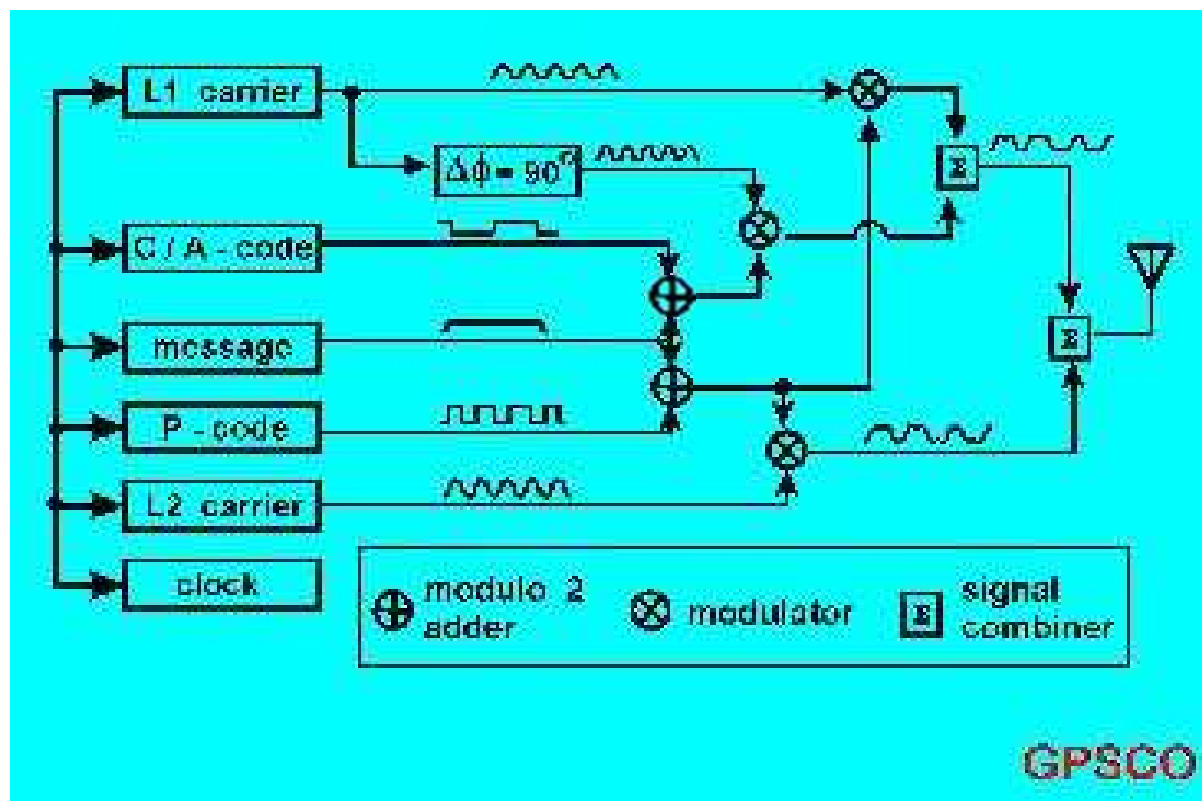

Il segnale GPS

La modulazione su L1 ed L2

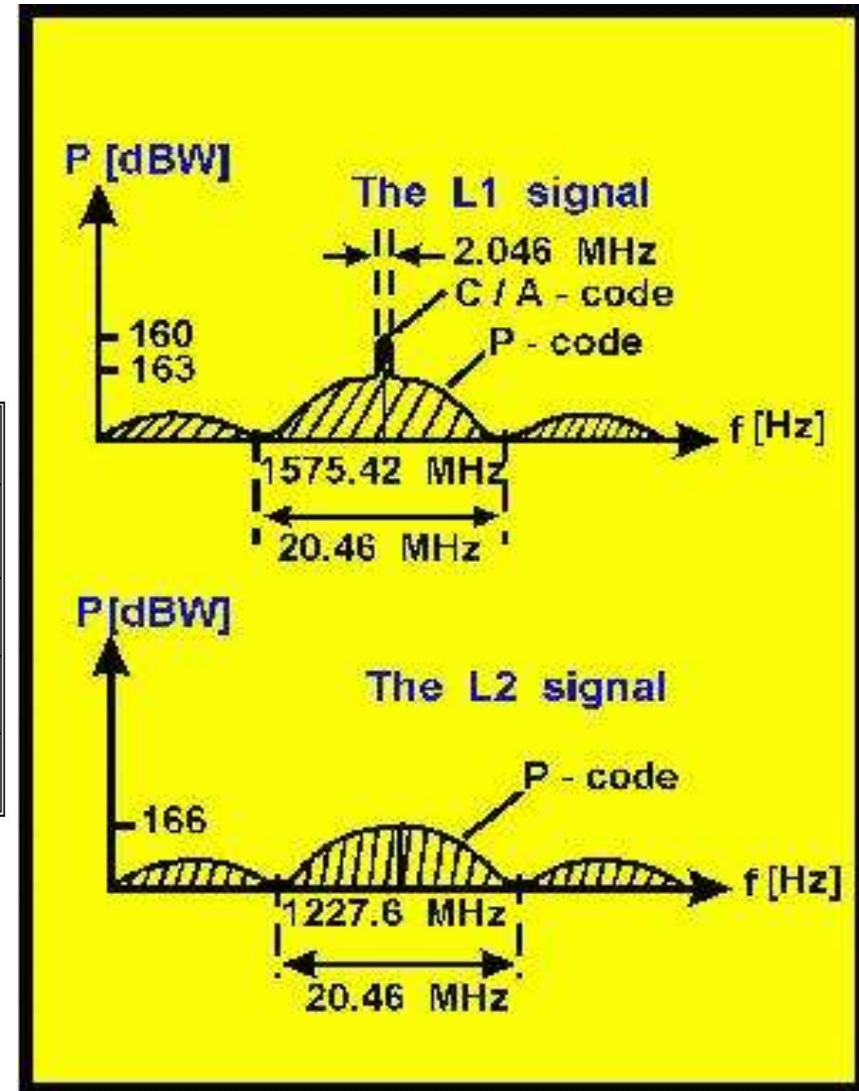
- il segnale modulato sulle due frequenze $L1 = 154 f_0 = 1575.42 \text{ MHz}$ (QPSK)
 $L2 = 120 f_0 = 1227.60 \text{ MHz}$ (BPSK)
($f_0 = 10.23 \text{ MHz}$)



Lo spettro del segnale GPS

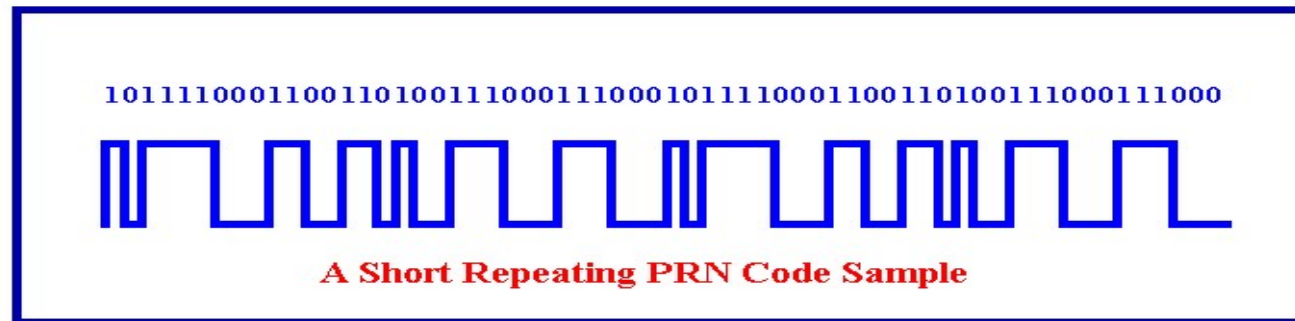
- *combinazione di spettri sinc²(...f)*
- *livelli di potenza ricevuta*

