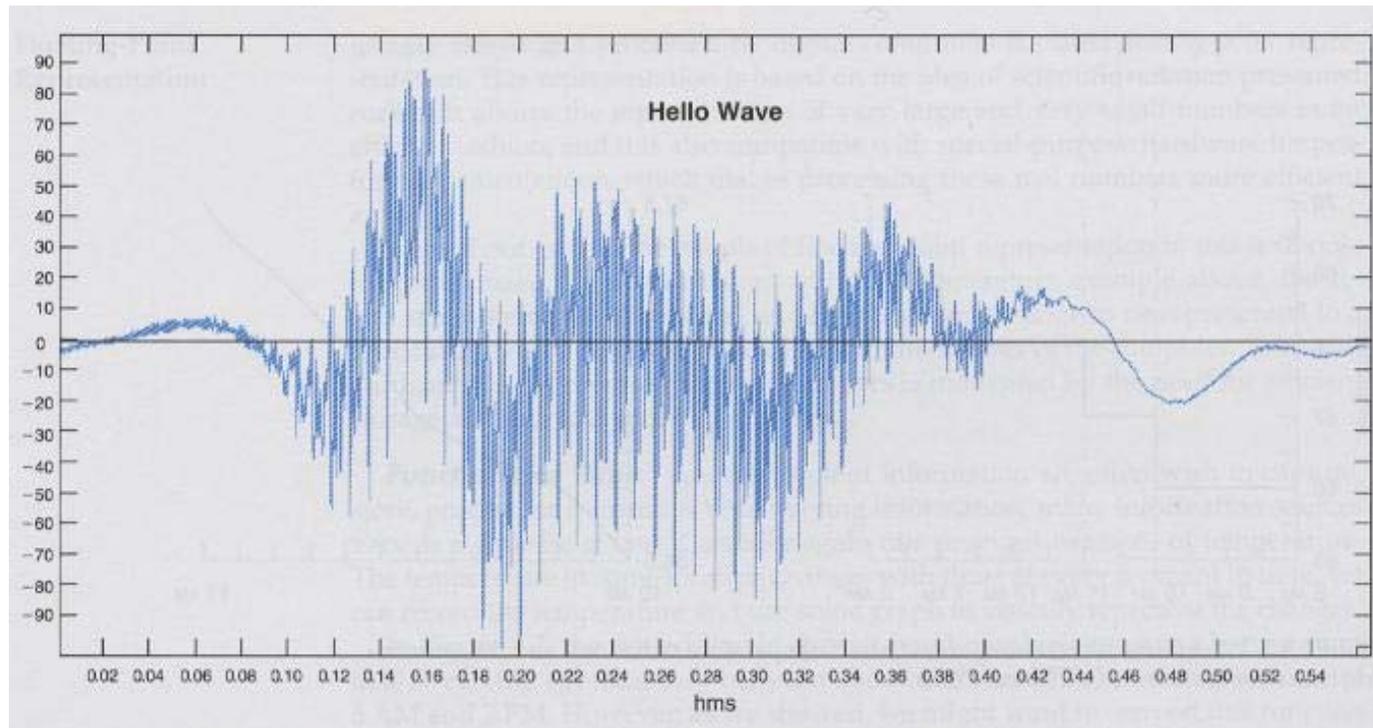

Campionamento e conversione A/D

Segnali analogici

Il mondo naturale è analogico

- Il segnale vocale è un esempio di segnale analogico.
- La fonazione causa una vibrazione dell'aria con una ampiezza e una frequenza che variano nel tempo.



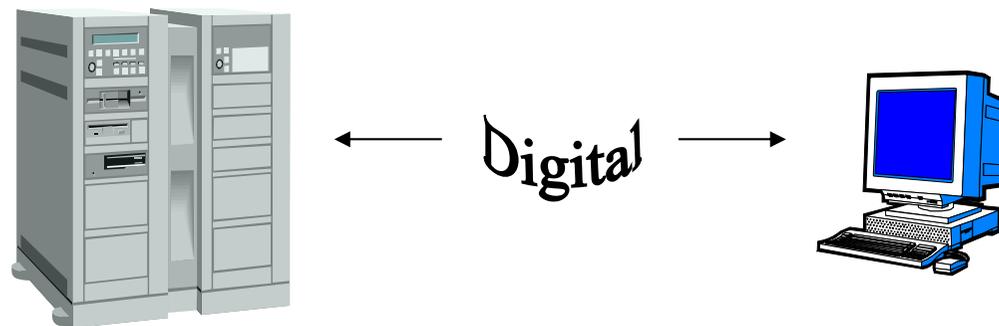
Questa forma d'onda acustica continua può essere rivelata da un microfono e convertita in una forma d'onda elettrica analogica per la trasmissione su un circuito.

