Laurea triennale in Disegno industriale

Materiali e Tecnologie – Modulo Proprietà dei Materiali

PROGETTARE CON I MATERIALI: SFORZI E DEFORMAZIONI

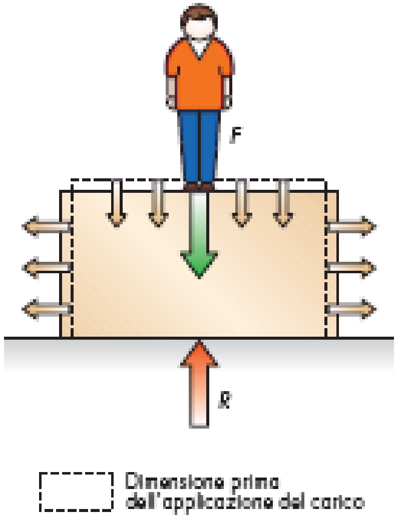
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

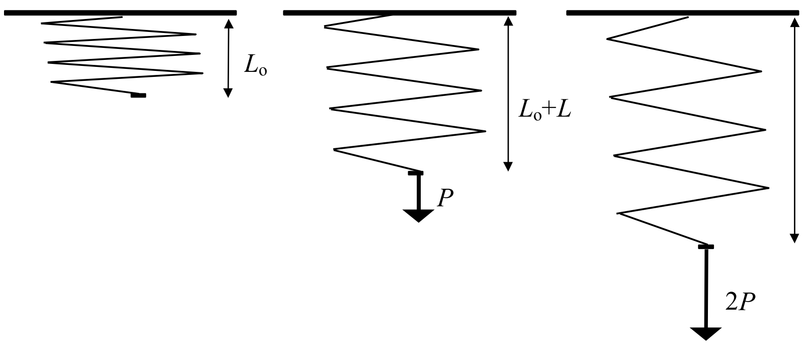
Ing. Francesco Marra

A.A. 2018/2019

Corpo deformabile

Qualsiasi corpo soggetto a forze (o momenti), subisce comunque una certa variazione delle sue dimensioni (in genere si allunga in una direzione e si accorcia nell'altra o viceversa)





Relazione tra forza applicata P e allungamento (L) di un corpo deformabile

La variazione delle dimensioni è in genere più o meno proporzionale alla forza (momento) applicata

Sforzo e deformazione

Nella progettazione e realizzazione di oggetti, componenti, apparecchiature è necessario calcolare:

- **sotto quale forza il pezzo si rompe (o comunque resta in campo elastico)**
- **di quanto esso cambia di dimensioni se soggetto ad una data forza non sufficiente per romperlo (o comunque per deformarlo in modo permanente)**

Sforzo e deformazione

Per poter giungere a tali valutazioni è tuttavia necessario tener conto delle forma iniziale del pezzo e introdurre:

- **accanto al concetto di forza quello di sforzo**
- **accanto al concetto di cambio di dimensioni (allungamento), quello di deformazione**

Sforzo

È intuitivo pensare che lo stato di sollecitazione interna di un materiale (sforzo) dipenda dalla forza applicata ma anche dalla forma del pezzo

Lo sforzo può essere valutato mediante opportuno rapporto tra la forza agente e le dimensioni del pezzo (sezione resistente)

Lo sforzo non è una grandezza effettivamente misurabile, ma solo una astrazione elaborata per facilitare il compito al progettista

Deformazione

Un corpo soggetto a delle forze subisce comunque una variazione di dimensioni (allungamento, accorciamento, ecc.)

La variazione di dimensione che subisce un corpo sottoposto a delle forze è una grandezza effettivamente misurabile, ma l'entità della variazione di forma dipende dalla dimensione iniziale

Si definisce deformazione un opportuno rapporto tra la variazione di forma e le forma iniziale

Deformazione

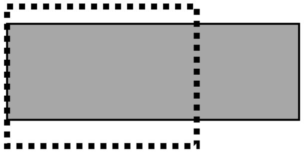
In un caso molto semplice (trazione) si immagini di avere due barre lunghe rispettivamente

lunghezza iniziale 10 cm

lunghezza iniziale 100 cm

che dopo l'applicazione di una forza subiscono una variazione di forma:

allungamento 5 cm



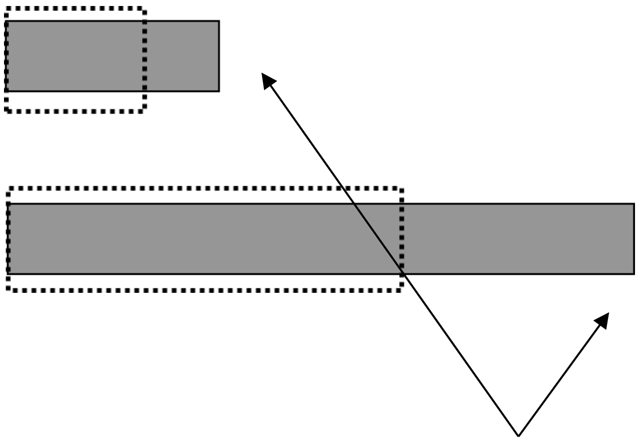
allungamento 50 cm

Deformazione

dividendo l'allungamento per la lunghezza iniziale e moltiplicando per 100 si può calcolare che

deformazione % 5/10.100 = 50%

deformazione % 50/100% = 50%



deformazione = 0,5

i due corpi hanno subito allungamenti diversi (5 cm e 50 cm) ma uguale deformazione (50%)

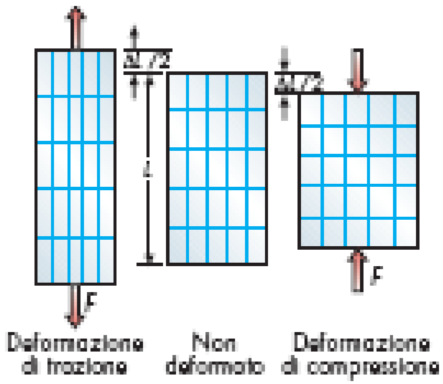
Sforzo e deformazione

I casi semplici di sforzo e connessa deformazione sono:

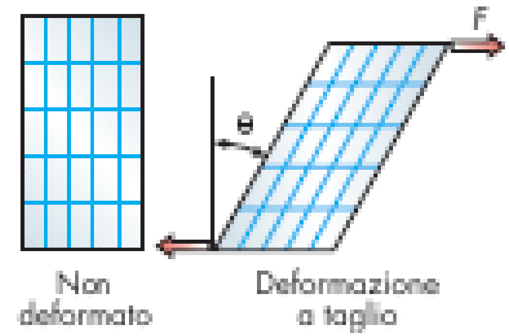
- ✓ **Trazione e compressione**
- ✓ **Taglio**
- ✓ **Flessione**
- ✓ **Torsione**