Channel	Signal	
	P(Y)	C/A
L1	-163.0 dBW	-160.0 dBW
L2	-166.0 dBW	or -166.0 dBW



Il segnale GPS: codici PRN

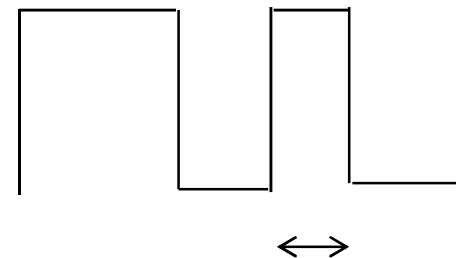
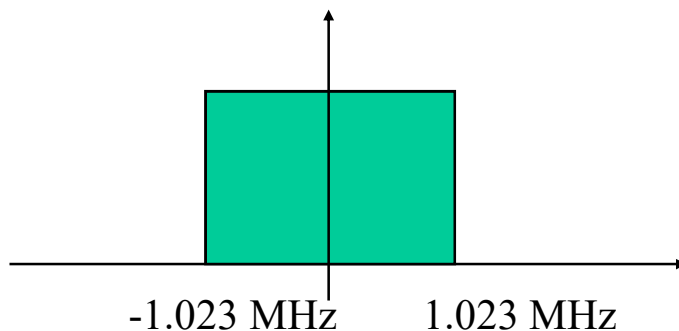
- *Condivisione della banda di trasmissione*
- *I codici a massima lunghezza*
- *I codici di Gold per il segnale C/A*
- *Cenni sui codici PRN per il segnale P(Y)*



Condivisione della banda di trasmissione (I)

- Il sistema GPS utilizza segnali con il doppio scopo di:
 - a) misurare la distanza fra il ricevitore ed ogni satellite in vista*
 - b) trasmettere il messaggio di navigazione (effemeridi, correzione del clock, ecc...)*
- La **banda di frequenza** a disposizione è assegnata:
 - codice P: $\pm 10.23\text{MHz}$ intorno alla frequenza centrale (L1 o L2),
 - codice C/A: $\pm 1.023\text{MHz}$ intorno alla frequenza centrale (L1)

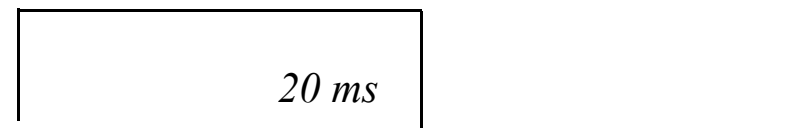
Tutti i 32 satelliti devono condividere la stessa banda senza andare in conflitto



minima durata ammessa: $1/1.023\text{MHz} \cong 1\mu\text{s}$

Condivisione della banda di trasmissione (II)

- Il **messaggio di navigazione** che trasmette ognuno dei 32 satelliti è a 50 bit/s:



- **La misura di distanza** ha una accuratezza inversamente proporzionale alla banda di frequenza del segnale usato ed al rapporto segnale/rumore. Dunque si vuole:

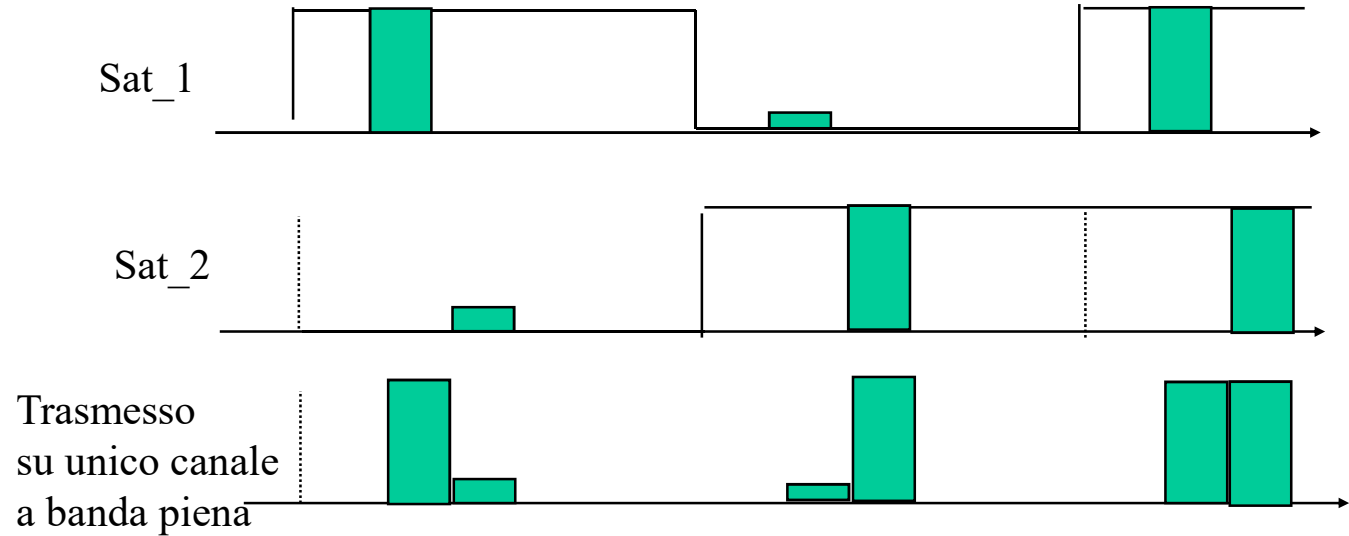
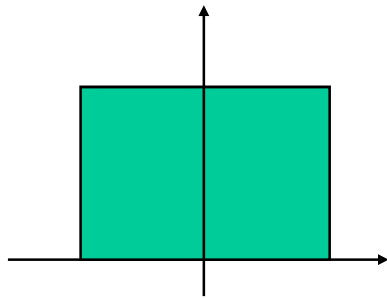
- *massima banda occupata*
- *massima potenza trasmessa*

- Soluzioni possibili:**
- usare tutta la banda per ogni satellite ma in tempi diversi (TDMA)
 - usare una frazione della banda ma segnali lunghi (FDMA)
 - usare segnali lunghi ed a banda larga che siano ortogonali (correlazione nulla)(CDMA)

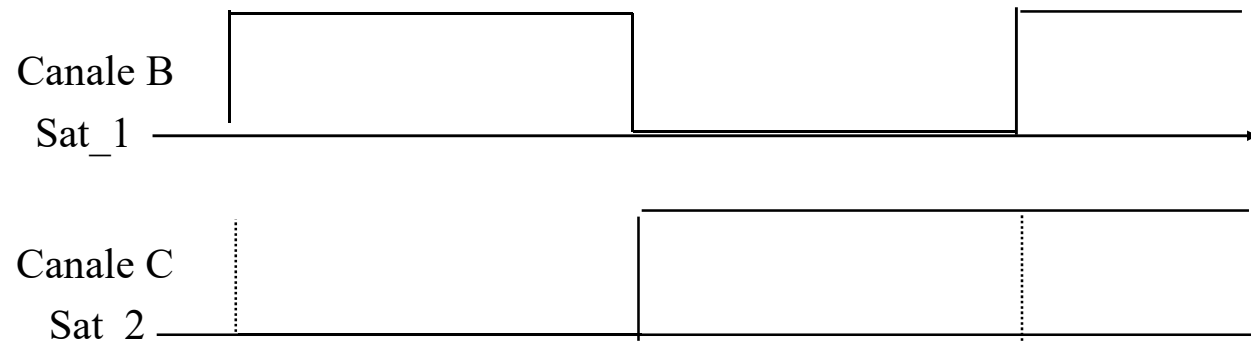
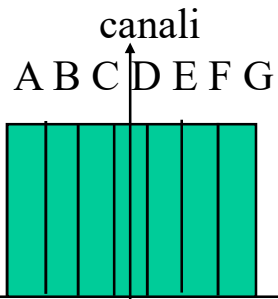
RadioTecnica e RadioLocalizzazione

