LEZIONE 10

2/11/20

SISTEMA IDROSTATICO → DESCRITTO DA 3 VARIABILI

- CHIUSO
- PRESSIONE UNIFORME

P, V, T → NON INDIPENDENTI MA LEGATE DA EQUAZIONE DI STATO

ES. $PV = nRT$ (GAS IDEALE)

$$T = T(P, V) \qquad V = V(P, T) \qquad P = P(V, T)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$$

$$\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \alpha(T, P)$$ COEFFICIENTE DI ESPANSIONE TERMICA (VOLUMETRICO)

$$-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = K_T(T, P)$$ COMPRESSIBILITA' ISOTERMA

α $\left[\frac{1}{T}\right]$ DIMENSIONI $\left(\frac{1}{K}\right)$ UNITA'

SOLIDI ($\times 10^{-6}\ K^{-1}$)
- INVAR ~ 3
- VETRO ~ 30
- ALLUMINIO ~ 75

LIQUIDI
- MERCURIO ~ 180
- ACQUA ~ 210
- OLIO DI OLIVA ~ 700
- ETANOLO ~ 1000

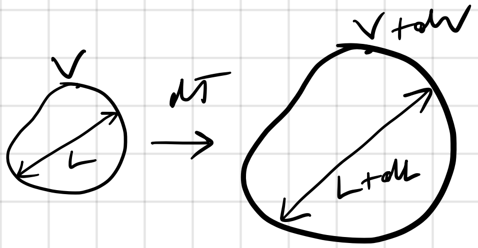
$\alpha \sim 100\ 10^{-6}\ \frac{1}{K}$

$\frac{\Delta V}{V} \sim \frac{10^{-4}}{K} 10^2 K = 1\%$

FREEZING TO BOILING WATER

GAS
- ARIA ~ 3400 (T, P AMBIENTE)

GAS IDEALE → $$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial}{\partial T}\frac{nRT}{P}\right)_P = \frac{nR}{PV} = \frac{1}{T}$$



$$dV = \alpha V\, dT \qquad V = c L^3 \quad \Rightarrow \quad 3 \cancel{c} \cancel{L^2} dL = \alpha \cancel{c} \cancel{L^3} dT$$

$$\frac{1}{L}\frac{dL}{dT} = \frac{\alpha}{3}$$ COEFFICIENTE ESPANSIONE LINEARE

ES. PROGETTARE TERMOMETRO A MERCURIO CON SENSIBILITÀ DI 0.1 °C

$$\frac{\Delta h}{\Delta T} \sim \frac{1\ \text{mm}}{0.1\ °C}$$ → DISTANZA TACCHE LEGGIBILE A OCCHIO

$$h(T) = \frac{V(T)}{S(T)}$$

AREA SEZIONE INTERNA CAPILLARE

IN GENERALE

$$S = c L^2$$

AREA

COSTANTE ADIMENSIONALE

$$\Downarrow$$

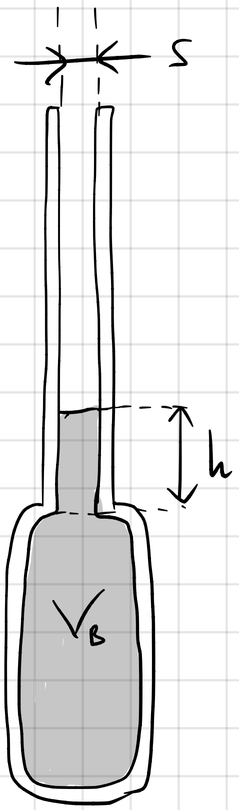
$$\frac{1}{S}\frac{dS}{dT} = 2\,\frac{1}{L}\frac{dL}{dT} = \frac{2}{3}\alpha$$

$$\frac{dh}{dT} = \frac{dV}{dT\, S} - \frac{dS}{dT}\frac{V}{S^2} = \frac{V \alpha_{Hg}}{S} - \frac{2}{3}\alpha_g \frac{\cancel{S} V}{S^2} =$$