Sforzo e deformazione

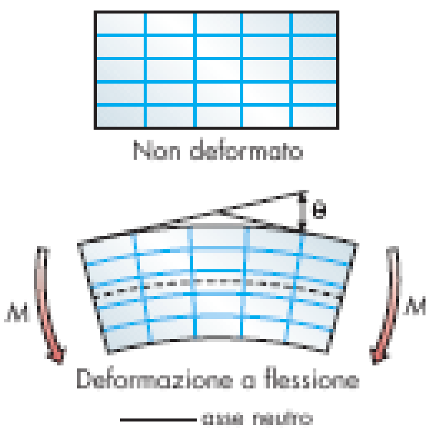
Trazione e compressione



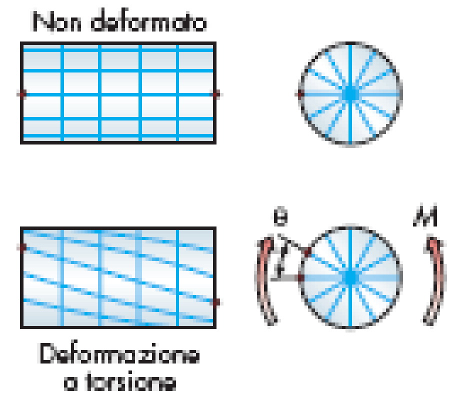
Taglio



Flessione

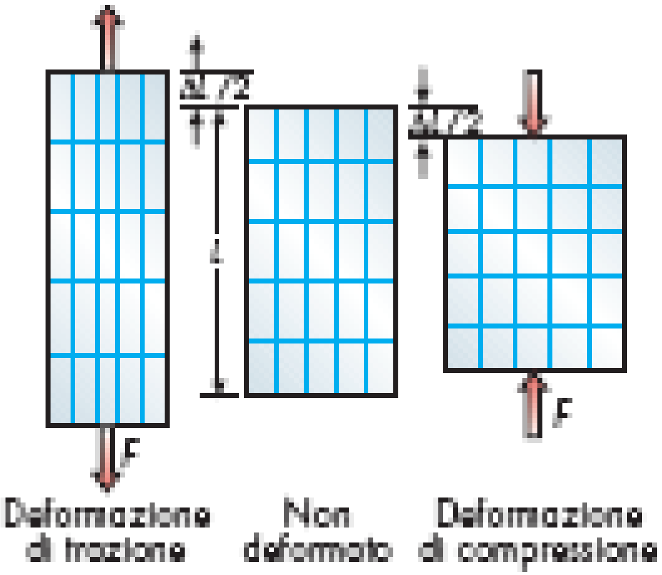


Torsione



Trazione e compressione

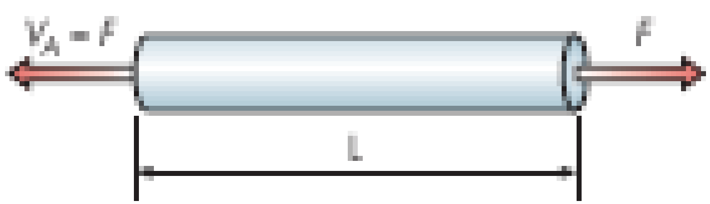
Lo stato di trazione o compressione è determinato da due forze (spesso una forza applicata e una reazione vincolare) uguali ed opposte, che agiscono lungo la stessa direzione

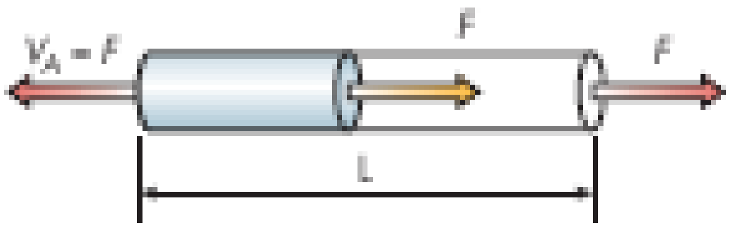


Trazione e compressione: azioni interne

valutare se la barra sia in grado di resistere oppure no alle forze applicate (si rompe oppure no) e di quanto si deformi

calcolare quale sia lo stato di sollecitazione effettivamente agente in una generica sezione (AZIONI INTERNE)

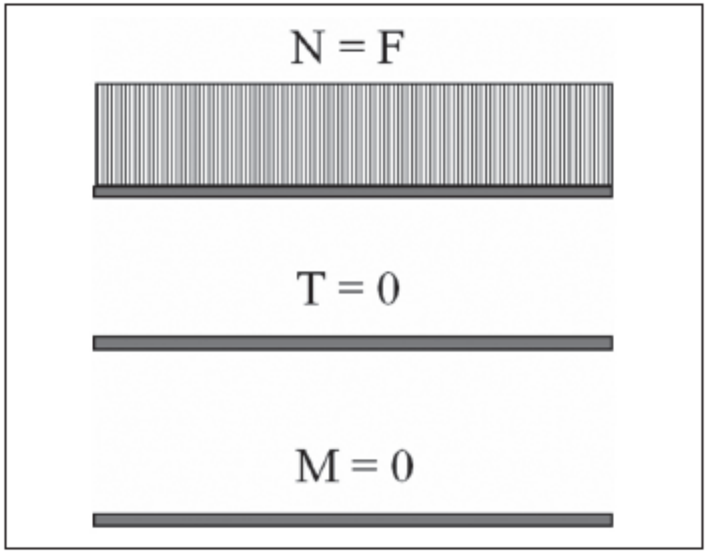




Asta con carico assiale

Lungo l'asse dell'oggetto è riportato il diagramma delle tre azioni interne N, T, M)

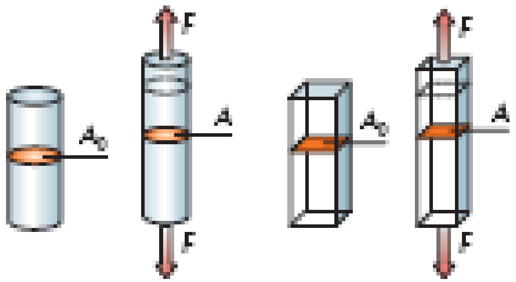
- **l'azione interna assiale N è pari alla forza F in ogni punto dell'asta [N = F]**
- **l'azione interna taglio T è sempre nulla [T = 0]**
- **l'azione interna momento M è sempre nulla [M = 0]**



Sforzo

Consideriamo una barra di sezione resistente A_0 sottoposta ad una forza F

Si definisce sforzo [nominale] (σ) il rapporto tra la forza applicata (F) e la sezione iniziale (A_0)



Sforzo [nominale] = forza/Sez. iniziale $\sigma = F/ A_0$

Unità di misura dello sforzo

Unità di misura (sistema SI):

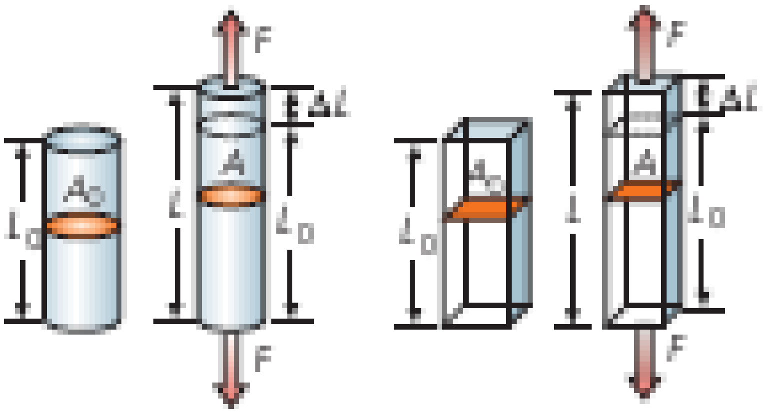
forza :	**Newton**	**N**	
Lunghezza:	**metro**	**m**	
Sforzo:	**Pascal**	**Pa (N/m^2)**	
	megaPascal	**MPa (MN/m^2)**	**(N/mm^2)**

Conversioni:

- $10^6\ N/m^2 = 10^6\ Pa = 1\ MPa = 1\ N/mm^2$
- $10^9\ N/m^2 = 10^9\ Pa = 1\ GPa$
- $1\ kg/mm^2 = 9{,}81\ MPa$

Deformazione

Consideriamo una barra di sezione resistente A0 e lunghezza l0 sottoposta ad una forza F, che si allunga fino a raggiungere la lunghezza l



Deformazione [nominale] = $(l_{fin} – l_{in}) / l_{in}$ $\varepsilon = (l – l_0) / l_0 = \Delta l / l_0$

Deformazione percentuale

La deformazione può essere espressa anche come deformazione percentuale, che è pari alla deformazione moltiplicata per 100:

$\varepsilon\% = 100 \bullet (l_{fin} - l_{in}) / l_{in}$ $\varepsilon\% = 100 \bullet (l - l_0) / l_0 = 100 \bullet \Delta l / l_0$

Unità di misura:

adimensionale **m/m** **mm/mm**

Legame sforzo-deformazione

In campo elastico (in presenza di deformazioni reversibili), il legame sforzo-deformazione è dato dalla

LEGGE DI HOOKE

$$\sigma = E \bullet \varepsilon$$

σ = sforzo applicato (in MPa),

ε = deformazione (adimensionale),

E = modulo di elasticità o di Young (in MPa).