TDMA/FDMA: divisione di tempo e frequenza

•TDMA

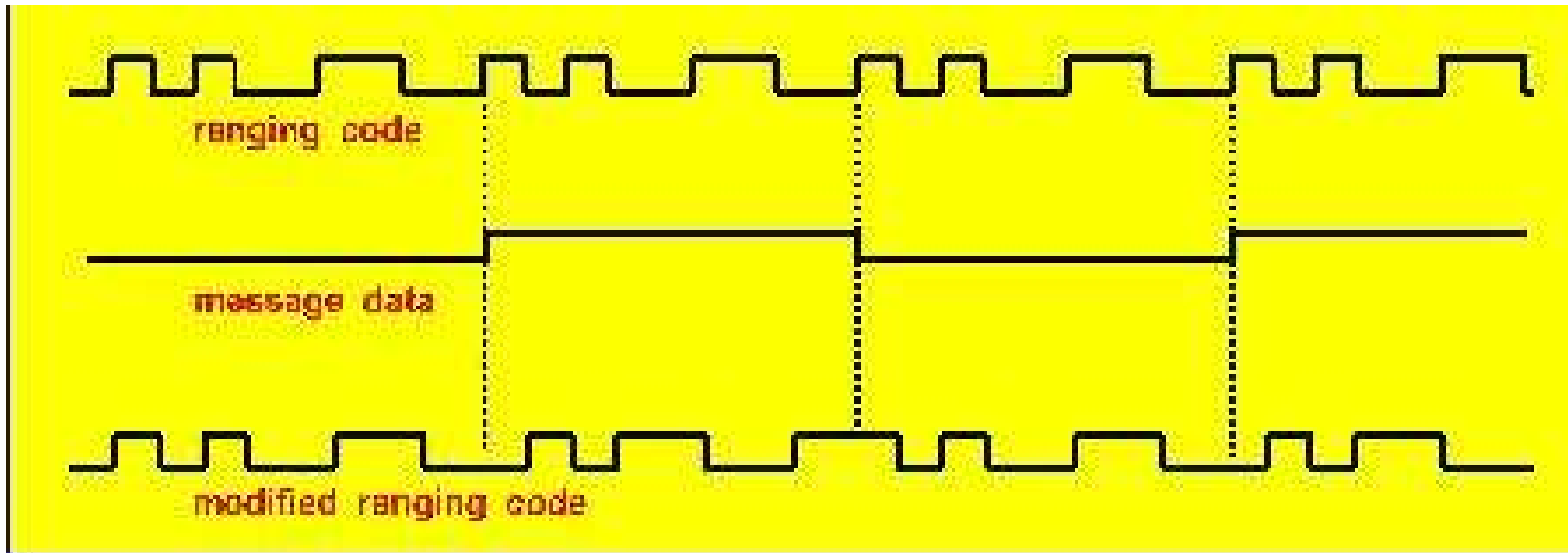


•FDMA



CDMA: accesso a divisione di codice (I)

- Modifica binaria del codice: il Messaggio di Navigazione di ogni satellite è sommato modulo-2 alla sequenza PRN del codice C/A corrispondente al satellite stesso.
- Questo ha l'effetto di invertire 20 ripetizioni del codice C/A se il bit di dati del Messaggio di navigazione è uguale a "1". Invece, se il bit di dati è "0" la sequenza del codice C/A resta inalterata.



CDMA: accesso a divisione di codice (II)

- Segnale di ritorno con i contributi mescolati di tutti i satelliti:

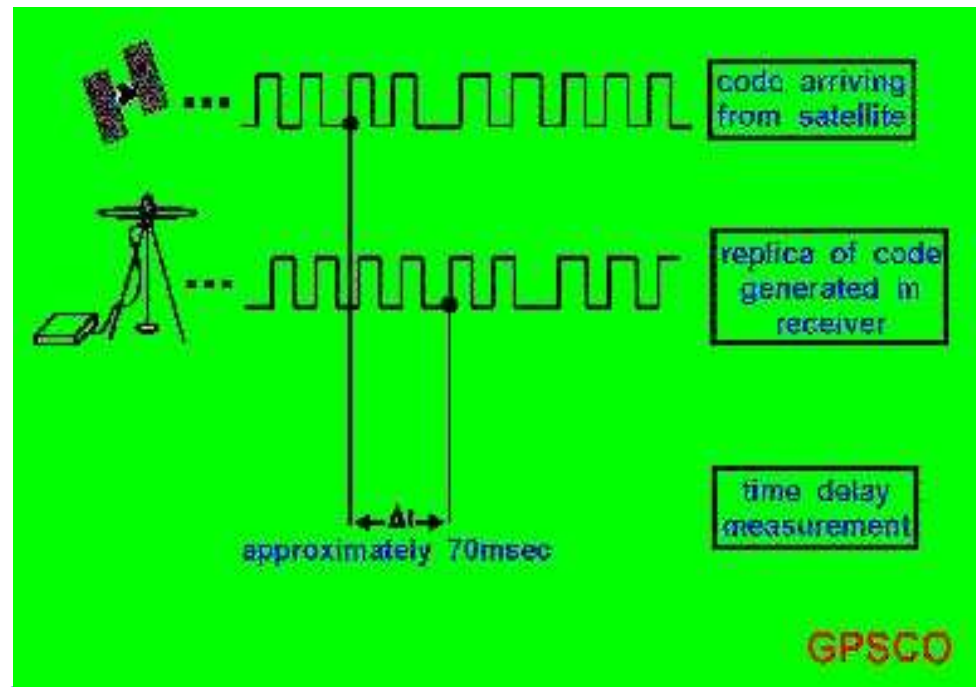
$$s_k = f(sat_1) \cdot M_{sat_1} \oplus x_k^{sat_1} + f(sat_2) \cdot M_{sat_2} \oplus x_k^{sat_2} + \dots + f(sat_N) \cdot M_{sat_N} \oplus x_k^{sat_N}$$

- Per leggere i bit dei messaggi di navigazione devo capire a quali satelliti corrispondono
- se moltiplico s_k per $x_k^{sat_1}$ (ben allineato) dovrei avere M_{sat_1} che moltiplica una serie di valori “1”, mentre gli altri moltiplicano sequenze con alternanza di “1” e “-1”.
- Se poi sommo un numero di bit pari alla lunghezza della sequenza LS, M_{sat_1} viene moltiplicato per LS, mentre gli altri vengono moltiplicati per un valore prossimo a zero
- Quindi leggo essenzialmente M_{sat_1}
- Per capire bene il ritardo voglio avere un valore LS solo se i codici sono allineati esattamente

Misura della distanza con codici PRN

- la misura di distanza (range) r fra RX (ricevitore) e SV (space vehicle) si ottiene misurando il tempo di arrivo (TOA) come segue:

- 1) il RX sa che lo SV inizia a trasmettere il codice PRN ad un dato istante noto (inizio del ms)
- 2) il RX conosce la forma del codice trasmesso
- 3) il RX genera una replica del codice trasmesso dal SV, sincrono con il SV
- 4) il RX sposta il codice generato finché non coincide con quello ricevuto dal SV



Codici PRN per la misura della distanza

- **due tipi di codici PRN** sono utilizzati per la misura della distanza:
 - Il **codice C/A**, codice "clear/access" o "coarse/acquisition"
ciclico con periodo di 1ms - utilizzo civile + acquisizione del codice P
 - Il **codice P**, il codice "private" o "precise" code,
che sotto Anti-Spoofing (AS) è sostituito dal codice "Y"
ciclico con periodo di 7 giorni - riservato ad utenti autorizzati
- **La misura di distanza** è ottenuta attraverso i **codici pseudo random noise (PRN)** che
 - sembrano sequenze binarie casuali
 - hanno proprietà spettrali simili a sequenze binarie casuali
 - sono in realtà completamente deterministiche e periodiche
 - sono diverse per ogni satellite
 - sono note al ricevitore che è in grado di replicarle

- devono avere auto-correlazione stretta per misurare accuratamente la distanza
- devono avere cross-correlazione nulla per poter permettere l'uso comune della banda disponibile senza interferire uno con l'altro

Caratteristiche delle sequenze MLS

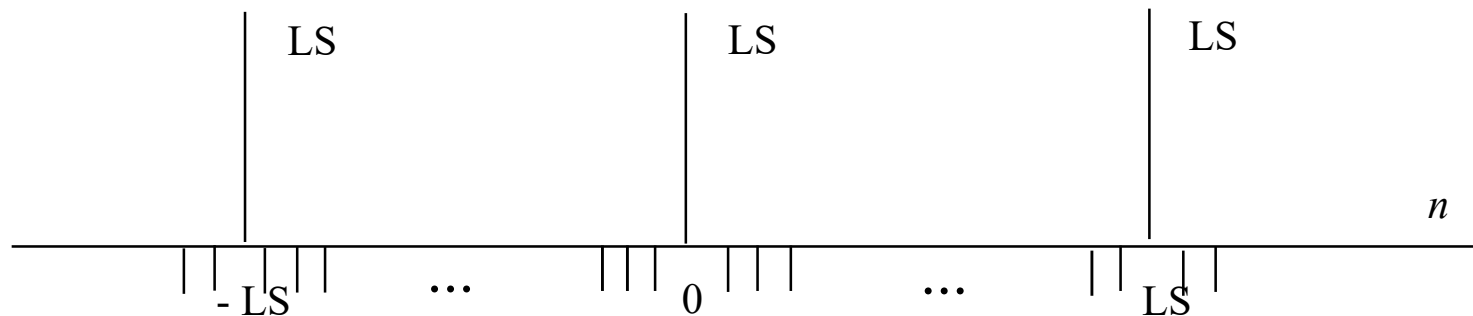
- Usando shift register con m celle, si possono ottenere sequenze di lunghezza massima 2^m-1 (tutti le combinazioni possibili generabili tranne una). Infatti, lo stato di tutti zeri non è ammissibile, in quanto un stato stabile per lo shift register considerato.

- Consideriamo sempre la trasformazione $0 \rightarrow -1$ e $1 \rightarrow 1$

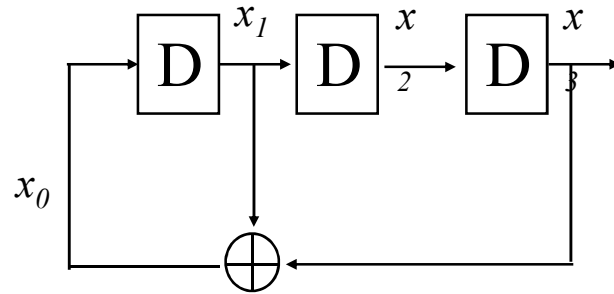
- Autocorrelazione della sequenza MLS

$$R(n) = \sum_{k=0}^{LS-1} x_k x_{k+n}$$

- è periodica con periodo pari alla lunghezza della sequenza LS
- ha valore -1 in ogni punto, tranne che in 0 dove vale LS



Esempio di sequenza MLS

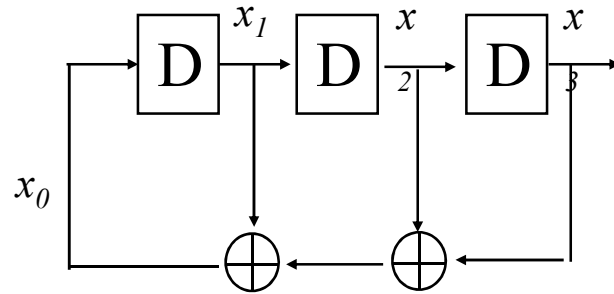


$$m=3 \quad h_1=1, h_2=0, h_3=1$$

$$\text{lunghezza della sequenza } LS=2^3-1=7$$

x_0	x_1	x_2	x_3
0	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0
1	1	1	0
0	1	1	1