$$= \frac{V}{S}\left(\alpha_{Hg} - \frac{2}{3}\alpha_g\right) = h\left(\alpha_{Hg} - \frac{2}{3}\alpha_g\right)$$

$$h = \frac{\Delta h}{\Delta T}\frac{1}{\alpha_{Hg} - \frac{2}{3}\alpha_g} = \frac{10^{-2}\ \text{m}}{\cancel{K}}\frac{\cancel{K}}{(180 - 20)\,10^{-6}}$$

$$= \frac{100}{1.6}\ \text{m} \sim 60\ \text{m}\,!$$



S = SEZIONE CAPILLARE

V_B = VOLUME BULBO

V_M = VOLUME MERCURIO

$$h = \frac{V_M - V_B}{S}$$

INIZIALMENTE $T = T_0$ $\quad V_M = V_{M0}$ $\quad V_B = V_{B0}$ $\quad S = S_0$ $\quad h = h_0$

$T \longrightarrow T_0 + \Delta T \qquad \Delta h = ?$

$$\frac{\Delta h}{\Delta T} \sim \frac{dh}{dT} = \frac{1}{S_0}\left(\frac{dV_M}{dT} - \frac{dV_B}{dT}\right) - \frac{V_{M0} - V_{B0}}{S_0^2}\frac{dS}{dT}$$

PER SEMPLICITÀ NEI CONTI ASSUMIAMO

$V_{M0} = V_{B0} = V_0$

$$\frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{V_0}{S_0}\left(\alpha_{Hg} - \alpha_g\right)$$

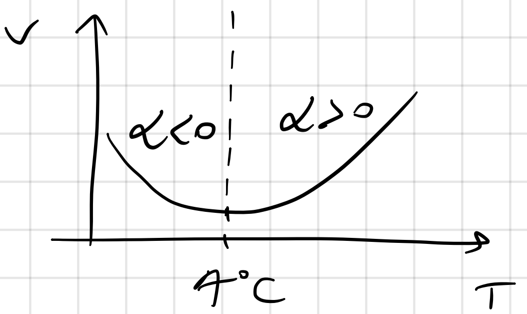
PRENDIAMO AD ESEMPIO SEZIONE CAPILLARE 50 μm

$$V_0 = S_0 \frac{\Delta h}{\Delta T} \frac{1}{\alpha_{Hg} - \alpha_g} = \pi \left(50 \cdot 10^{-6}\, m\right)^2 \frac{10^{-2}\, m}{\cancel{K}} \frac{10^6\, \cancel{K}}{150} =$$

0.5 ml

$\alpha > 0$ IN GENERE MA PUÒ ESSERE ANCHE < 0

ES. ACQUA $T < 4°C$



$$K_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \qquad B_T = K_T^{-1} = -V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

B_T: MODULO DI BULK ISOTERMO

B_T $[P]$ (Pa)

		GPa ($\sim 10^4$ atm)
SOLIDI	VETRO	50
	ACCIAIO	160
	DIAMANTE	400
LIQUIDI	ACQUA	2
	Hg	25
GAS	ARIA	10^{-4}

(NUCLEO TERRA ~ 300 GPa)

GAS IDEALE

$$B_T = -V\left(\frac{\partial}{\partial V}\frac{nRT}{V}\right)_T = +\frac{\cancel{V}\,nRT}{V^{\cancel{2}}} = P = 1\ \text{atm} = 10^5\ \text{Pa}$$

K_S: COMPRESSIBILITÀ ADIABATICA
$\to$ O ENTROPIA COSTANTE COME VEDREMO PIÙ AVANTI)

PER UN GAS IDEALE CHE VIENE COMPRESSO ADIABATICAMENTE E QUASI STATICAMENTE

$$PV^\gamma = \text{cost} \qquad \ln P + \gamma \ln V = \text{cost}$$

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$$

$$K_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\gamma P} = \frac{K_T}{\gamma}$$

(MENO COMPRESSIBILE CHE A T COSTANTE)