Legame sforzo-deformazione

Unità di misura:

- **MPa, GPa**
- **1 GPa = 1000 MPa**
- **1 MPa = 10^{-3} GPa**

Valori del modulo di elasticità

La legge di Hooke permette:

- **noto il modulo di elasticità corrispondente al materiale utilizzato (E) e la deformazione subita dal materiale (ε), di calcolare lo sforzo necessario (σ) [$\sigma = E \bullet \varepsilon$],**
- **noto lo sforzo applicato (σ) e la deformazione subita dal materiale (ε), di calcolare il modulo di elasticità del materiale utilizzato (E) [$E = \sigma / \varepsilon$],**
- **e infine (utilizzo probabilmente più importante) noto lo sforzo applicato (σ) e il modulo di elasticità del materiale utilizzato (E), di calcolare la deformazione che l'oggetto subisce [$\varepsilon = \sigma / E$]**

Comportamento elasto-plastico

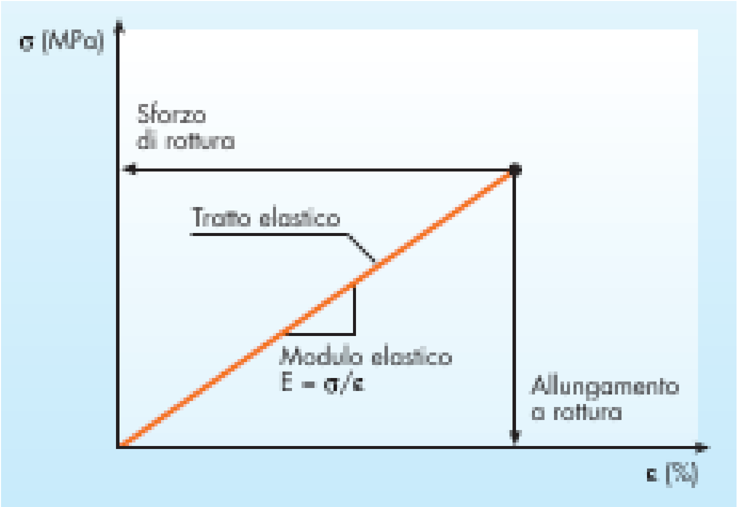
Si distinguono due tipi di materiali:

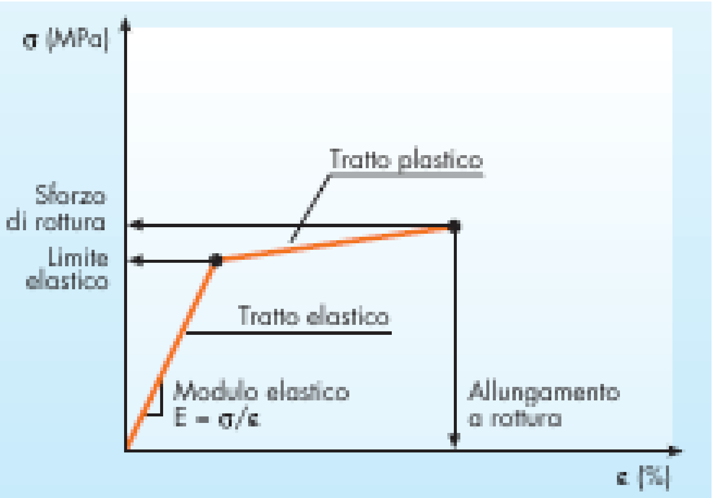
materiali DUTTILI (molti metalli, molti polimeri): in grado di subire deformazioni plastiche permanenti (si piegano prima di rompersi) comportamento ELASTO-PLASTICO

materiali FRAGILI (vetro, ceramici, legno ma anche ghisa e PMMA): non in grado di subire deformazioni plastiche permanenti (i.e.; si rompono prima di piegarsi) i materiali FRAGILI hanno solo comportamento ELASTICO

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Comportamento elasto-plastico





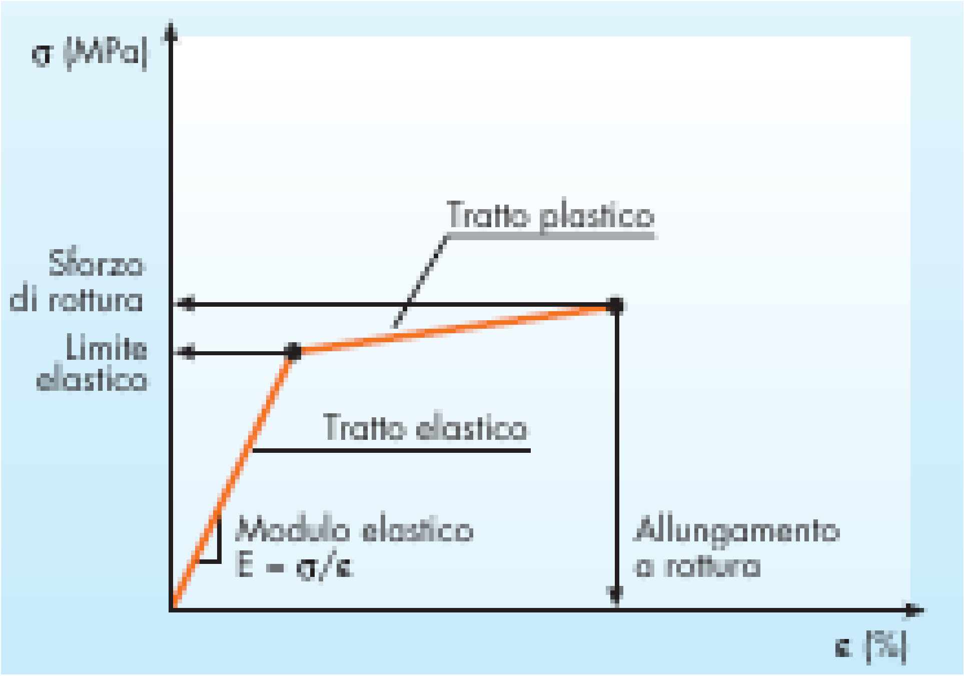
comp. elastico (fragile)

comp. elasto-plastico (duttile)

Sforzo massimo ammissibile

Comportamento duttile

la legge di Hooke (σ = E• ε) vale solo nel tratto elastico (sforzo < limite elastico)