Esempio di sequenza non MLS



$$m=3 \quad h_1=1, h_2=1, h_3=1$$

non genera una sequenza MLS

x_0	x_1	x_2	x_3
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

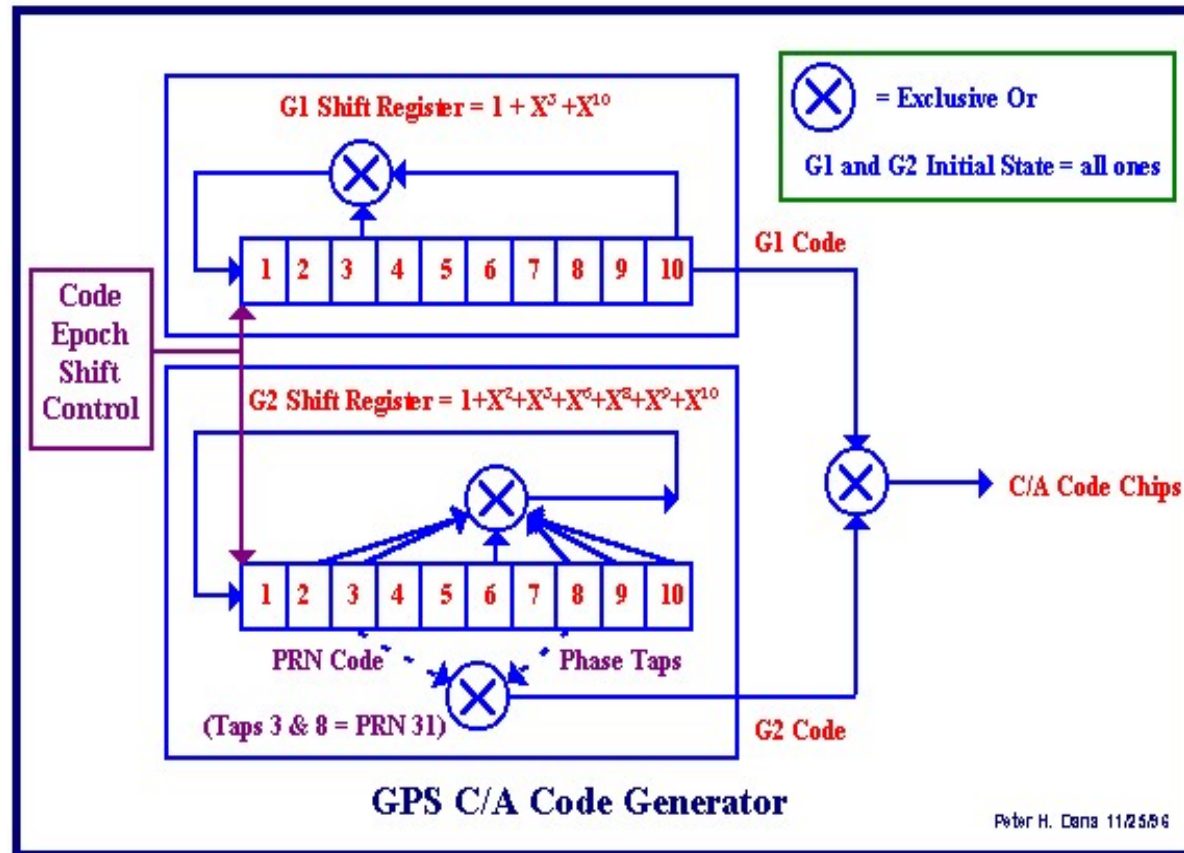
Autocorrelazione di sequenza MLS

							<i>1 1 1 0 1 0 0</i>								<i>R</i>						
							<i>1 1 1 -1 1 -1 -1</i>														
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>7</i>
<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>
<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>
<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>7</i>
<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>
<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>
<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>7</i>

Generazione del codice PRN per C/A

- Nel caso del codice C/A si usano due shift registers a 10-bit (lunghezza 1023):
 - G1, rappresentato dal polinomio: $1 + X^3 + X^{10}$,
 - G2, rappresentato dal polinomio: $1 + X^2 + X^3 + X^6 + X^8 + X^9 + X^{10}$.

Frequenza
di clock:
1.023 MHz.



Scelta di ritardi/fasi di G2

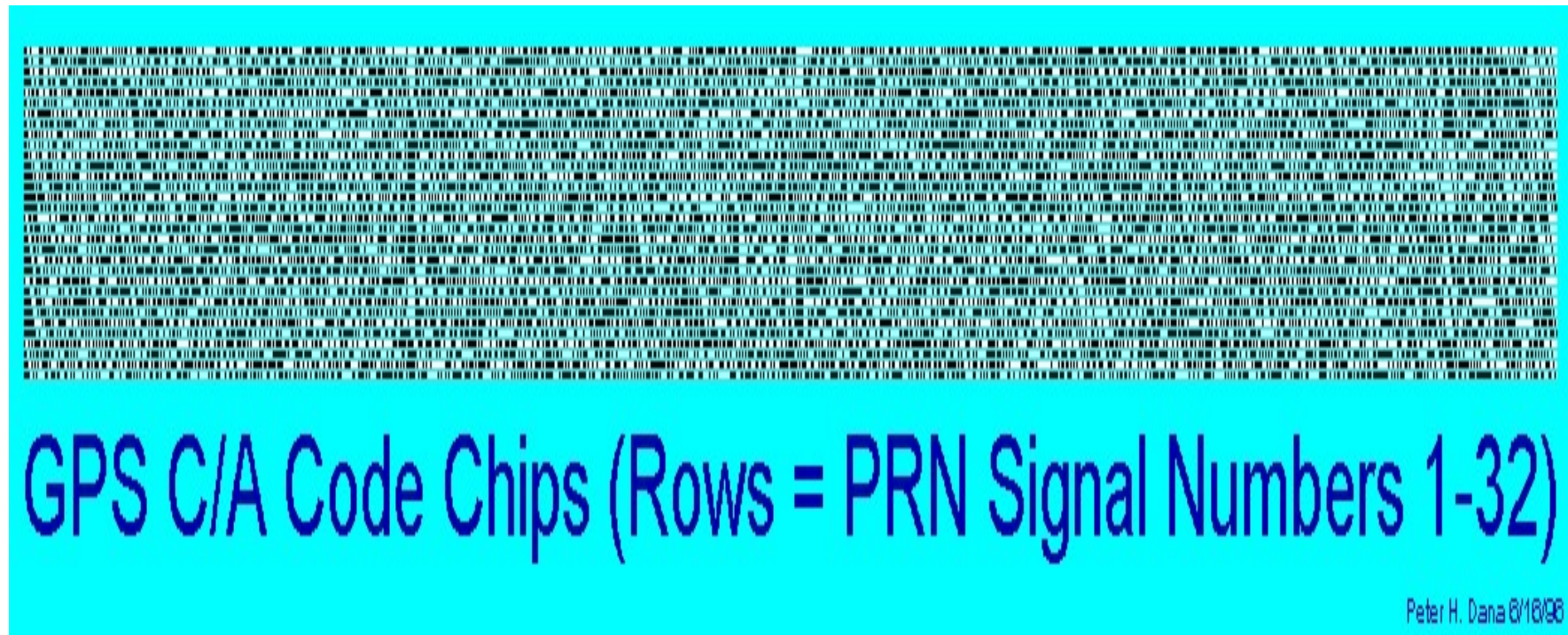
- Diverse combinazioni delle uscite dello shift register G2 portano a codici PRN diversi, quando sommate all'uscita di G1.
- Questo equivale a ritardare di un numero di bit determinato l'uscita di G2 prima di sommarla a G1
- Ci sono 36 codici diversi che possono essere generati in questo modo
- Questi 36 codici sono ortogonali