Radiotecnica e RadioLocalizzazione

Segnali digitali

Il mondo dei computer è digitale

- I computer comunicano utilizzando due valori discreti cioè comunicano in binario.
- Naturalmente, “0” e “1” non sono letteralmente trasmessi
 - In una rete elettrica, tipicamente variazione della tensione rappresentano uno dei due valori discreti;
 - In una rete ottica, impulsi di luce forniscono i valori discreti.
- Quindi i valori “0” e “1” sono i “messaggi” e gli impulsi di luce o le variazioni di tensione sono i “segnali”.
- Sequenze dei due valori binari possono rappresentare testi, numeri, immagini etc..

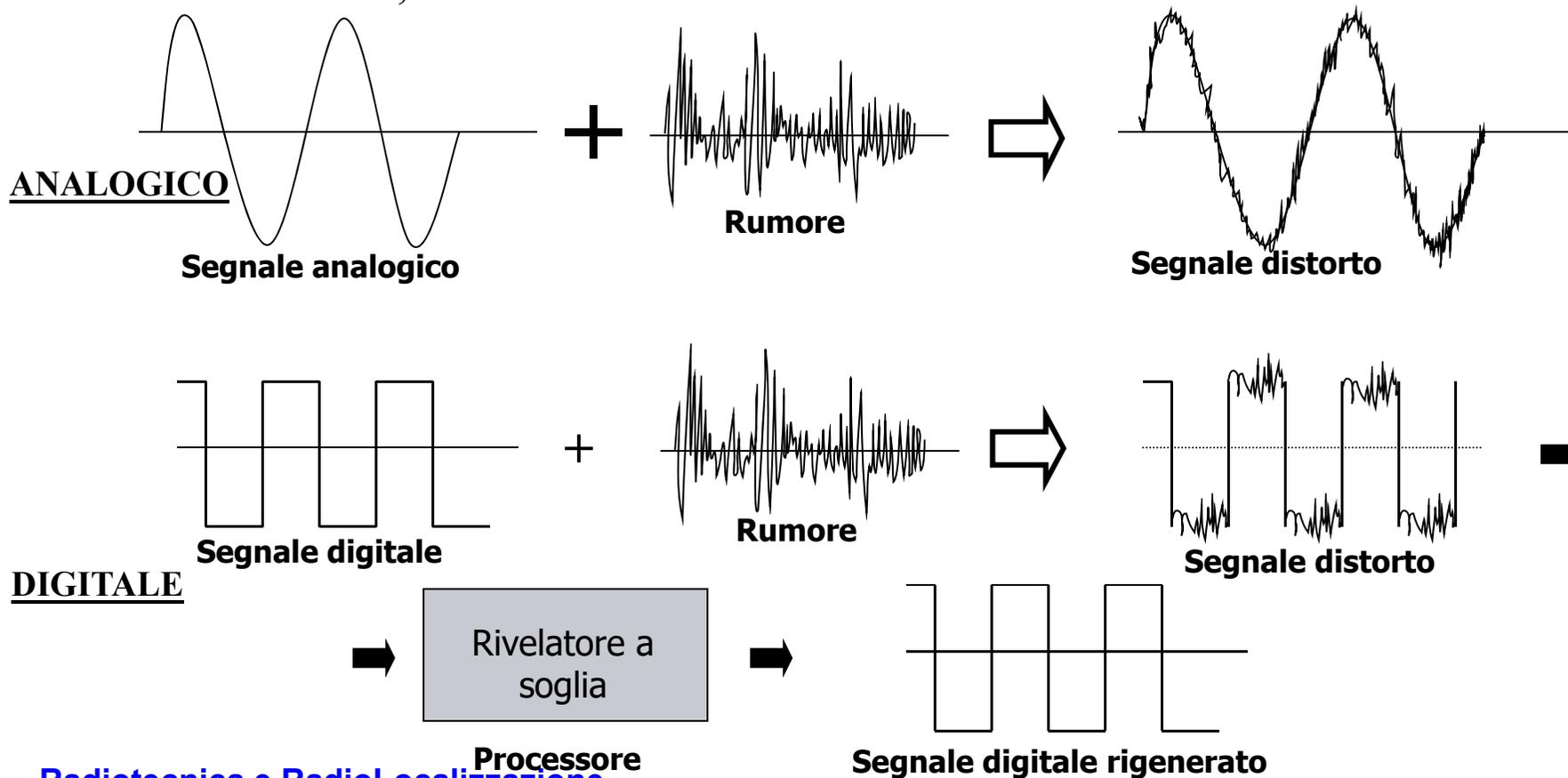


Classificazione dei segnali

1. Segnali tempo-continui con ampiezze continue (segnali analogici);
2. Segnali tempo-continui con ampiezze discrete;
3. Segnali tempo-discreti con ampiezze continue (segnali campionati);
4. Segnali tempo-discreti con ampiezze discrete (segnali digitali).

