

MATEMATICA II (SES/SG) – 2021/2022

ESERCIZI LEZIONE 12

Esercizio 1. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \log(\cos x), \quad f_2(x) = x^x, \quad f_3(x) = \sin(\log x).$$

[Soluzione: $f_1'(x) = -\tan x$; $f_2'(x) = (1 + \log x)x^x$; $f_3'(x) = \frac{\cos(\log x)}{x}$.]

Esercizio 2. Calcolare le prime tre derivate delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}, \quad f_2(x) = \frac{\log x}{x}, \quad f_3(x) = x\sqrt{1 - x^2}.$$

[Soluzione: $f_1'(x) = -4\frac{x}{(x^2-1)^2}$, $f_1''(x) = 4\frac{3x^2+1}{(x^2-1)^3}$, $f_1'''(x) = -48\frac{x^3+x}{(x^2-1)^4}$; $f_2'(x) = \frac{1-\log x}{x^2}$, $f_2''(x) = \frac{2\log x-3}{x^3}$, $f_2'''(x) = \frac{11-6\log x}{x^4}$; $f_3'(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$, $f_3''(x) = \frac{2x^3-3x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$, $f_3'''(x) = \frac{-3}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}}$.]

Esercizio 3. Calcolare l'equazione cartesiana delle seguenti rette

- (1) la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 + x$ nel suo punto di ascissa (coordinata orizzontale) $x_0 = 1$;
- (2) la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \cos(2x)$ nel suo punto di ascissa $x_0 = \pi/3$;
- (3) la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sqrt{3x-1}$ nel suo punto di ascissa $x_0 = 3$.

[Soluzione: (1) $y = 2(2x - 1)$; (2) $y = -\sqrt{3}x + \frac{2\pi\sqrt{3}-3}{6}$; (3) $y = \frac{\sqrt{2}}{8}(3x + 7)$.]

Esercizio 4. Determinare i coefficienti a, b, c , della funzione

$$f(x) = ax^4 + bx + c$$

in modo tale che $f'''(x) = 12x$, il grafico della funzione passi per il punto $(0, 1)$ e la retta tangente in questo punto abbia equazione cartesiana $y = 2x + 1$.

[Soluzione: $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = 1$.]