GPS C/A Code Assignments

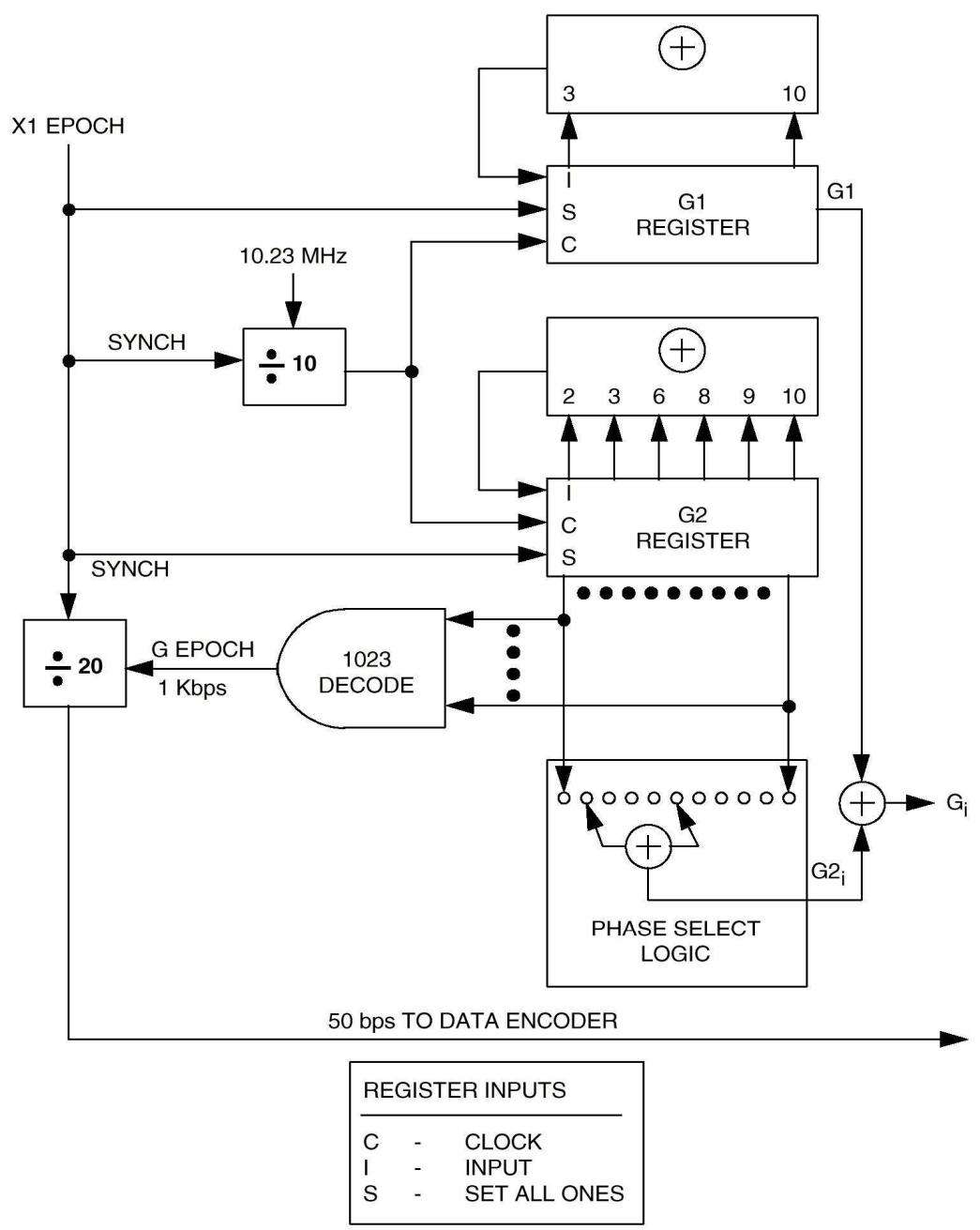
SV PRN ID	G2 Phase Taps	First 10 Chips
1	2 & 6	1100100000
2	3 & 7	1110010000
3	4 & 8	1111001000
4	5 & 9	1111100100
5	1 & 9	1001011011
6	2 & 10	1100101101
7	1 & 8	1001011001
8	2 & 9	1100101100
9	3 & 10	1110010110
10	2 & 3	1101000100
11	3 & 4	1110100010
12	5 & 6	1111101000
13	6 & 7	1111110100
14	7 & 8	1111111010
15	8 & 9	1111111101
16	9 & 10	1111111110
17	1 & 4	1001101110
18	2 & 5	1100110111
19	3 & 6	1110011011
20	4 & 7	1111001101
21	5 & 8	1111100110
22	6 & 9	1111110011
23	1 & 3	1000110011
24	4 & 6	1111000110
25	5 & 7	1111100011
26	6 & 8	1111110001
27	7 & 9	1111111000
28	8 & 10	1111111100
29	1 & 6	1001010111
30	2 & 7	1100101011
31	3 & 8	1110010101
32	4 & 9	1111001010

I codici usati per i 32 satelliti

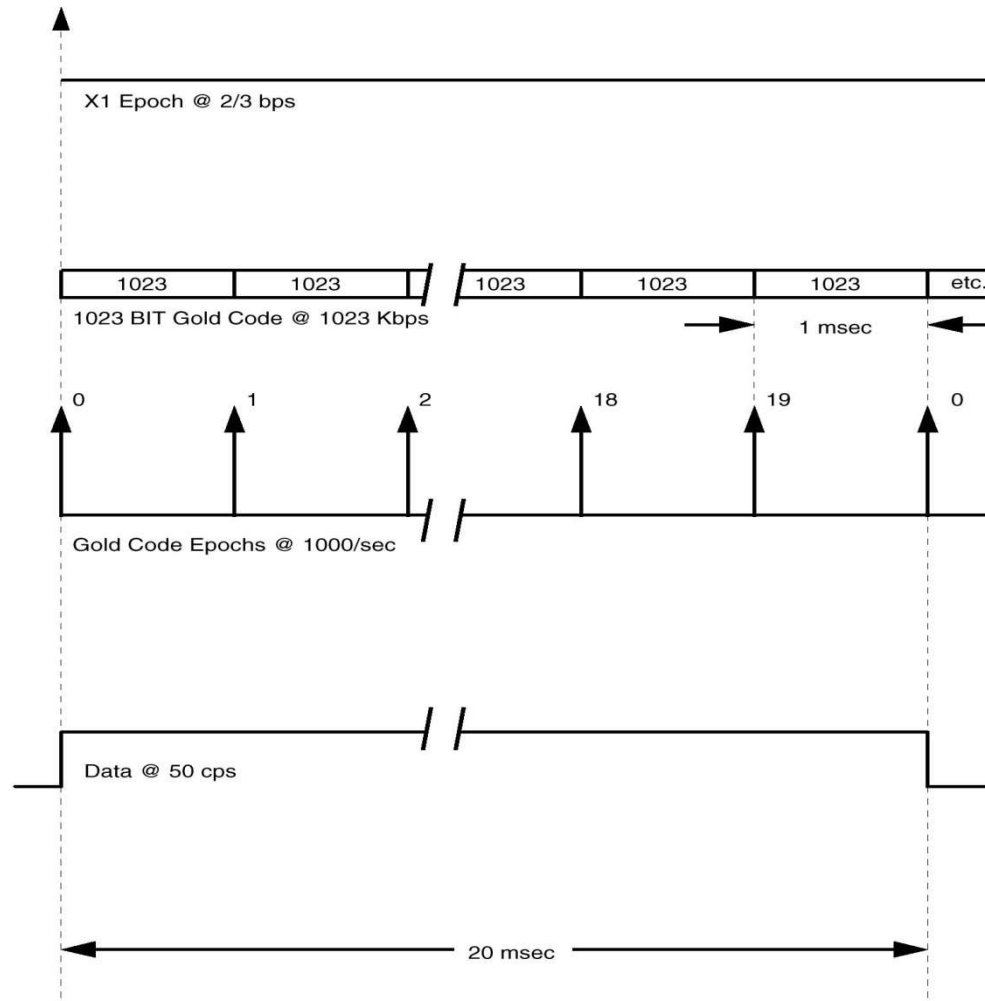
Visualizzazione dei codici generati in questo modo:



Schema di generazione: codice C/A



Temporizzazione del codice C/A

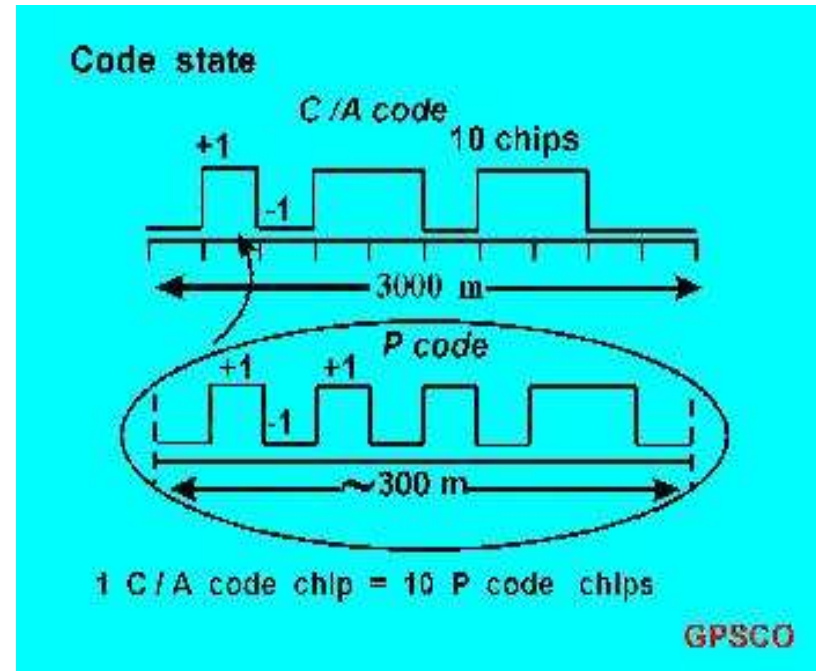


Generazione dei codici PRN per P(Y)

