le basi sperimentali

punto materiale isolato

dipendenza delle forze dalla distanza

esistenza di sistemi inerziali

esistono sistemi nei quali un corpo fermo rimane fermo

principio di relatività galileiana

le leggi fisiche sono le stesse in tutti i riferimenti inerziali

il problema della gravità

annullamento delle forze esterne
(vincolo, attrito, cuscino d’aria etc.)

caduta libera

l’ascensore di Einstein
l’assenza di peso degli astronauti

piccola digressione:

la terra è un riferimento inerziale?

sembrerebbe di no, visto che un corpo libero fermo cade! ma in realtà ciò è dovuto alla forza peso

appoggiando il corpo su un piano la forza peso è cancellata dalla reazione vincolare

ma se si bilancia la forza peso con la reazione vincolare, l'attrito rallenta il moto uniforme

se si elimina anche l'attrito (ghiaccio, cuscino d'aria), al limite finalmente sembra di si.

in realtà no, visto che la terra gira su se stessa.

etc. etc.

una visione moderna

- esistenza di sistemi inerziali
- relatività galileiana
- evidenza sperimentale della conservazione della quantità di moto totale di un sistema isolato
- evidenza sperimentale della conservazione del momento angolare totale di un sistema isolato

$$\vec{j} = \vec{r} \wedge \vec{q}, \quad \vec{J} = \sum \vec{j}$$

cosa c’è di bello

- i due principi di conservazione mantengono la loro validità sperimentale su tutte le scale note dell’universo
- sono legati a proprietà semplicissime di omogeneità e isotropia dello spazio(-tempo)
- sopravvivono al passaggio dalla relatività di Galilei alla relatività di Einstein
- sopravvivono al passaggio alla meccanica quantistica
- da questi principi si possono ricavare i principi del “modello standard”

si può far vedere che...

- i due principi di conservazione mantengono la loro validità sperimentale su tutte le scale note dell'universo
- sono legati a proprietà semplicissime di omogeneità e isotropia dello spazio(-tempo)
- sopravvivono al passaggio dalla relatività di Galilei alla relatività di Einstein
- sopravvivono al passaggio alla meccanica quantistica
- da questi principi si possono ricavare i principi del "modello standard"

terzo principio

evidenza sperimentale della conservazione della quantità di moto e del momento angolare per qualunque sistema isolato

$$f=\frac{dq}{dt}\quad \left.\begin{matrix} F=\dfrac{dQ}{dt} & F=F_i+F_e \\ \text{se } F_e=0 & \dfrac{dQ}{dt}=0 \end{matrix}\right\}\Rightarrow F_i=0 \qquad m=\frac{dj}{dt}\quad \left.\begin{matrix} M=\dfrac{dJ}{dt} & M=M_i+M_e \\ \text{se } M_e=0 & \dfrac{dJ}{dt}=0 \end{matrix}\right\}\Rightarrow M_i=0$$

le risultanti delle forze interne e dei momenti delle forze interne sono entrambe nulle!

le forze interne sono a due a due uguali ed opposte, e dirette secondo la stessa linea di azione

il secondo principio

- Si può ricavare $F = ma$ dalle leggi di conservazione?
- non solo la risposta è positiva, ma è anche possibile sciogliere la circolarità della definizione delle forze
- però questa è la parte più faticosa (per gli insegnanti e per gli studenti) da inserire nel percorso didattico standard

dalla conservazione di Q a F=ma

Consideriamo un sistema isolato di due punti. La conservazione della quantità di moto si scrive $m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{costante}$

che derivata diventa $m_1 a_1 = -m_2 a_2$

$$a_1 = -\frac{m_2}{m_1} a_2 = -k_{21} a_1$$

Oltre che allontanandolo da altri corpi, il sistema a due corpi può essere considerato "quasi" isolato se l'interazione è molto rapida, ossia impulsiva ("urto")

In tal modo la variazione di velocità dovuta all'urto tra i due corpi è molto maggiore di quella dovuta ad altri corpi lontani

Sperimentalmente si osserva che nell'urto il rapporto tra le accelerazioni (e quindi tra le masse) di due corpi è indipendente dalla cinematica dell'urto considerato e dallo stato interno dei corpi

L'urto tra due corpi può essere considerato la più elementare verifica sperimentale della conservazione della quantità di moto per un sistema isolato

definizione operativa di massa inerziale

la relazione tra le accelerazioni può essere usata per una definizione operativa di massa che non richiede il ricorso alle forze:

definendo m_1 come campione di massa, $m_1 = 1$ u.m., la massa di ogni altro corpo può essere determinata in un urto col primo:

$$m_2 = k_{12}\text{u.m.}, \qquad m_3 = k_{13}\text{u.m.}, \qquad \text{etc.}$$

Ovviamente è verificato che

$$m_3 = k_{13} = k_{12}k_{23} = m_2 k_{23}$$

e quindi in un urto tra 2 e 3 si ha $a_3 = -\dfrac{m_2}{m_3}a_2$

N.B. non abbiamo fatto nessuna ipotesi sulla natura dell'interazione responsabile dell'urto

f = ma!

avendo definito operativamente le masse senza ricorrere alle forze, se definiamo adesso $f_{21} = m_1 a_1$ campione "dinamico" di forza

allora $m_2 a_2 = -m_1 a_1 = -f_{21} = f_{12}$

e quindi in generale qualunque corpo materiale che urta il primo subisce una forza che verifica la relazione