Digitale vs analogico

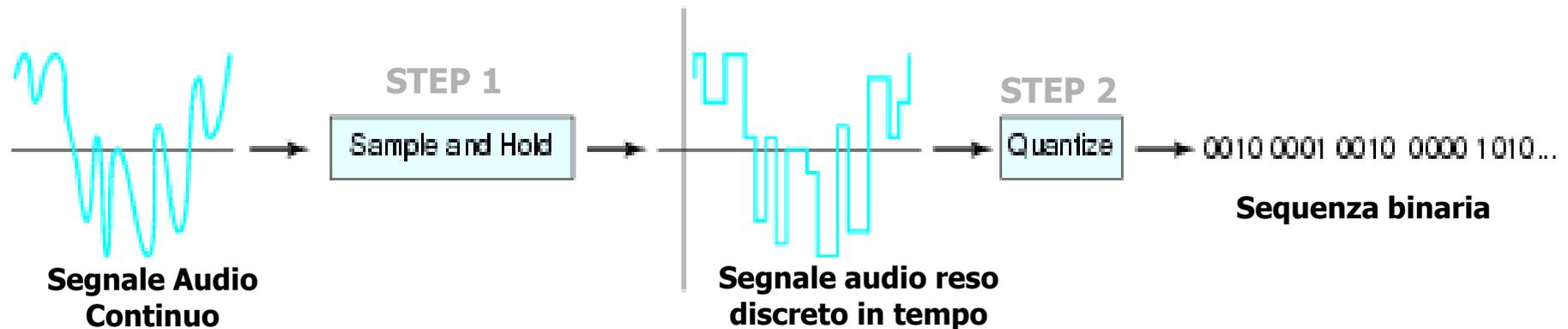
- I segnali digitali sono più robusti rispetto alla presenza di disturbi e possono essere applicate tecniche di recupero, tecniche di rivelazione e correzione di errore etc...;
- I segnali analogici sono più facilmente corrottabili per presenza di rumore, segnali interferenti etc..;



Campionamento e conversione A/D

Sorgente emette segnale $s(t)$ analogico
& si vuole rappresentare $s(t)$ con una sequenza di bit (0/1) } \Rightarrow come procedere?

- Il primo passo è chiamato **campionamento** (sampling): lettura del valore del segnale a fissati istanti di tempo (ogni T_s secondi);
- Il secondo passo è detto **quantizzazione**: al valore di segnale letto nell'istante di campionamento viene associato un valore quantizzato (uno tra N diversi valori quantizzati possibili) rappresentato da una stringa di bit (ogni valore quantizzato rappresentato da $n = \log_2 N$ bit);

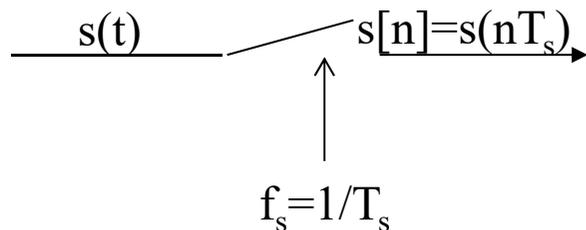


1. Come scegliere la frequenza di campionamento? \Rightarrow dipende dalla banda del segnale;
2. Come scegliere i livelli di quantizzazione? \Rightarrow dipende dalla dinamica del segnale e dal rumore tollerabile;

Radiotecnica e RadioLocalizzazione

Campionamento (I)

Teorema del campionamento



La frequenza di campionamento dipende dalla frequenza più alta contenuta nello spettro del segnale.

Un segnale limitato in banda con banda pari a B (spettro da $-B$ a B) può essere perfettamente rappresentato dai suoi campioni purchè il segnale sia campionato con una frequenza di campionamento (sampling frequency o sampling rate) f_s pari almeno a due volte la banda B .

$$f_s \geq 2B$$

Se il campionamento è effettuato con un rate almeno pari a quello di Nyquist $2B$ è possibile ricostruire il segnale originario interpolando i campioni.

