto è 94.3

Ci si chiede se il campione provenga da una popolazione generale, la cui distribuzione ha media **m**= 90 e **ds**= 14

In altri termini, i bambini bilingue presentano un diverso sviluppo delle capacità cognitive rispetto ai coetanei monolingue? Utilizza un livello critico di significatività dell'1%

Calcola l'intervallo di confidenza, con un livello di fiducia del 99%

Cosa sarebbe cambiato se la media di 94.3 fosse stata osservata su un campione di 100 bambini (invece di n = 37)?

Gli errori di I e II tipo e la potenza statistica

Verifica delle ipotesi

L'ipotesi nulla può essere vera o falsa

In seguito all'esito del test statistico, il ricercatore può decidere se rifiutarla o non rifiutarla

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori)

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta $(1-\alpha)$	Errore di II tipo (β)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo (α)	Decisione corretta $(1-\beta)$

Verifica delle ipotesi

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori):

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta (1-a)	Errore di II tipo (β)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo(a)	Decisione corretta (1-β)

Errore di primo tipo: rappresenta la probabilità di rifiutare l'ipotesi nulla quando H_0 è vera: P(rifiutare H0|H0 è vera)

- Questa probabilità viene fissata a priori ad un valore particolarmente basso, in genere .05 o .01 (che equivale ad accettare un rischio molto basso di commettere un errore di I tipo)

Verifica delle ipotesi

Il livello di significatività

La probabilità di compiere un errore di I tipo corrisponde al livello critico di significatività

Viene indicato comunemente con la lettera greca ***a***(alfa)

a è la probabilità di concludere che un effetto si è verificato, quando in realtà tale effetto non esiste

Esempio:
Alfa è la probabilità di affermare che il trattamento influenza l'autoefficacia (quindi di rifiutare l'ipotesi nulla), quando in realtà il trattamento non ha alcun effetto (ovvero quando l'ipotesi nulla è vera)

Verifica delle ipotesi

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori):

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta (1-a)	Errore di II tipo (β)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo (a)	Decisione corretta (1-β)

Errore di secondo tipo: rappresenta la probabilità di non rifiutare l'ipotesi nulla quando H_0 è falsa

È inversamente proporzionale ad alfa

In genere non viene fissato a priori

Verifica delle ipotesi

L'errore di secondo tipo

La probabilità di compiere un errore di II tipo viene indicata con la lettera greca beta (β)

β è la probabilità di concludere che un effetto non si è verificato, quando in realtà tale effetto esiste

Esempio:

Beta è la probabilità di affermare che il trattamento non influenza l'autoefficacia (quindi di non rifiutare l'ipotesi nulla), quando in realtà il trattamento ha avuto effetto (ovvero quando l'ipotesi nulla è falsa)

Verifica delle ipotesi

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori):

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta (1-**a**)	Errore di II tipo (β)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo (a)	Decisione corretta (1-β)

Un altro esito possibile è non rifiutare (correttamente) l'ipotesi nulla, quando l'ipotesi nulla è vera

□la rispettiva probabilità viene indicata con 1-alfa

Verifica delle ipotesi

Vi sono quattro possibili esiti (e due tipi di errori):

	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiuto H_0	Decisione corretta (1-a)	Errore di II tipo (β)
Rifiuto H_0	Errore di I tipo (a)	Decisione corretta (1-**β**)

L'ultimo esito possibile, infine, consiste nel rifiutare (correttamente) l'ipotesi nulla, quando l'ipotesi nulla è falsa

la rispettiva probabilità viene indicata con 1-beta

Rappresenta la potenza statistica del test

Verifica delle ipotesi

La potenza statistica

La potenza statistica rappresenta la probabilità di respingere un'ipotesi nulla quando effettivamente è falsa

In altri termini, essa rappresenta la probabilità di cogliere un effetto o una differenza quando questa è presente

Il ricercatore deve considerare l'occorrenza di errori di II tipo - determinati spesso da una potenza statistica non adeguata - come ugualmente grave e minacciosa della possibilità di incorrere in errori di I tipo

Verifica delle ipotesi

La potenza statistica

Vi sono diversi fattori in grado di incidere sulla potenza del test:

1. L'ampiezza del campione
2. La dimensione dell'effetto
3. La variabilità del punteggio nella popolazione
4. Il livello di alfa
5. Il ricorso ad ipotesi alternative bidirezionali vs. monodirezionali

La potenza statistica

1. Ampiezza del campione:

Aumentando il numero di soggetti, l'errore standard diminuisce:

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}} \longrightarrow z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Errore standard

Se aumenta n, diminuisce il denominatore del test statistico (l'errore standard) e di conseguenza aumenta il valore del test statistico

La potenza statistica

2. Dimensione dell'effetto (effect size):

Se aumenta l'entità dell'effetto aumenta anche la potenza del test

L'effect size è una funzione del numeratore del test statistico

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$$

Se aumenta la differenza tra le due medie, aumenta il valore del test statistico

La potenza statistica

3. Variabilità del punteggio:

Minore è la deviazione standard della popolazione, maggiore è la potenza del test

La deviazione standard è il numeratore dell'errore standard:

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Errore standard

Se diminuisce la deviazione standard della popolazione σ (o la sua stima s), diminuisce il denominatore del test statistico (l'errore standard) e di conseguenza aumenta il valore del test statistico

Verifica delle ipotesi

La potenza statistica

4. Livello di Alfa:

Maggiore è il livello di alfa, maggiore è la potenza del test

Se alfa aumenta (es. da .01 a .05) beta diminuisce, e quindi 1 – β (la potenza del test) aumenta

a	β	1 - β
.01	.78	.22
.05	.52	.48
.10	.37	.63

In altri termini, quanto più si vuole cogliere un effetto, tanto più si deve accettare il rischio di un errore di I tipo

La potenza statistica

5. "Direzionalità" del test:

Utilizzare un test monodirezionale (piuttosto che un test bidirezionale) aumenta la potenza statistica

Quando l'ipotesi alternativa è monodirezionale, infatti, il valore critico della distribuzione è più basso

(quindi è più "facile" rifiutare H_0)

Esempio: nel caso della *z*, se alfa è pari a .05 il valore critico di un test bidirezionale è 1.96. Il valore critico di un test monodirezionale è invece 1.645