

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♣ - **Esercizio 1.** Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} xy dx dy$$

dove Ω è dato dall'unione del trapezio di vertici $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$, $(-1, -1)$ e del semicerchio di centro l'origine, raggio 1 e ordinate positive.

♣ - **Esercizio 2.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\ln(x + 3y) + \frac{x}{x + 3y}, \frac{\alpha x}{x + 3y} \right),$$

trovare i valori reali di α che rendono il campo conservativo nel suo dominio. Per tali valori di α , trovare il lavoro compiuto dal campo per spostare un punto materiale da $(1, 0)$ a $(2, 0)$.

♣ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte e -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} \frac{2xe^{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

dove Ω è la parte di cerchio di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel primo quadrante.

Risposta: A 0 B Nessuna delle altre risposte C $e - 1$ D $e^4 - 1$ E $e^2 - 1$

Esercizio 4. Calcolare l'area della figura racchiusa dalla seguente curva,

$$\gamma(t) = \begin{cases} x = (1-t)^2 t \\ y = (1-t)t \end{cases}, \quad t \in [0, 1]$$

(**Suggerimento:** la curva è semplice, e percorsa in senso antiorario; non occorre disegnarla.)

Risposta: A Nessuna delle altre risposte B $\frac{1}{50}$ C $\frac{1}{60}$ D $\frac{1}{70}$ E $\frac{1}{80}$

Esercizio 5. Si consideri la spirale γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \cos t, \\ y(t) = t \sin t. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(2\pi, 0)$ è:

Risposta: A $(1, 2\pi)$ B $(-1, -2\pi)$ C $\frac{(1, 2\pi)}{\sqrt{1+4\pi^2}}$ D $\frac{(-1, -2\pi)}{\sqrt{1+4\pi^2}}$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} y ds$ lungo la curva γ di equazione $y = 2x^2$, $x \in [0, 1]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: A $\int_0^1 \sqrt{1+16x^2} dx$ B $\int_0^1 2x^2 \sqrt{1+4x} dx$ C $\int_0^1 2x^2 \sqrt{1+16x^2} dx$

D $\int_0^1 \sqrt{1+4x^4} dx$ E nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

◇ - **Esercizio 1.** Calcolare il seguente integrale

$$2 \iint_{\Omega} xy dx dy$$

dove Ω è dato dall'unione del trapezio di vertici $(-1,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,1)$ e dal semicerchio di centro l'origine, raggio 1 e ordinate negative.

◇ - **Esercizio 2.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\ln(4x + y) + \frac{4x}{4x + y}, \frac{\alpha x}{4x + y} \right),$$

trovare i valori reali di α che rendono il campo conservativo nel suo dominio. Per tali valori di α , trovare il lavoro compiuto dal campo per spostare un punto materiale da $(2, 0)$ a $(0, 1)$.

◇ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte e -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3

Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} \frac{xe^{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

dove Ω è la parte di cerchio di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel quarto quadrante.

Risposta: A 0 B Nessuna delle altre risposte C $\frac{e-1}{2}$ D $\frac{e^4-1}{2}$ E $\frac{e^2-1}{2}$

Esercizio 4

Calcolare l'area della figura racchiusa dalla seguente curva,

$$\gamma(t) = \begin{cases} x = 2(1-t)^2 t \\ y = 2(1-t)t \end{cases}, \quad t \in [0, 1]$$

(Suggerimento: la curva è semplice, e percorsa in senso antiorario; non occorre disegnarla.)

Risposta: A Nessuna delle altre risposte B $\frac{1}{10}$ C $\frac{1}{15}$ D $\frac{1}{20}$ E $\frac{1}{25}$

Esercizio 5

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^5 - t, \\ y(t) = t^3. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(0, 1)$ è:

Risposta: A $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ B $(4, 3)$ C $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ D $(-4, 3)$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} y ds$ lungo la curva γ di equazione $y = 3x^2$, $x \in [0, 1]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: A $\int_0^1 \sqrt{1+36x^2} dx$ B $\int_0^1 3x^2 \sqrt{1+36x^2} dx$ C $\int_0^1 3x^2 \sqrt{1+9x^4} dx$

D $\int_0^1 \sqrt{1+6x} dx$ E nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♠ - **Esercizio 1.** Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} xy \, dx dy$$

dove Ω è dato dall'unione del trapezio di vertici $(0, -1)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ e del semicerchio di centro l'origine, raggio 1 e ascisse negative.