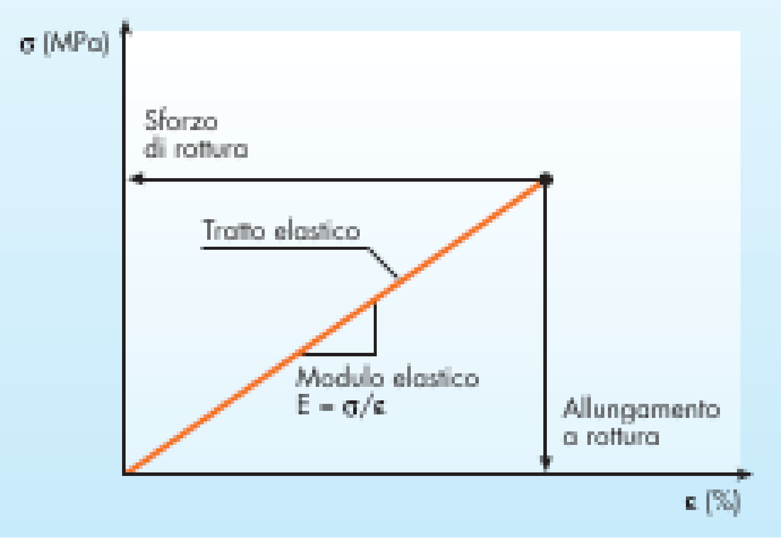


Sforzo massimo ammissibile

Comportamento fragile

la legge di Hooke (σ = E• ε)

lo sforzo massimo ammissibile coincide con lo SFORZO DI ROTTURA



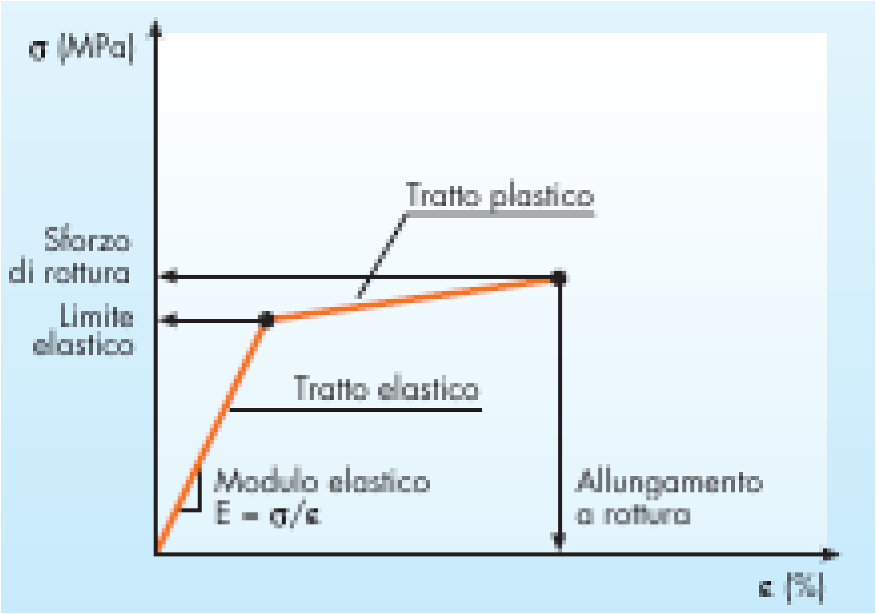
Tipici valori del modulo di elasticità

Materiale	Rigidità E (GPa)	Resistenza σ_{sn} o σ_R (MPa)	Duttilità A (%)	Tenacità K_{Ic} (MPa$\sqrt{m}$)
Acciaio	200	300	30	60
Acciaio inossidabile	200	550	35	105
Alluminio	74	260	22	28
Rame	125	50	40	60
Polietilene PE	0,8	30	600	1,6
Policarbonato PC	2,2	65	110	3,5
Calcestruzzo	20	2*	0	0,4
Vetro	70	30*	0,05	0,6
Composito fibre di vetro	22	150	0,9	15
Composito fibre carbonio	110	800	0,3	10
Legno massello	15	50	2	7
Gomma naturale	0,002	25	700	0,2

* a compressione

tabella 2_Valori di alcune proprietà meccaniche di dodici materiali significativi

Sforzo massimo ammissibile



Comportamento duttile

la legge di Hooke (σ = E• ε) vale solo nel tratto elastico (sforzo < limite elastico)

lo sforzo massimo ammissibile coincide con il LIMITE ELASTICO

(CARICO DI SNERVAMENTO) **(Salvo casi particolari)**

Formule da utilizzare

UNITA' DI MISURA

forze:	N
lunghezze:	mm
moduli di elasticità:	MPa
sforzi:	MPa
deformazioni:	adimensionali

TRAZIONE E COMPRESSIONE

$\sigma = F / A_0$ $\varepsilon = \Delta l / l_0$ $\varepsilon \% = \varepsilon \cdot 100$ $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, sottoposta ad una forza di trazione di 50 kN, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 10 GPa. Si calcoli la deformazione che subisce la barra.

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, sottoposta ad una forza di trazione di 50 kN, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 10 GPa. Si calcoli la deformazione che subisce la barra.

Dati: lo = 500 mm Ao = 100 mm2 F = 50000 N E = 10000 MPa

Incognite: ε = ? (mm/mm)

Formule: σ = F/Ao = 50000/100 = 500 MPa

ε = σ/E = 500/10000 = 0,05

Risultati: ε = 0,05

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, sottoposta ad una forza di trazione di 50 kN, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 10 GPa. Si calcoli la deformazione che subisce la barra.

Nel caso dell'esercizio precedente, si calcoli l'allungamento che subisce la barra.

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, sottoposta ad una forza di trazione di 50 kN, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 10 GPa. Si calcoli la deformazione che subisce la barra.

Nel caso dell'esercizio precedente, si calcoli l'allungamento che subisce la barra.

Dati: lo = 500 mm Ao = 100 mm^2 F = 50000 N
E = 10000 Mpa ε = 0,05

Incognite: l-lo = ? (mm)

Formule: l-lo = ε•lo = 0,05•500 = 25 mm

Risultati: l-lo = 25 mm

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 10 GPa. Si calcoli la forza di trazione in kN necessaria per determinare una deformazione dello 0,2.

Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, realizzata con un materiale con un modulo di elasticità di 100 GPa. Si calcoli la forza di trazione necessaria per determinare una deformazione percentuale del 2%.

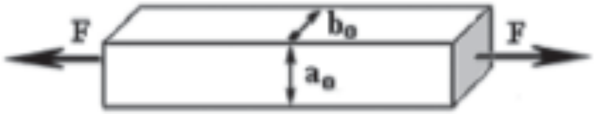
Esercizio

Si consideri una barra di lunghezza 50 cm e sezione 10x10 mm, sottoposta ad una forza di trazione di 50 kN e che subisce una deformazione dello 0,01. Calcolare il modulo di elasticità del materiale con cui è realizzata in GPa.

Esercizio

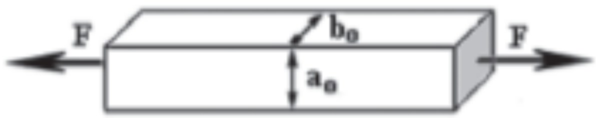
Si consideri la barra di sezione a0 = 14 mm, b0 = 10 mm, lunghezza L0 = 180 mm, realizzata con un materiale con modulo di elasticità E pari a 15 GPa.

Calcolare lo sforzo e la deformazione dovuti a due forze uguali ed opposte entrambe pari a F = 42 kN.