Campionamento (II)

Cosa accade se la frequenza di campionamento è diversa dalla frequenza di Nyquist?



• Sottocampionamento ($f_s < 2B$)

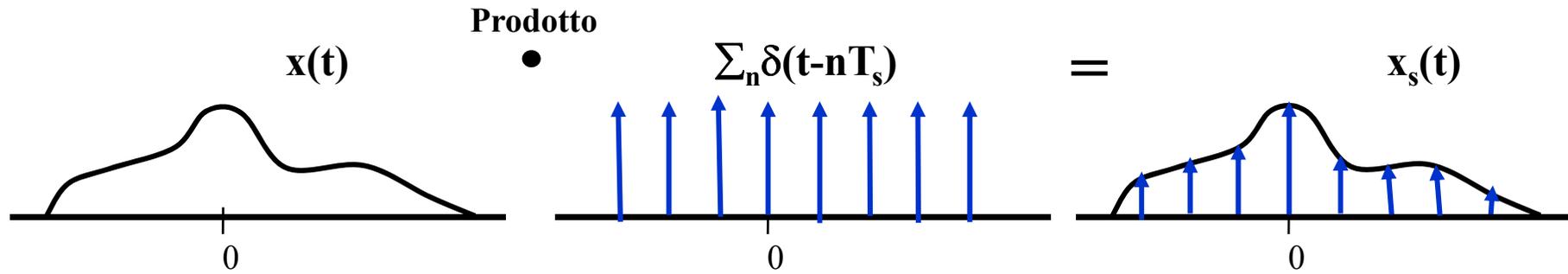
- Campionamento con una frequenza insufficiente;
- Spettralmente si ha sovrapposizione delle repliche spettrali (fenomeno di **aliasing**);
- Il segnale originario non può più essere ricostruito (perdita informazione);

• Sovracampionamento ($f_s > 2B$)

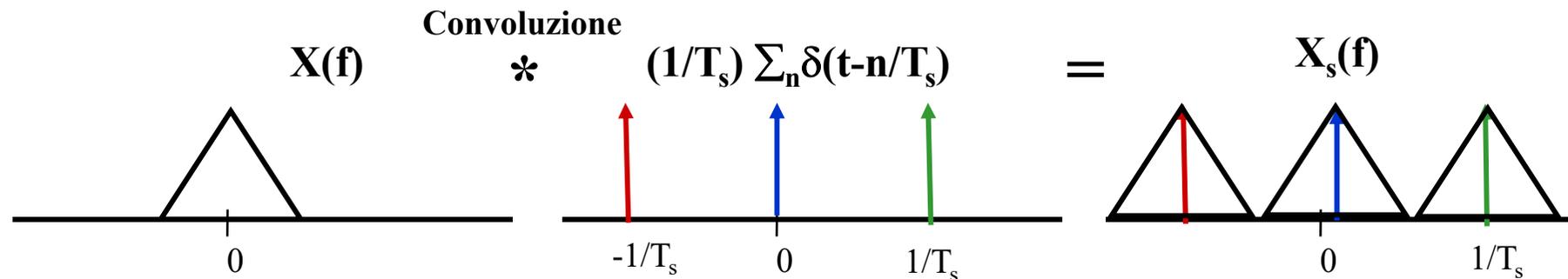
- Campionamento con una frequenza molto maggiore del valore minimo richiesto;
- Maggior numero e velocità del flusso da digitalizzare;
- Aumento dei dati da immagazzinare/trasmettere;
- Costo elevato.

Campionamento (III)

- Campionamento (nel dominio del tempo):

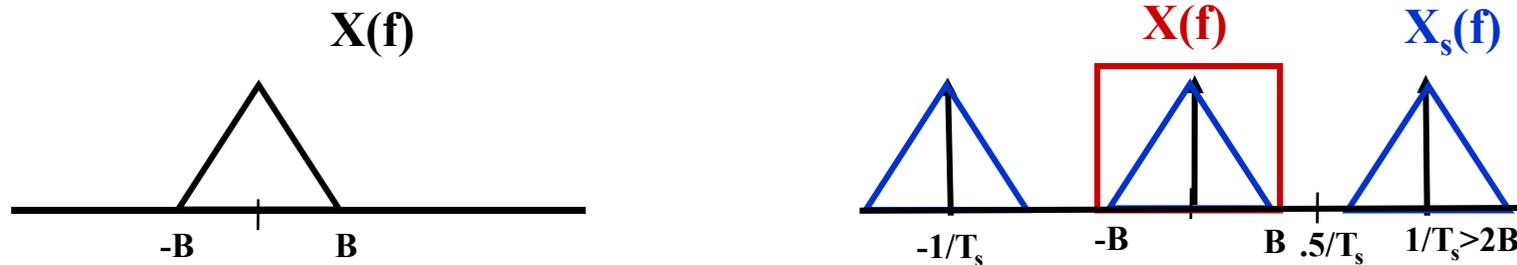


- Campionamento (nel dominio della frequenza)