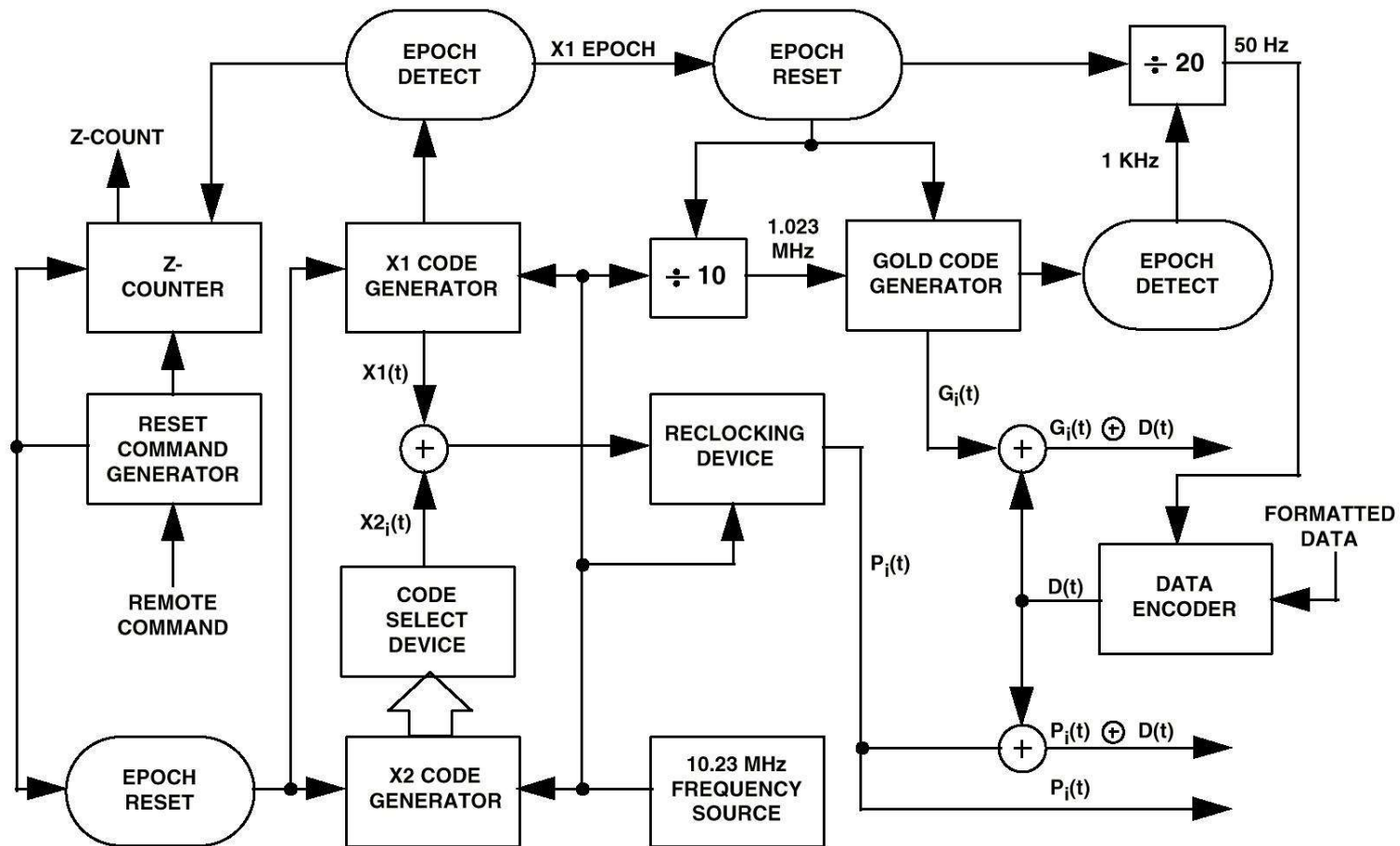
- Il codice P è costituito da una sequenza binaria molto più complessa
- Essa è lunga circa 266.4 giorni con una frequenza di chip di $f_0 = 10.23\text{MHz}$.
- E' generata in modo analogo al codice C/A usando due shift registers.
- Invece di assegnare ad ogni satellite un codice unico a sè stante, come per il C/A, il codice P è assegnato in modo tale che ogni satellite trasmetta una porzione pari ad una settimana dell'intera sequenza di codice lunga 266.4 giorni (reinizializzando a mezzanotte del Sabato).

Esempi di sequenze di codice C/A e P.

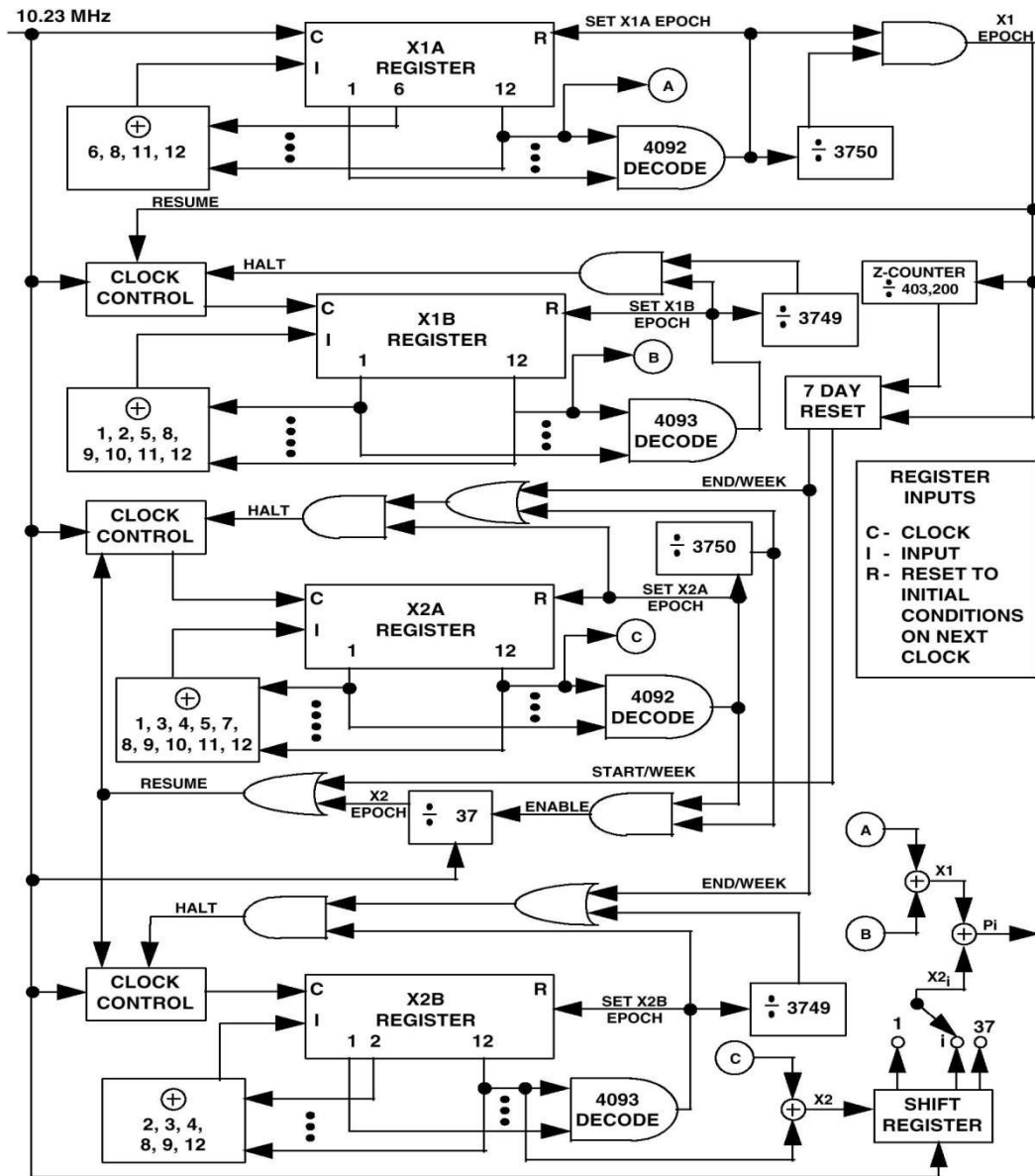
- Sotto Anti-Spoofing, il codice P viene criptato, modulandolo con un ulteriore codice segreto, il "codice W". La somma, nota come "codice Y", è modulata normalmente sulla due portanti L1 ed L2.