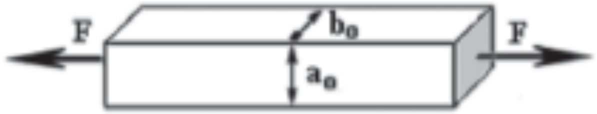
Esercizio

Si consideri un parallelepipedo con i lati a0, b0 ed L0 inizialmente di lunghezza 5, 8 e 200 mm sottoposto a una forza assiale di 400 kgf (orientata parallelamente al lato di lunghezza 200 mm). Calcolare lo sforzo agente in kgf/mm^2, kN/mm^2, MN/m^2 e MPa (1 kgf = 10 N). Ipotizzando che la lunghezza finale L sia 210 mm, calcolare la deformazione (ε) e la deformazione percentuale (ε%) subita.



Esercizio

Un parallelepipedo con i lati a0, b0 ed L0 inizialmente di lunghezza 10, 20 e 100 mm è soggetto a una forza F di 8000 kgf allineata con l'asse L0. Sapendo che il modulo di elasticità del materiale è 200 GPa, calcolare la deformazione, la deformazione percentuale e la lunghezza finale L del parallelepipedo.



Esercizio

Si immagini di sollevare un peso da 48 kg mediante un attrezzo costituito da una maniglia e un gancio di acciaio, connessi con una barra di polimero (E = 2 GPa) di lunghezza 1 m e sezione 4x4 mm^2. Calcolare, nel momento in cui il peso si solleva dal terreno, l lunghezza finale della barra di polimero.

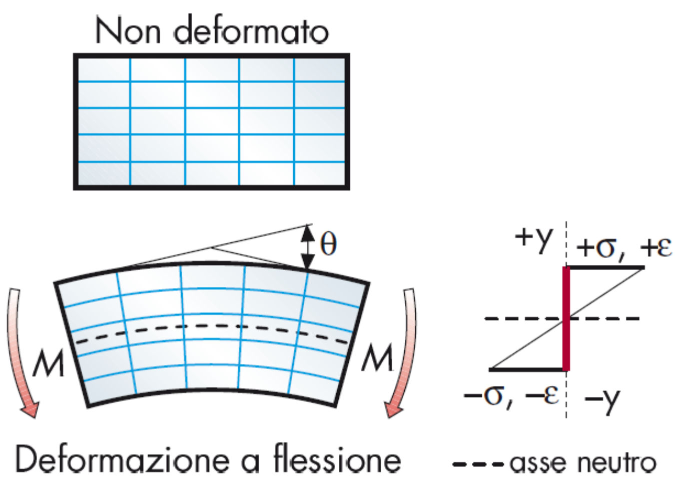
Esercizio

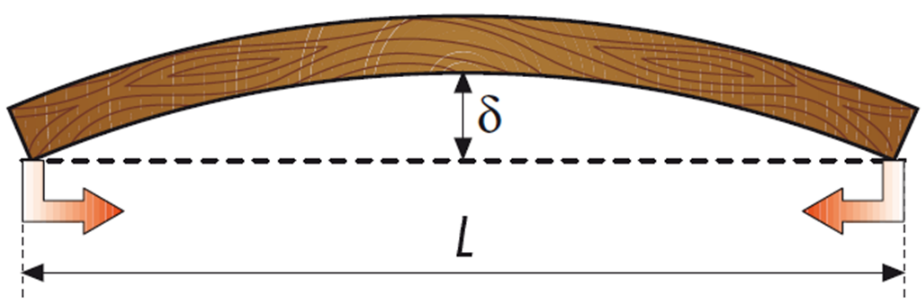
Consideriamo le gambe di una sedia, lunghe 40 cm e con sezione circolare con diametro 1 cm. Supponendo che il peso di una persona (80 kg) si divida equamente sulle 4 gambe, Calcolare lo sforzo di compressione (in MPa) e la variazione di lunghezza delle gambe (in μm) se queste sono realizzate in alluminio (80 GPa), legno (20 GPa) o in materiale polimerico (2 GPa).

Flessione

La flessione è determinata da due momenti (spesso un momento applicato e una reazione vincolare momento) uguali ed opposti, che agiscono sullo stesso piano

In una generica sezione si passa progressivamente da una situazione in cui le fibre sono sollecitate a trazione e allungate (+σ, +ε), ad una condizione in cui le fibre sollecitate a compressione e accorciate (-σ, -ε)

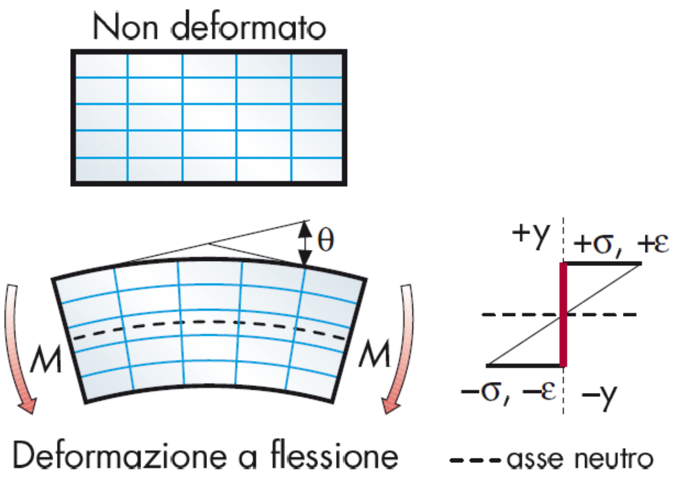


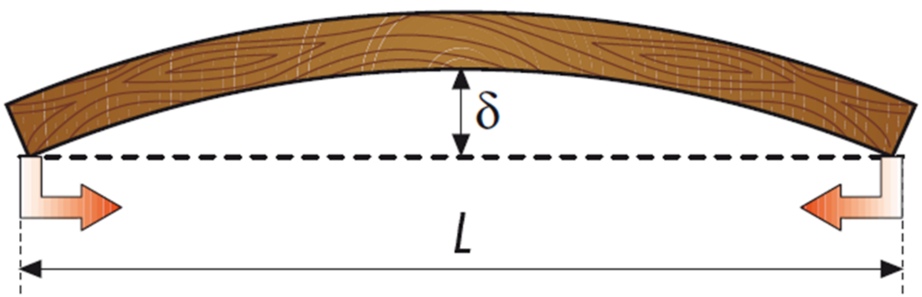


Flessione

La flessione è determinata da due momenti (spesso un momento applicato e una reazione vincolare momento) uguali ed opposti, che agiscono sullo stesso piano

Esiste una zona (asse neutro) in cui le fibre non sono né sollecitate, né deformate; in caso di geometria semplice (quadrata, rettangolare, rotonda) l'asse neutro è sulla mezzeria