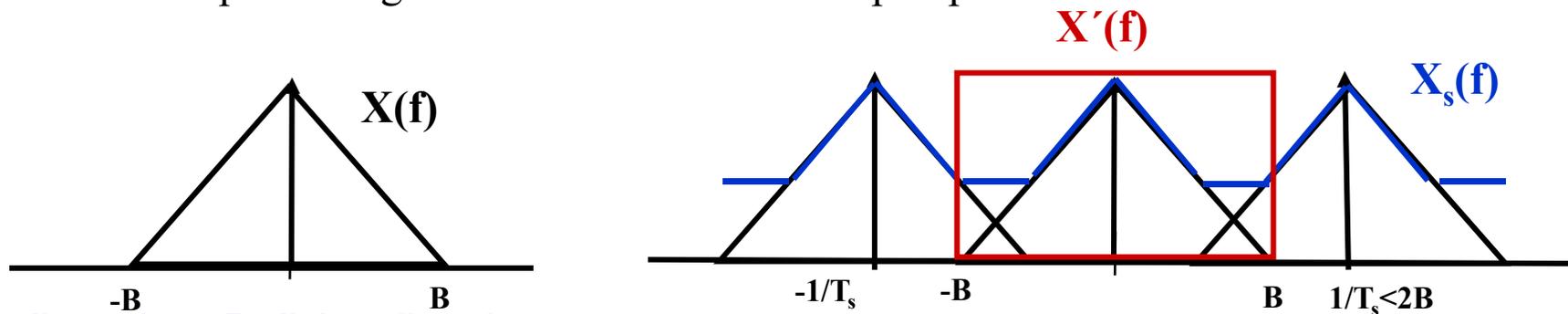


Campionamento (IV)

- Un segnale a banda limitata con banda $[-B, B]$ è completamente descritto dai campioni presi con periodo di campionamento $T_s < 0.5/B$ sec (Nyquist rate $2B$ campioni/sec);
- Il segnale originario può essere ricostruito dai suoi campioni utilizzando un filtro passa basso



- Aliasing si manifesta quando un segnale è campionato sotto il rate di Nyquist
 - Le repliche nel dominio della frequenza si sovrappongono;
 - Lo spettro originario viene distorto e non può più essere ricostruito.



Quantizzazione e conversione A/D

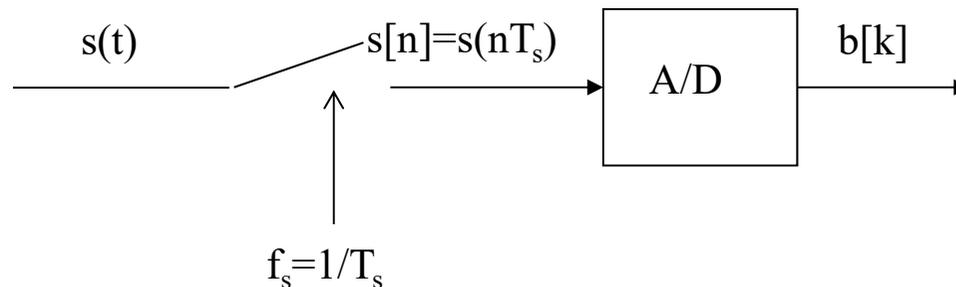
Quantizzazione & Conversione A/D:

- Suddivide l'intero intervallo di variabilità dell'ampiezza del segnale in N intervalli contigui (N intervalli di quantizzazione);
- Associa all'ampiezza di ciascun campione il valore centrale dell'intervallo di quantizzazione che contiene il campione in considerazione;
- Rappresenta i valori centrali degli intervalli di quantizzazione con una stringa di bit ($n = \log_2 N$ bit);

Numero di bit & errore di quantizzazione:

- Se D è la dinamica del segnale intesa come intervallo tra ampiezza minima e massima e il convertitore è dimensionato esattamente sulla dinamica del segnale con N numero degli intervalli di quantizzazione allora il quanto è pari a $q = D/(N-1)$;
- La scelta del numero di bit dipende dal rumore di quantizzazione tollerabile per l'applicazione in questione.

