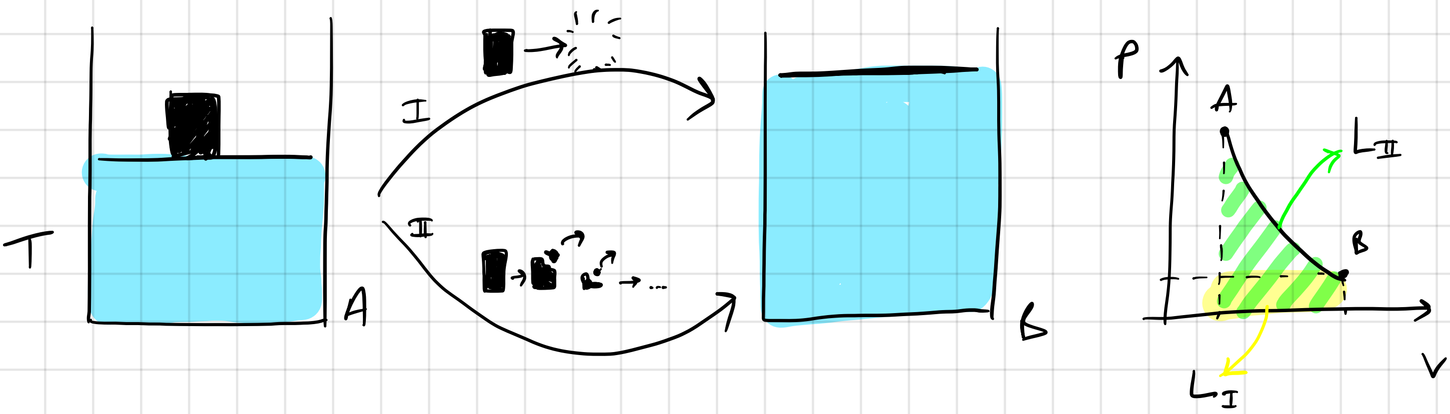
LEZIONE 9

30/10/20

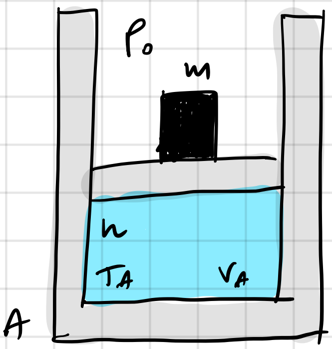
PER UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA AVEVAMO TROVATO:



L_{II} (QUASISTATICO) $> L_I$

$T_B = T_A \Rightarrow \Delta U = 0$
$\Downarrow$
$Q = L$

CASO I | ADIABATICA QUASISTATICA DI UN GAS IDEALE



$$dU = \cancel{\delta Q} - P\,dV < 0$$

$$\Downarrow$$

$$dU = n c_V\, dT \Rightarrow dT < 0$$

IL SISTEMA SI RAFFREDDA DURANTE L'ESPANSIONE

$$PV = nRT \rightarrow P\,dV + V\,dP = nR\,dT$$

$$n c_V\, dT = -P\,dV \rightarrow dT = -\frac{P\,dV}{n c_V}$$

$$P\,dV + V\,dP = -\frac{\cancel{n}R}{\cancel{n}c_V} P\,dV \qquad P\,dV\left(1 + \frac{R}{c_V}\right) + V\,dP = 0$$

$$\frac{c_V + R}{c_V} = \frac{c_P}{c_V} = \gamma$$

DIVIDENDO PER PV $\rightarrow \frac{dV}{V}\gamma + \frac{dP}{P} = 0$

$$d\,\gamma \log V + d \log P = 0 \rightarrow d \log V^\gamma P = 0 \Rightarrow \boxed{PV^\gamma = \text{cost}}$$

$$PV^\gamma = cost$$ VALE SOLO SE L'ADIABATICA È QUASI STATICA

$$V \propto \frac{T}{P} \Rightarrow P\left(\frac{T}{P}\right)^\gamma = cost \rightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = cost$$

$$\downarrow$$

$$T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cost$$

$$T_B P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$L_I = -\Delta U = nc_v(T_A - T_B) = nc_v T_A \left(1 - \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

CASO II - SOLLEVAMENTO ISTANTANEO (IL SISTEMA PASSA PER STATI DI NON EQUILIBRIO)

DALLA DEF. DI LAVORO:

$L_{II} = \int P\,dV \rightarrow$ È VERA SEMPRE SE P È LA PRESSIONE ESTERNA. RAPPRESENTA IL LAVORO COMPIUTO DALLE FORZE ESTERNE SUL SISTEMA CAMBIATO DI SEGNO

SE, COME IN QUESTO CASO, LA P EST. È COSTANTE:

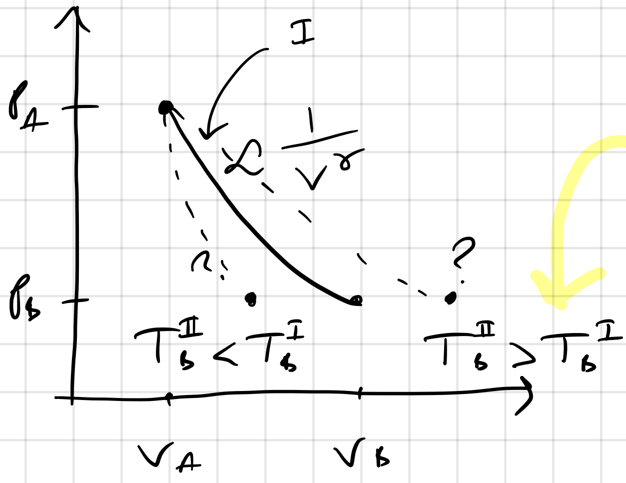
$$L_{II} = P_B(V_B - V_A) = P_B V_B - P_B V_A = P_B V_B - \frac{P_B}{P_A} P_A V_A =$$

$$= nR\left(T_B - \frac{P_B}{P_A} T_A\right)$$

$$\cancel{n}c_v(T_B - T_A) = -\cancel{n}R\left(T_B - \frac{P_B}{P_A} T_A\right)$$

$$T_B\left(1 + \frac{R}{c_v}\right) = T_A\left(1 + \frac{R}{c_v}\frac{P_B}{P_A}\right) \qquad \frac{R}{c_v} = \frac{c_p - c_v}{c_v} = \gamma - 1$$

$$T_B = \frac{T_A}{\gamma}\left(1 + (\gamma - 1)\frac{P_B}{P_A}\right)$$

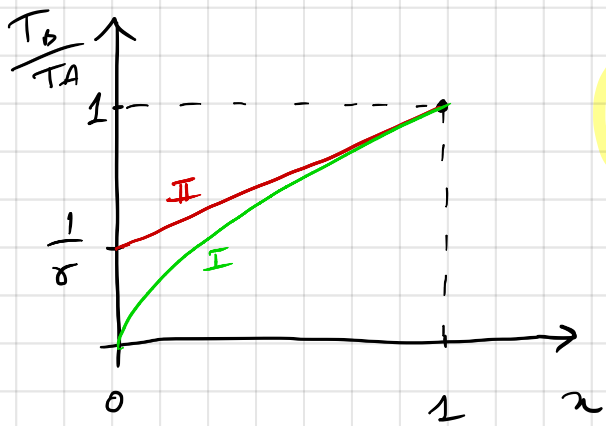


DOVE RICOMPARE IL SISTEMA ALL'EQUILIBRIO?

DOBBIAMO CONFRONTARE LE TEMPERATURE DELLO STATO FINALE DOPO I PROCESSI I e II

I) $T_B^{I} = T_A \boxed{x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$ $\qquad x = p_B/p_A$