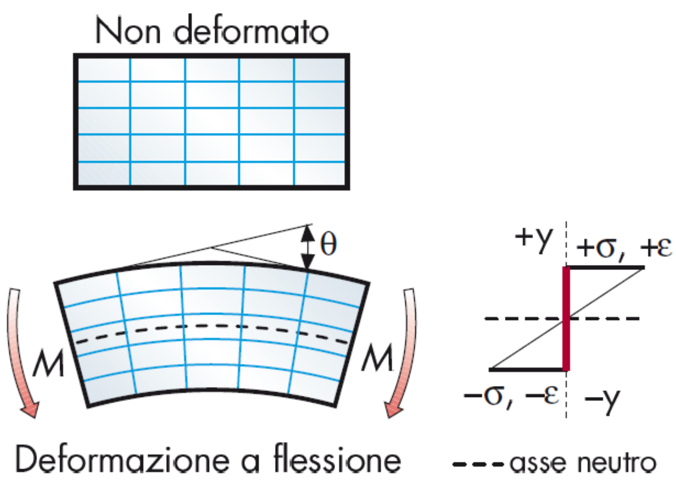


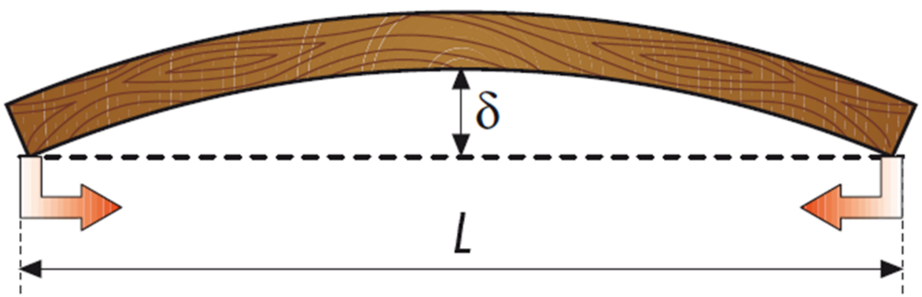


Flessione

La flessione è determinata da due momenti (spesso un momento applicato e una reazione vincolare momento) uguali ed opposti, che agiscono sullo stesso piano

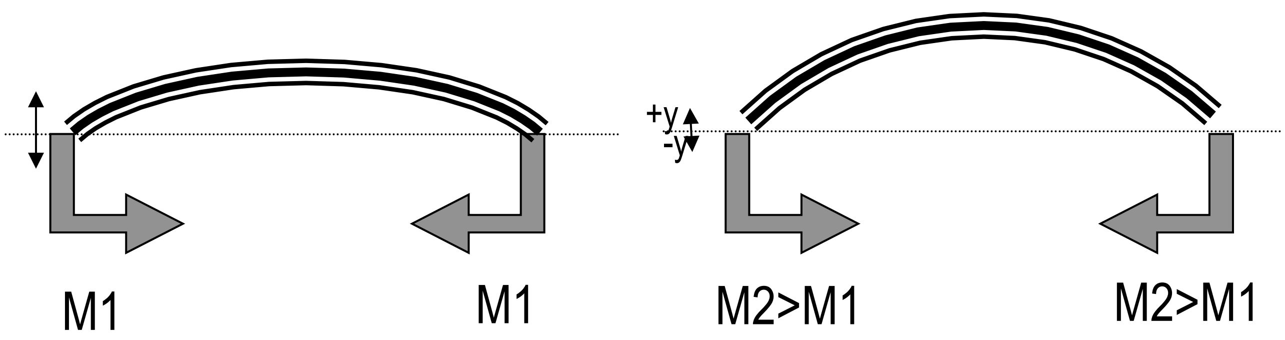
Oltre che una deformazione locale (ε) si ha anche una macro deflessione (δ) che misura lo spostamento della zona maggiormente flessa rispetto alla posizione iniziale



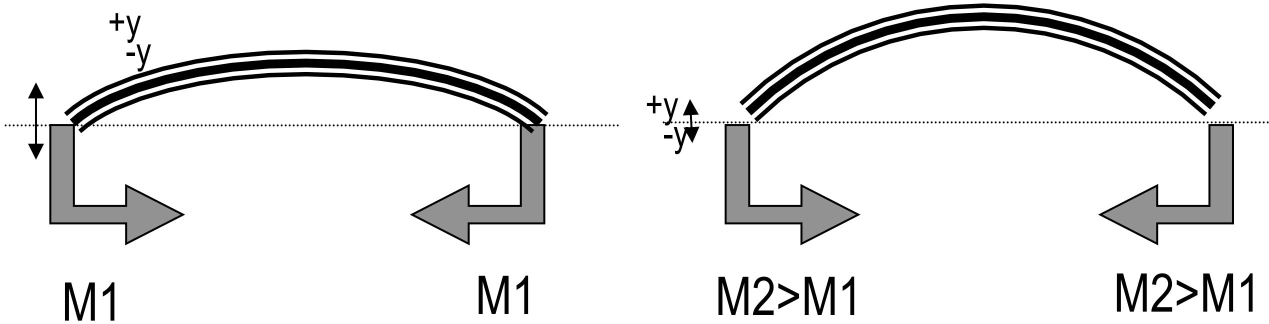


Flessione

Si consideri una trave di una certa lunghezza e sezione rettangolare, caricata con due momenti uguali ed opposti



Flessione

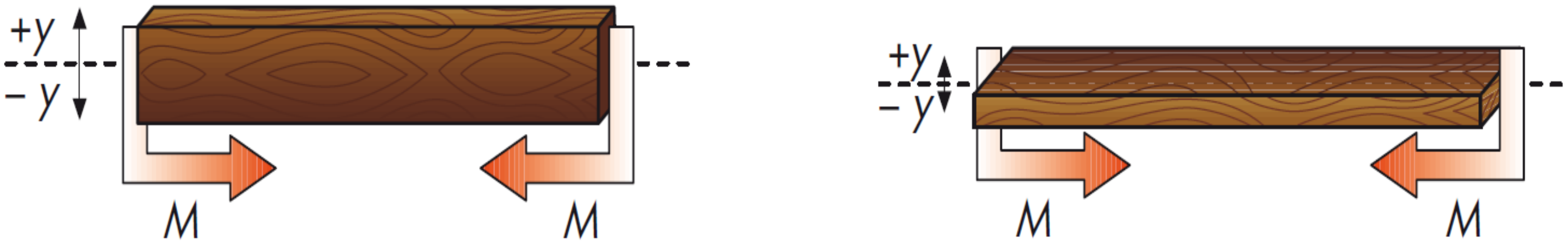


- **le travi tendono a rompersi più facilmente e a flettersi maggiormente quanto maggiore è la coppia di momenti applicati M (σ e δ aumentano con M)**
- **la sollecitazione dipende dalla posizione rispetto all'asse neutro (σ dipende da y)**

y positivo: trazione **y negativo: compressione**

y nullo (asse neutro): sforzo nullo

Flessione

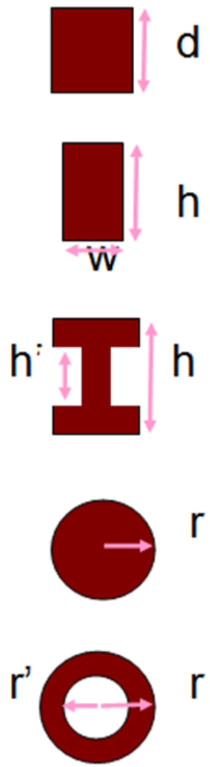


la trave orientata verticalmente (a parità di sezione, di momenti applicati M e di materiale) si rompe più difficilmente e si flette meno rispetto alla trave ribaltata di 90°

(σ e δ diminuiscono con un parametro legato alla disposizione della sezione rispetto al carico a flessione, detto MOMENTO DI INERZIA)

Momenti di inerzia

Valuta la resistenza che una sezione oppone a essere deformata e dipende dalla sua geometria



$I_{quadrata} = d^4/12$

$I_{rettangolare} = w \cdot h^3/12$

$I_{doppiaT} = (w \cdot h^3 - w' \cdot h'^3)/12$

$I_{circolare} = \pi \cdot r^4/4$

$I_{circolare\ cava} = \pi \cdot (r^4 - r'^4)/4$

Momenti di inerzia

In linea di massima il momento di inerzia:

- **è proporzionale all'altezza della sezione elevata alla terza potenza (al cubo)**
- **è proporzionale alla larghezza della sezione alla prima potenza**

Momenti di inerzia

Conseguentemente a parità di area della sezione (quantità di materiale):

- **tanto più è grande il rapporto altezza/larghezza della sezione, tanto più è alto il momento di inerzia**
- **la sezione a doppia T garantisce il massimo valore del momento di inerzia**
- **le sezioni cave determinano un momento di inerzia superiore alle sezioni piene**

Esercizio

Domande:

Calcolare il momento di inerzia delle tre seguenti sezioni (tutte di pari area):

(1) rettangolare con w = 20 mm e h = 50 mm;

(2) rettangolare con w = 50 mm e h = 20 mm;

(3) a doppia T con w = 20 mm, h = 80 mm, h’ = 60 mm, w’/2 = 5 mm.