Quantizzazione e conversione A/D (II)



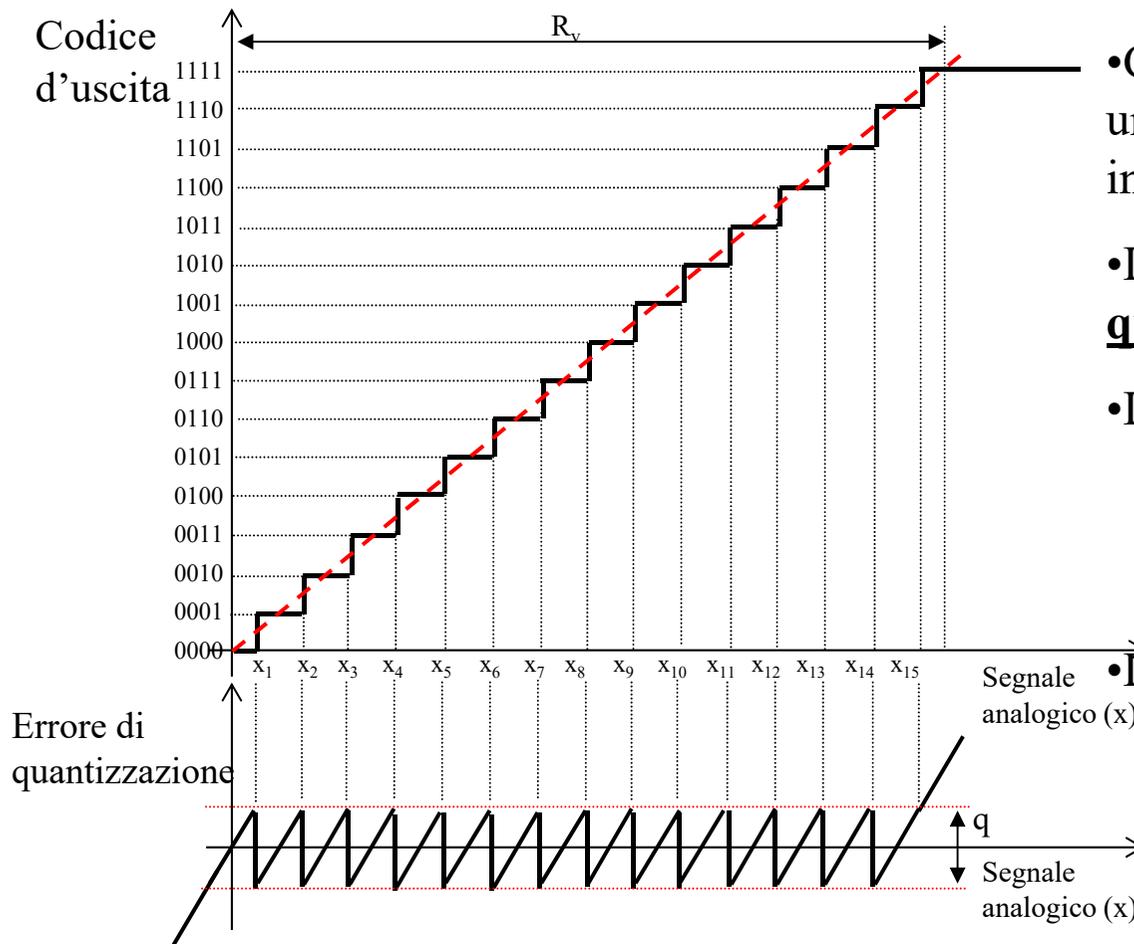
Sorgente analogica rappresentata da un flusso binario almeno pari a $2B \cdot n$.

- Scelta **frequenza di campionamento**: legata alla **banda del segnale** $\Rightarrow f_s \geq 2B$;
- Scelta **numero di bit**: legata alla **dinamica del segnale** e al **rumore di quantizzazione** tollerabile $\Rightarrow N = 2^n$ livelli;



Bit rate
 $R_b \geq 2B \cdot n$ bit/sec

Caratteristica convertitore A/D (I)



- Caratteristica statica convertitore unipolare a n bit: misura codice di uscita in presenza di una continua d'ingresso;
- La quantità $x_{i+1} - x_i$ è costante e detta **quanto di conversione q**;
- La i-esima **soglia** ($i=1 \dots 2n-1$) è :

$$x_i = \frac{q}{2} + (i-1)q = iq - \frac{q}{2}$$

- La **dinamica di conversione** è data da:

$$n \text{ bit} \Rightarrow R_v = (2^n - 1) \cdot q$$

- Modifiche possono essere introdotte per convertire segnali bipolari;
- Segnali il cui valore è superiore a R_v sono saturati : rumore di saturazione (**clipping noise**) \Rightarrow evitare
- La differenza tra segnale originario e quantizzato: errore di quantizzazione (**rumore di quantizzazione**).