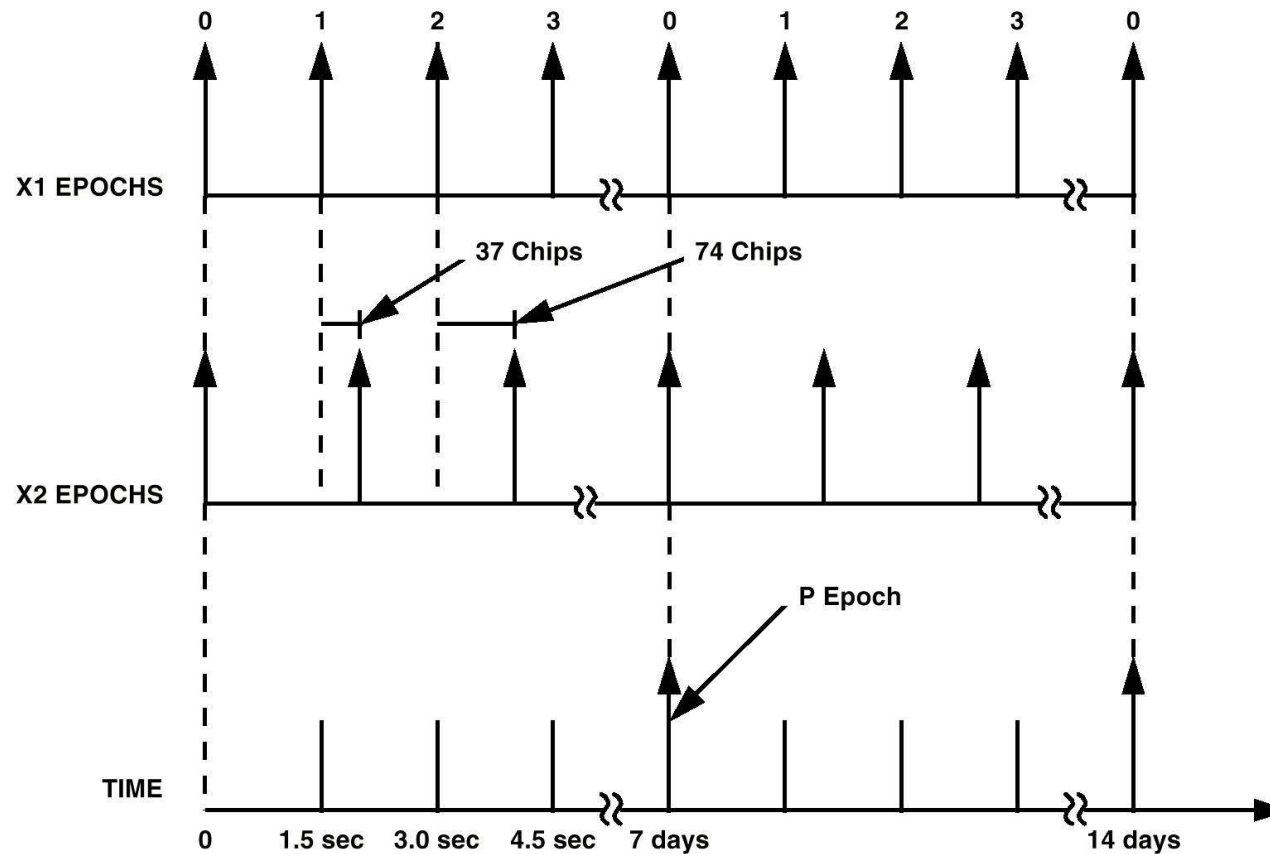
Generazione del codice P



Schema di generazione: codice P



Temporizzazione del codice P



Reset dei registri del codice P

Table 3-IV. P-Code Reset Timing
(Last 400 μ sec of 7-day period)

	Code Chip			
	X1A-Code	X1B-Code	X2A-Code	X2B-Code
TIME ↓	1	345	1070	967
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	3023	3367	4092	3989
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	3127	3471	4092	4093
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	•	•	•	•
	3749	4093	4092	4093
	•	•	•	•
	•	•	•	•
4092*	4093	4092	4093	

* Last Chip of Week.

Tabella riassuntiva dei codici

SV ID No.	GPS PRN Signal No.	Code Phase Selection		Code Delay Chips		First 10 Chips Octal* C/A	First 12 Chips Octal P
		C/A(G _{2i})	(X _{2i})	C/A	P		
20	20	4 ⊕ 7	20	472	20	1715	4343
21	21	5 ⊕ 8	21	473	21	1746	
22	22	6 ⊕ 9	22	474	22	1763	
23	23	1 ⊕ 3	23	509	23	1063	
24	24	4 ⊕ 6	24	512	24	1706	
25	25	5 ⊕ 7	25	513	25	1743	
26	26	6 ⊕ 8	26	514	26	1761	
27	27	7 ⊕ 9	27	515	27	1770	
28	28	8 ⊕ 10	28	516	28	1774	
29	29	1 ⊕ 6	29	859	29	1127	
30	30	2 ⊕ 7	30	860	30	1453	
31	31	3 ⊕ 8	31	861	31	1625	
32	32	4 ⊕ 9	32	862	32	1712	
***	33	5 ⊕ 10	33	863	33	1745	
***	34**	4 ⊕ 10	34	950	34	1713	
***	35	1 ⊕ 7	35	947	35	1134	
***	36	2 ⊕ 8	36	948	36	1456	
***	37**	4 ⊕ 10	37	950	37	1713	

* In the octal notation for the first 10 chips of the C/A code as shown in this column, the first digit (1) represents a "1" for the first chip and the last three digits are the conventional octal representation of the remaining 9 chips. (For example, the first 10 chips of the C/A code for PRN Signal Assembly No. 1 are: 1100100000).

** C/A codes 34 and 37 are common.

*** PRN sequences 33 through 37 are reserved for other uses (e.g. ground transmitters).

⊕ = "exclusive or"

NOTE: The code phase assignments constitute inseparable pairs, each consisting of a specific C/A and a specific P code phase, as shown above.