Esercizio

Domande:

Calcolare il momento di inerzia delle tre seguenti sezioni (tutte di pari area): (1) rettangolare con w = 20 mm e h = 50 mm; (2) rettangolare con w = 50 mm e h = 20 mm; (3) a doppia T con w = 20 mm, h = 80 mm, h’ = 60 mm, w’/2 = 5 mm.

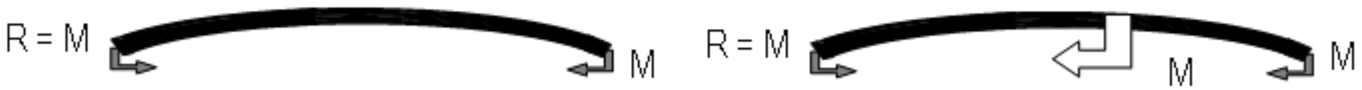
I1 = 210.000

I2 = 33.000

I3 = 670.000

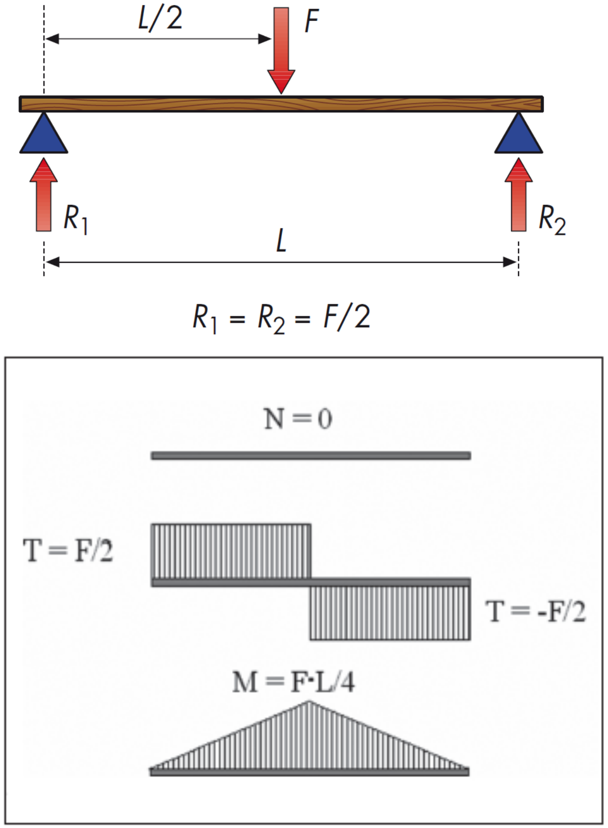
Azioni interne in caso di flessione

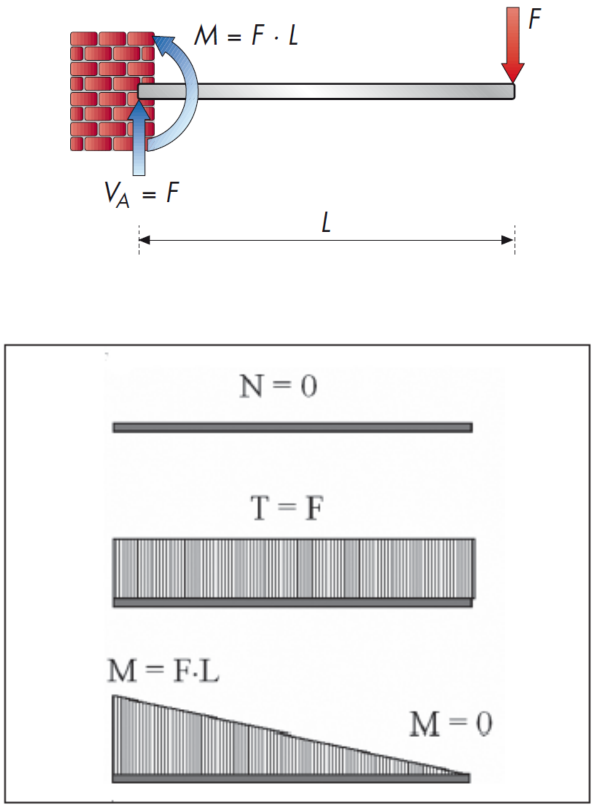
Considerazioni analoghe a quelle fatte nel caso della trazione e del taglio possono essere fatte nel caso di flessione



Azioni interne in caso di flessione

Si consideri una barra soggetta a due momenti (o ad un momento applicato ed una reazione vincolare momento) uguali ed opposte che agiscono sullo stesso piano





Flessione: sforzo

Lo sforzo in un generico punto della sezione può essere calcolato come:

$$\sigma = (M \bullet y)/I$$

σ = sforzo di trazione agente (MPa = N/mm^2)

M = momento agente (N•mm)

y = distanza dall'asse neutro (mm)

I = momento di inerzia (mm^4)

Flessione: deformazione

Localmente:

ogni fibra si deforma in base alla legge di Hooke $\sigma = E \cdot \varepsilon$

A livello macroscopico:

si ha una macro deflessione δ che a:

- aumenta con l'aumento del momento applicato M
- aumenta con il quadrato dell'aumento della lunghezza della trave L
- diminuisce con l'aumento dal momento di inerzia I
- diminuisce con l'aumento dal modulo di elasticità E

La massima deflessione che subisce la trave può essere calcolata mediante opportune formule che verranno esaminate caso per caso

Flessione: deformazione

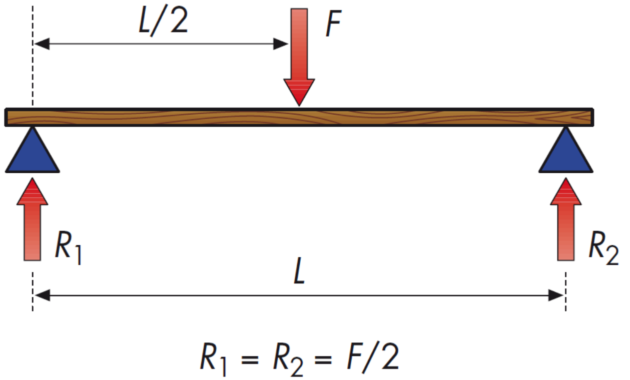
La massima deflessione che subisce la trave può essere calcolata mediante opportune formule che verranno esaminate caso per caso

$$\boxed{\delta_{max} = \frac{f\,(M \cdot L^2)}{f\,(E \cdot I)}}$$

Flessione: deformazione

il momento flettente massimo al centro della trave vale $M_{max} = F \cdot L/4$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I} = \frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot w \cdot h^2}$$



$$\delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot w \cdot h^3}$$

$y = h/2$
sezione rettangolare
$y = r$
sezione circolare

Esercizio

Una trave di lunghezza 250 cm di sezione rettangolare con w = 20 mm e h = 50 mm è soggetta a flessione da parte di una forza pari a 4,8 kN applicata nel centro della trave, che poggia su due appoggi posti alla distanza di 200 cm. Calcolare lo sforzo massimo al centro della trave.