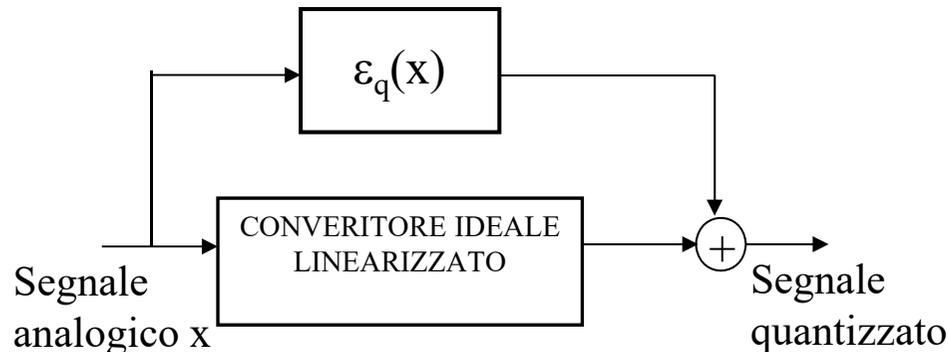
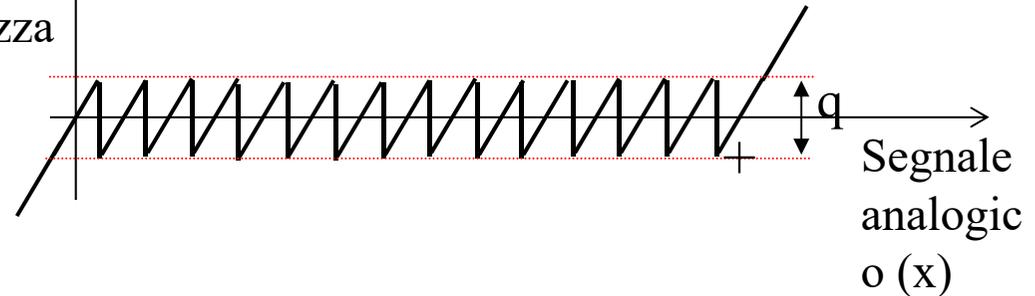
Radiotecnica e RadioLocalizzazione

Caratteristica convertitore A/D (II)

Convertitore linearizzato
con retta di migliore
approssimazione

Errore di
quantizza
zione

Caratteristica di errore



Modello equivalente convertitore A/D
(usato per il calcolo del rumore di quantizzazione)

- Rumore di quantizzazione presente se è presente il segnale di ingresso (a differenza del rumore termico);
- Per valutarne l'impatto è considerato generato da sorgente indipendente dal segnale;
- L'approssimazione di rumore di quantizzazione additivo e indipendente dal segnale porta a un dimensionamento conservativo.

Radiotecnica e RadioLocalizzazione

Rumore di quantizzazione (I)

- Convertitore A/D converte il valore analogico in un codice binario .
- Convertitore D/A converte il valore quantizzato binario in una approssimazione del segnale analogico;