♠ - **Esercizio 2.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{\alpha y}{x + 3y}, \ln(x + 3y) + \frac{3y}{x + 3y} \right),$$

trovare i valori reali di α che rendono il campo conservativo nel suo dominio. Per tali valori di α , trovare il lavoro compiuto dal campo per spostare un punto materiale da $(1, 0)$ a $(1, 1)$.

♠ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte e -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} \frac{2xe^{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

dove Ω è la parte di cerchio di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel terzo quadrante.

Risposta: A 0 B Nessuna delle altre risposte C $1 - e$ D $1 - e^4$ E $1 - e^2$

Esercizio 4

Calcolare l'area della figura racchiusa dalla seguente curva,

$$\gamma(t) = \begin{cases} x = 3(1-t)^2 t \\ y = 3(1-t)t \end{cases}, \quad t \in [0, 1]$$

(**Suggerimento:** la curva è semplice, e percorsa in senso antiorario; non occorre disegnarla.)

Risposta: A Nessuna delle altre risposte B $\frac{1}{20}$ C $\frac{3}{20}$ D $\frac{5}{20}$ E $\frac{9}{20}$

Esercizio 5

Si consideri la spirale γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \cos t, \\ y(t) = t \sin t. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(0, \frac{\pi}{2})$ è:

Risposta: A $\frac{(\frac{\pi}{2}, 1)}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}}$ B $(\frac{\pi}{2}, 1)$ C $\frac{(-\frac{\pi}{2}, 1)}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}}$ D $(-\frac{\pi}{2}, 1)$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} y ds$ lungo la curva γ di equazione $y = -x^2$, $x \in [0, 1]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: A $-\int_0^1 x^2 \sqrt{1+4x^2} dx$ B $\int_0^1 \sqrt{1+4x^2} dx$ C $-\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^4} dx$

D $\int_0^1 \sqrt{1-2x} dx$ E nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

Esercizio 1 - ♡. Calcolare il seguente integrale

$$2 \iint_{\Omega} xy dx dy$$

dove Ω è dato dall'unione del trapezio di vertici $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(-1, 1)$ e del semicerchio di centro l'origine, raggio 1 e ascisse positive.

Esercizio 2 - ♡. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{\alpha y}{4x + y}, \ln(4x + y) + \frac{y}{4x + y} \right),$$

trovare i valori reali di α che rendono il campo conservativo nel suo dominio. Per tali valori di α , trovare il lavoro compiuto dal campo per spostare un punto materiale da $(2, 0)$ a $(0, 2)$.

Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte e -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale

$$\iint_{\Omega} \frac{xe^{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

dove Ω è la parte di cerchio di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel secondo quadrante.

Risposta: A 0 B Nessuna delle altre risposte C $\frac{1-e}{2}$ D $\frac{1-e^4}{2}$ E $\frac{1-e^2}{2}$

Esercizio 4

Calcolare l'area della figura racchiusa dalla seguente curva,

$$\gamma(t) = \begin{cases} x = 2(1-t)^2 t \\ y = 2(1-t)t \end{cases}, \quad t \in [0, 1]$$

(**Suggerimento:** la curva è semplice, e percorsa in senso antiorario; non occorre disegnarla.)

Risposta: A Nessuna delle altre risposte B $\frac{1}{15}$ C $\frac{1}{20}$ D $\frac{1}{25}$ E $\frac{1}{30}$

Esercizio 5. Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t - t^5, \\ y(t) = t^3. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(0, 1)$ è:

Risposta: A $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ B $(4, 3)$ C $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ D $(-4, 3)$ E Nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} y ds$ lungo la curva γ di equazione $y = x^3$, $x \in [0, 1]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: A Nessuna delle altre risposte B $\int_0^1 \sqrt{1+9x^4} dx$ C $\int_0^1 \sqrt{1+x^6} dx$

D $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^2} dx$ E $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+9x^4} dx$