$f_{1i} = m_i a_i$ che senza perdere di generalità può essere scritta come

$$f = ma$$

Teorema dell'impulso o della quantità di moto

$$f = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad f\Delta t = m\Delta v = \Delta(mv)$$

estensione ai sistemi:

secondo teorema del centro di massa

(cancellazione delle forze interne)

Teorema delle forze vive o dell'energia cinetica

$$f = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad f\Delta t = m\Delta v \quad \rightarrow \quad fv\Delta t = mv\Delta v$$

$$f\Delta x = mv\Delta v = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)$$

estensione ai sistemi:

teorema di Koenig e ruolo delle forze interne

(non cancellazione del lavoro delle forze interne)

forze esterne ed energia interna

teoremi derivati dal II principio, di validità generale indipendentemente dalla conservatività delle forze

forze conservative

conservazione dell'energia

energia potenziale come integrale del lavoro per le forze conservative

energia potenziale come energia dipendente dalla posizione nello spazio

il potenziale della forza peso

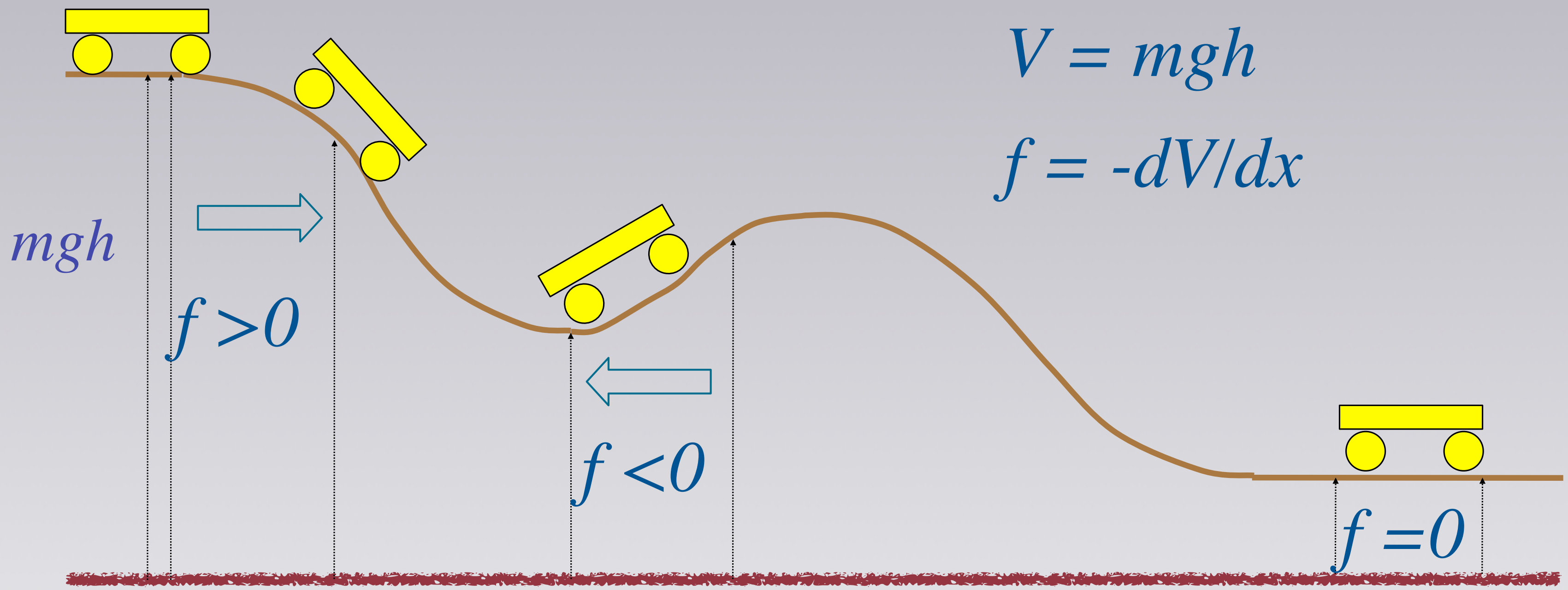
- chi paga il lavoro della forza peso?

il paradigma delle montagne russe

le montagne russe e l’energia potenziale

$$V = mgh$$

$$f = -dV/dx$$



l’energia potenziale diminuisce:
la velocità aumenta

l’energia potenziale è costante:
il moto è uniforme

l’energia potenziale aumenta:
la velocità diminuisce

il paradigma delle montagne russe

- energia potenziale come energia dipendente dalla posizione nello spazio
- forza come variazione dell’energia potenziale
- imparare a “vedere” la dinamica attraverso l’energia potenziale
- la dinamica di due sistemi completamente diversi che hanno la stessa energia potenziale deve essere identica

simmetria e conservazione

uniformità dello spazio e invarianza per traslazioni

- tratto piano delle montagne russe

invarianza per traslazioni e conservazione della quantità di moto

- tratto circolare delle montagne russe

isotropia dello spazio e invarianza per rotazioni

invarianza per rotazioni e conservazione del momento angolare

moti “naturali”:

- il moto rettilineo uniforme
  - difficile da dimostrare a causa dell’attrito
- la rotazione di un corpo rigido
  - facile da dimostrare con una trottola o un giroscopio (attrito trascurabile)
- il moto circolare uniforme
  - moto vincolato da una guida (roulette)
  - moto dei pianeti