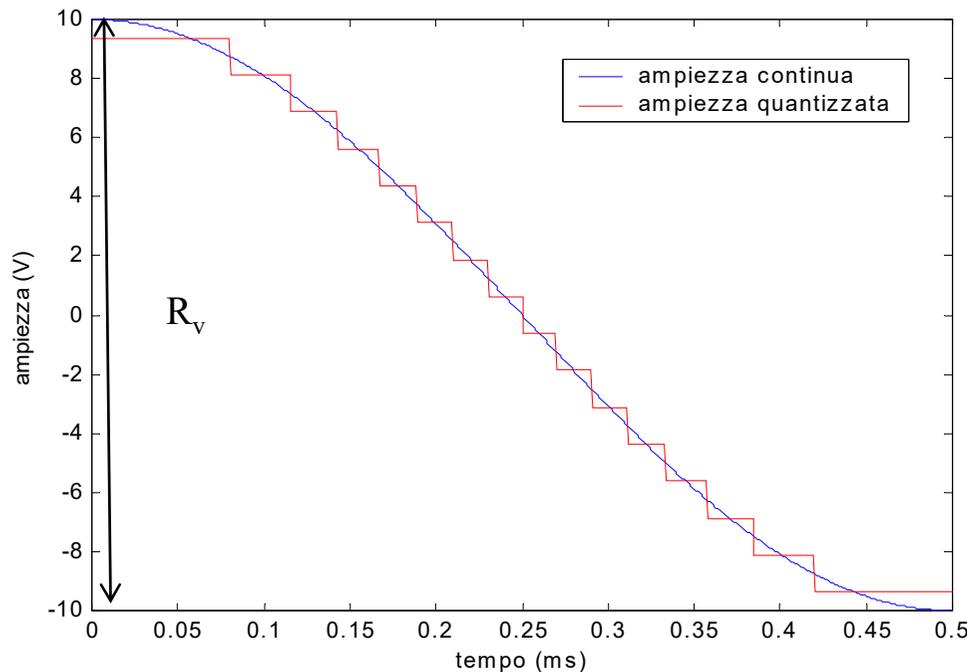
- Dopo la quantizzazione parte dell'informazione è persa e non può essere recuperata;
- Il rapporto segnale a rumore di quantizzazione è il rapporto tra la potenza del segnale analogico e la potenza del rumore di quantizzazione
- Maggiore il rapporto segnale a rumore di quantizzazione e minore è l'errore medio rispetto al segnale originario e quindi migliore è la fedeltà.

Conversione A/D segnali bipolari

- Segnali unipolari con valori negativi possono essere convertiti invertendo l'ingresso;
- Segnali bipolari possono essere convertiti sommando precedentemente metà dinamica;

ESEMPIO

- Ampiezza del segnale varia da -10 V a 10 V ;
 - Convertitore a 4 bit con 20 V dinamica di conversione;
- } • 16 livelli di quantizzazione;
} • quanto pari a 1.25 V ;



Range	Code	Range Center
8.75 → 10.0	1111	9.375
7.50 → 8.75	1110	8.125
6.25 → 7.50	1101	6.875
5.00 → 6.25	1100	5.625
3.75 → 5.00	1011	4.375
2.50 → 3.75	1010	3.125
1.25 → 2.50	1001	1.875
0.00 → 1.25	1000	0.625
-1.25 → 0.00	0111	-0.625
-2.50 → -1.25	0110	-1.875
-3.75 → -2.50	0101	-3.125
-5.00 → -3.75	0100	-4.375
-6.25 → -5.00	0011	-5.625
-7.50 → -6.25	0010	-6.875
-8.75 → -7.50	0001	-8.125
-10.00 → -8.75	0000	-9.375

Esempi campionamento & conversione A/D

- In generale prima di campionare il segnale viene filtrato per evitare fenomeni di aliasing;
- La frequenza di campionamento utilizzata tipicamente ha un margine rispetto al valore limite (ad esempio $f_s = 2.2B$);
- Segnale vocale telefonico occupa la banda 300Hz – 3.4kHz è campionato a 8 kHz & convertitore a 8 bit \Rightarrow bit rate: 64 kbit/sec;
- Per il segnale audio per CD si considera una banda di 20 kHz e una frequenza di campionamento pari 44.1 kHz & convertitore a 16 bit \Rightarrow bit rate: 705.6 kbit/sec;

Rumore di quantizzazione (II)

Potenza segnale ingresso:

ipotesi sinusoidale con ampiezza $R_v/2$

$$P_s = \frac{R_v^2}{8}$$

Potenza rumore di quantizzazione:

ipotesi di errore uniforme nel quanto

$$\sigma_q^2 = \frac{q^2}{12} = \frac{R_v^2}{12(2^n - 1)^2}$$

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_s}{\sigma_q^2} \right) = 10 \log_{10} \left[\frac{R_v^2/8}{R_v^2/12(2^n - 1)^2} \right] = 10 \log_{10} \left[\frac{3}{2} (2^n - 1)^2 \right] \cong 6n + 1.8$$

- Il rumore di quantizzazione con potenza $q^2/12$ può considerarsi bianco con ottima appross.;
- 1 in più \rightarrow incremento di 6 dB sul rapporto segnale a rumore di quantizzazione;
- Il numero di bit dimensionato sulla base del massimo livello di rumore di quantizzazione accettabile: in generale fa sì che non sia questo disturbo a limitare le prestazioni di sistemi di telecomunicazioni/telerilevamento (numero bit scelto in modo che rumore di quantizzazione sia trascurabile rispetto al rumore termico).