Dati (N, mm, MPa)

- L = 2000 mm
- w = 20 mm
- h = 50 mm

Incognite

σ (MPa) = ?

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I} = \frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot w \cdot h^2}$$

$$\delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot w \cdot h^3}$$

Esercizio

Per salire a bordo la signora Franca ha usato una passerella di legno (E = 20 GPa), di lunghezza 2 metri e sezione rettangolare 35 cm x 2 cm. Che flessione subisce la trave quando la signora Franca, che pesa 70 Kg, è al centro della passerella? Usare una passerella di polimero andrebbe bene lo stesso?

Esercizio

Dati (N, mm, MPa)

- $E = 20.000$ MPa
- $L = 2000$ mm
- $w = 350$ mm
- $h = 20$ mm
- $F = 700$ N

Incognite

δ (mm) = ?

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I} = \frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot w \cdot h^2}$$

$$\delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot w \cdot h^3}$$

Esercizio

Dati (N, mm, MPa)

- E = 20.000 MPa
- L = 2000 mm w = 350 mm
- h = 20 mm F = 700 N

Incognite

δ (mm) = ?

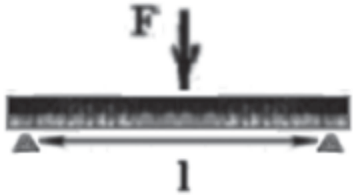
$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I} = \frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot w \cdot h^2}$$

$$\boxed{\delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot w \cdot h^3}}$$

δ_{max} = = 700•2000^3/(4•20000•350•20$^{3)}$ = 25 mm

Se la passerella fosse stata di polimero (E = 2 GPa anziché 20 GPa) la flessione sarebbe stata dieci volte tanto (250 mm) e pertanto sarebbe stata inaccettabile.

Esercizio



Si consideri la trave su due appoggi in figura con L = 1 m e sezione rettangolare di larghezza w = 20 cm ed altezza h =20 mm, cui viene applicata al centro una forza F = 1,2 kN. Calcolare il valore dello sforzo agente σ (in MPa) in un punto prossimo al punto di applicazione della forza e il valore del modulo di elasticità minimo del materiale E (in GPa) con cui deve essere fatta la mensola perché la deflessione massima δ sia 7,5 mm.

Verificare infine se, una volta scelto il materiale, la mensola si rompe o meno.

Esercizio

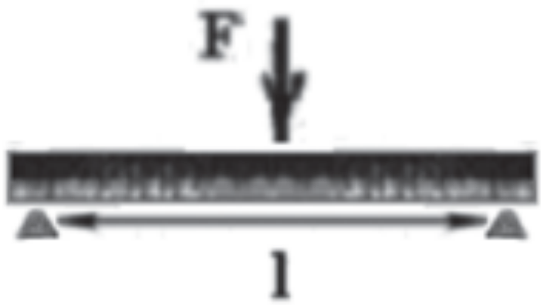
Dati (N, mm, MPa)

- $L = 1000$ mm
- $w = 200$ mm
- $h = 20$ mm
- $F = 1200$ N
- $\delta_{max} = 7{,}5$ mm

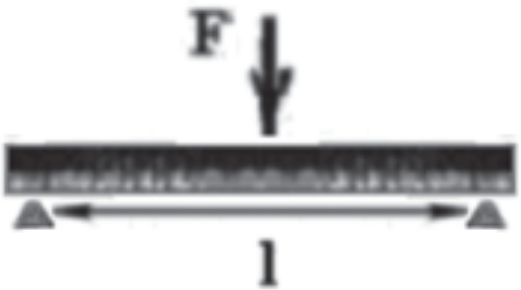
Incognite

σ (MPa) = ?

E (GPa) = ?



Esercizio



Svolgimento

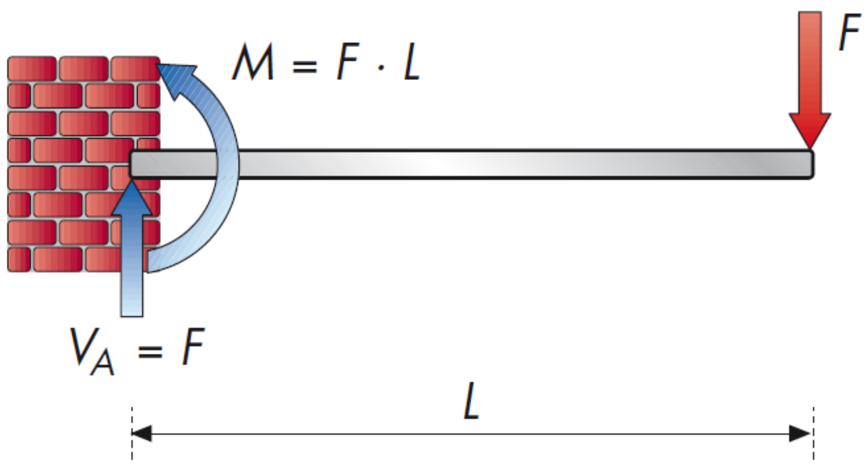
$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I} = \frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot w \cdot h^2}$$

$$\delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot w \cdot h^3}$$

$E = 1200 \cdot 1000^3/(4 \cdot 7{,}5 \cdot 200 \cdot 20^3) = 25000$ MPa = 25 GPa

$\sigma = 3 \cdot 1200 \cdot 1000/(2 \cdot 200 \cdot 20^2) = 22{,}5$ MPa

Flessione: trave incastrata



$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot h \cdot 12}{2 \cdot w \cdot h^3} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{w \cdot h^2} \qquad \delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot w \cdot h^3}$$

Flessione: trave incastrata

Si consideri l'asta incastrata di lunghezza L = 1,8 m e sezione quadrata di lato 6 cm, cui viene applicata una forza F = 3,6 kN. Calcolare lo sforzo agente σ (in MPa) all'incastro e il valore della deflessione δ (in cm) che si verifica sull'asta, realizzata con materiale con modulo di elasticità E pari a 32,4 GPa

Flessione: trave incastrata

Dati (N, mm, MPa)

- $L = 1800$ mm
- $w = 60$ mm
- $h = 60$ mm
- $F = 3600$ N
- $E = 32400$ MPa

Incognite

σ (MPa) = ?

δ (cm) = ?

Flessione: trave incastrata

Svolgimento

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{F \cdot L \cdot h \cdot 12}{2 \cdot w \cdot h^3} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{w \cdot h^2} \qquad \delta_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot w \cdot h^3}$$

$\sigma = 6 \cdot F \cdot L / w \cdot h^2 = 6 \cdot 3600 \cdot 1800 / 60 \cdot 60^2 = 180$ MPa

$\delta_{max} = 4 \cdot F \cdot L^3 / E \cdot w \cdot h^3 = 4 \cdot 3600 \cdot 1800^3 / 32400 \cdot 60 \cdot 60^3 = 200$ mm $= 20$ cm

Flessione: trave incastrata

Si consideri un cartello stradale di altezza 2 metri con il cartello di dimensioni 10x10 cm^2 su cui soffia un vento in grado di determinare una forza di 10 N/cm^2. Calcolare lo sforzo massimo e la deflessione massima se il palo è fatto in legno con diametro 10 cm o in acciaio con diametro esterno 6 cm e spessore di parete 3 mm.