II) $T_B^{II} = T_A \boxed{\frac{1+(\gamma-1)x}{\gamma}}$



$$T_B^{II} > T_B^{I} \Rightarrow |\Delta U^{I}| > |\Delta U^{II}|$$

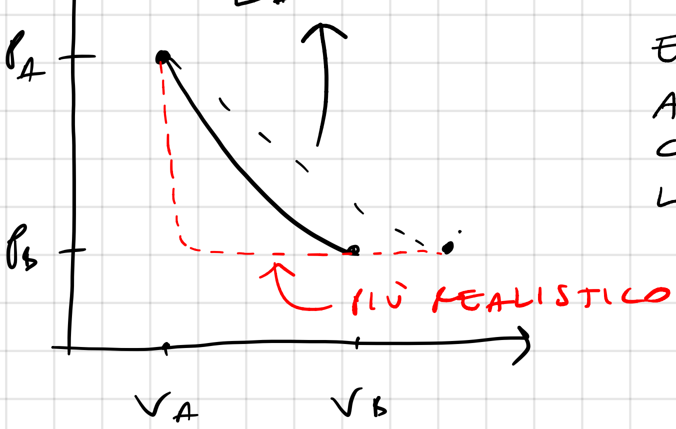
$$\Downarrow$$

$$L^{I} > L^{II}$$

PIÙ AVANTI VEDREMO CHE È UNA CONSEGUENZA DEL II PRINCIPIO

N.B.
LA LINEA TRATTEGGIATA NON HA NIENTE A CHE FARE CON L'ANDAMENTO DELLA PRESSIONE NELLA TRASFORMAZIONE

$L_{II} < L_{I}$



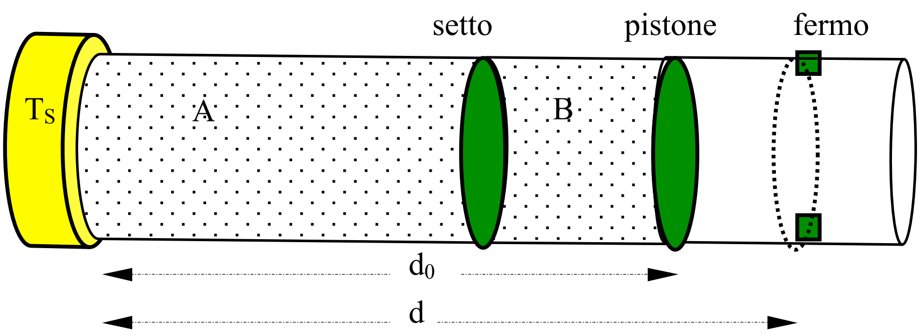
E QUINDI È SEMPRE VERA, ANCHE QUANDO NON SAPPIAMO CALCOLARE DIRETTAMENTE IL LAVORO (E QUINDI T_B^{II})

ESONERO I 30/11/2011

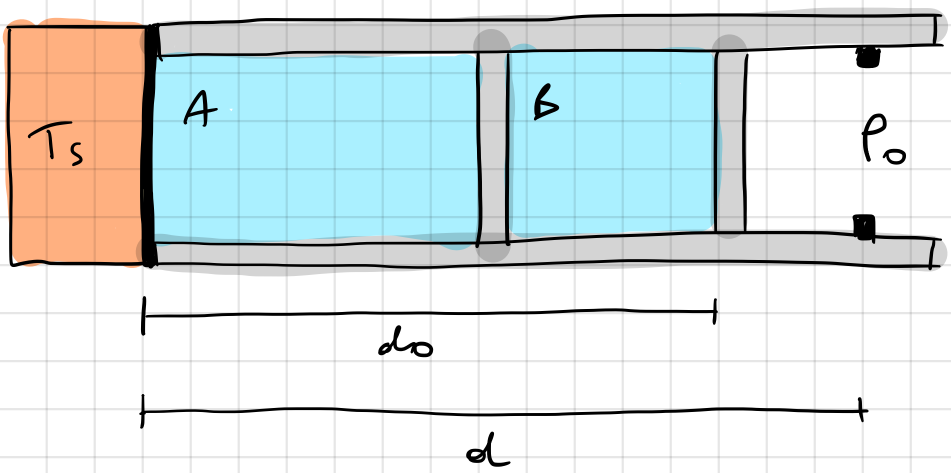
Esercizio 2

Un contenitore cilindrico adiabatico, di sezione S = 100 cm^2, dotato di un fondo conduttore, è chiuso da un pistone adiabatico, mobile senza attrito, che lo separa dall'ambiente esterno a pressione atmosferica P_0 = 1.00 *atm*. Il cilindro è diviso in due comparti da un setto isolante di spessore trascurabile, libero di scorrere senza attrito. A distanza d = 200 *cm* dalla parete conduttrice si trova un fermo che ha la funzione di arrestare la corsa del pistone. Nella camera a sinistra sono contenute n_A = 0.300 moli di gas perfetto monoatomico, mentre nella camera di destra ci sono n_B = 0.200 moli dello stesso gas.
Inizialmente il fondo conduttore è a contatto con una sorgente di calore alla temperatura T_S = 500 *K* e il pistone si trova ad una distanza d_0 = 173 *cm* dalla parete conduttrice (stato 1).
Si fa salire molto lentamente la temperatura della sorgente fino a quando il pistone tocca il fermo (stato 2).
Si aumenta ulteriormente la temperatura della sorgente finchè il setto separatore non arriva a distanza d_0 dal fondo (stato 3).

1) Determinare le coordinate termodinamiche dello stato iniziale.
2) Descrivere le trasformazioni subite dai due gas e calcolare le coordinate termodinamiche degli stati 2 e 3 per ognuno dei due gas.
3) Calcolare il lavoro compiuto e il calore scambiato dai due gas in ogni trasformazione.
4) Descrivere la legge della pressione in funzione del volume che regola, dopo l'arresto del pistone, il comportamento del gas a contatto con la sorgente di calore e dire se tale legge ha pendenza negativa o positiva
5) Supponendo che il fermo venga rimosso improvvisamente, dire che tipo di trasformazioni subiscono i due gas e disegnare nel piano di Clapeyron tutte le trasformazioni subite dai due gas (non è richiesta la determinazione dello stato finale)



ESERCIZIO



$n_A = 0.300$ mol

$n_B = 0.200$ mol

$T_s = 500$ K

$d = 200$ cm

$d_0 = 173$ cm

$S = 100$ cm^2

STATO 1

	P (atm)	V (l)	T (K)
A	1	12.3	500
B	1	5	304

$T_A = T_s \qquad P_{A1} = P_{B1} = P_0 \qquad V_{A1} + V_{B1} = S\, d_0$

$$P_0 V_{A1} = n_A R T_s \qquad V_{A1} = \frac{n_A R T_s}{P_0} = \frac{0.3 \text{ mol } 8.314 \text{ J } 500 \cancel{K}}{\text{mol } \cancel{K} \; 10^5 \text{ Pa}} =$$

$100 \text{ cm}^2 = 10^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$

$$= 0.0123 \text{ m}^3 = 12.3 \text{ l}$$

$$V_{B1} = S\, d_0 - V_{A1} = 0.0173 - 0.0123 = 0.005 \text{ m}^3$$

$$P_0 V_{B1} = n_B R T_{B1} \rightarrow T_{B1} = \frac{P_0 V_{B1}}{n_B R} = 304 \text{ K}$$

STATO 2

	P (atm)	V (l)	T (K)
A	1	15	609
B	1	5	304

$$V_{A2} + V_{B2} = S\,d = 0.02 \ m^3$$

$$\left.\begin{array}{l} P_B V_B^{\gamma} = cost \\ P_B = P_0 = cost \end{array}\right\} \Rightarrow V_B = cost$$

$\Downarrow$

B TRASLA SENZA CAMBIARE VOLUME

$$V_{B2} = V_{B1}$$

$$V_{A2} = S\,d - V_{B2} = 0.02 - 0.005 \ m^3 = 0.015 \ m^3$$

$$nRT_{A2} = P_0 V_{A2} \qquad T_{A2} = \frac{P_0 V_{A2}}{nR} = 609 \ K$$

STATO 3

	P (atm)	V (l)	T (K)
A	2.78	17.3	$1.95\ 10^3$
B	2.78	2.7	458

$V_{A3} = S\, d_0 = 17.3\, l \qquad V_{B3} = S\,(d - d_0) = 2.7\, l$

$P_{A3} = P_{B3} = P_3 > P_0$

$\frac{5\, \cancel{R}\, \cancel{2}}{\cancel{2}\, 3\, \cancel{R}} = \frac{5}{3}$

$P_{B3} V_{B3}^{\gamma} = P_{B2} V_{B2}^{\gamma} \Rightarrow P_3 = P_0 \left(\frac{V_{B2}}{V_{B3}} \right)^{\gamma} = 2.78\ atm$

$T_{A3} = \frac{P_3 V_{A3}}{n_A R} = 1.95\ 10^3\ K \qquad T_{B3} = \frac{P_3 V_{B3}}{n_B R} = 458\ K$

3) $1 \to 2$

A) $Q_A = n_A c_p (T_{A2} - T_{A1}) = 680\ J$

$L_A = p_{A1} (V_{A2} - V_{A1}) = 273\ J$

B) $Q_B = L_B = 0$

$2 \to 3$

B) $Q_B = 0 \qquad L_B = -\Delta U_B = n_B c_v (T_{B2} - T_{B3}) = -387\ J$

A) $L_A = -L_B = 387\ J$

$Q_A = \Delta U_A + L_A = n_A c_v (T_{A3} - T_{A2}) + L_A = 5.44\ kJ$

4) $\left.\begin{array}{l} p_A = p_B \\ p_B V_B^{\gamma} = cost \\ V_B = Sd - V_A \end{array}\right\} \quad p_A = \dfrac{cost}{(Sd - V_A)^{\gamma}}$

$$\frac{dp_A}{dV_A} = +\gamma \frac{cost}{(Sd - V_A)^{\gamma+1}} > 0$$

5)