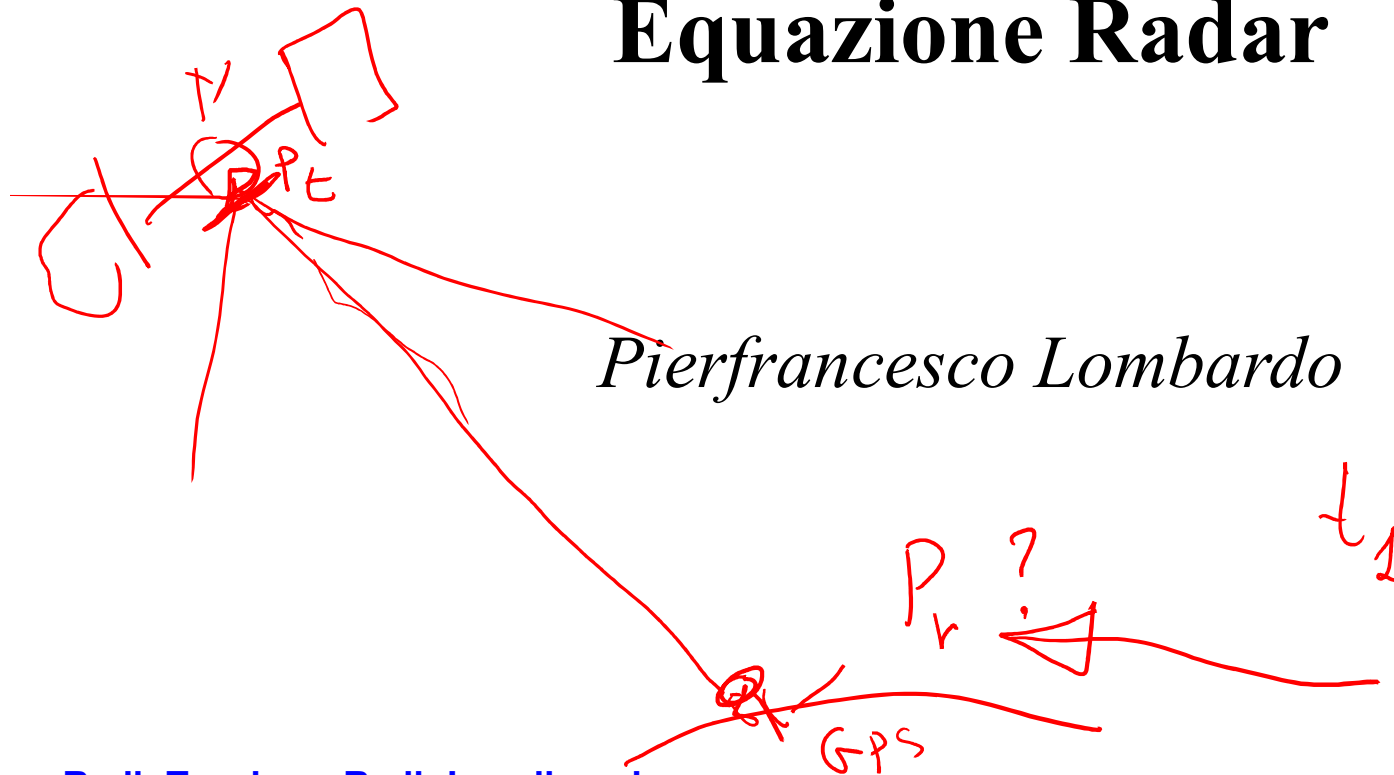


---

# Link Budget & Equazione Radar



*Pierfrancesco Lombardo*

GR f = 1,56 Hz  $\lambda = \frac{c}{f} \approx 20 \text{ cm}$

# Attenuazione e sfasamento a distanza R

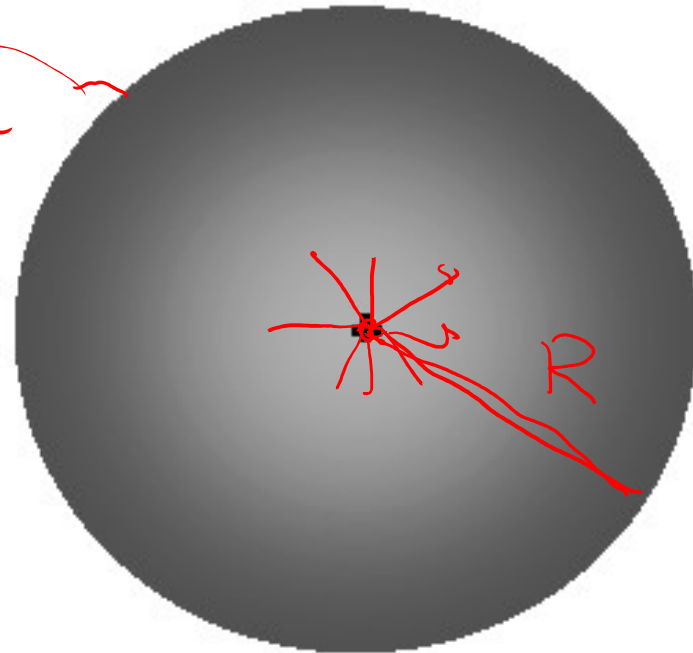
⇒ Un campo E.M. a frequenza  $f = c/\lambda$  generato in prossimità dell'antenna, ad una distanza R da essa si trova:

Attenuato di  $4\pi R^2$

Sfasato di  $-\frac{2\pi}{\lambda} R$

densità di potenza  $\frac{P}{4\pi R^2}$

$\sqrt{4\pi R^2}$

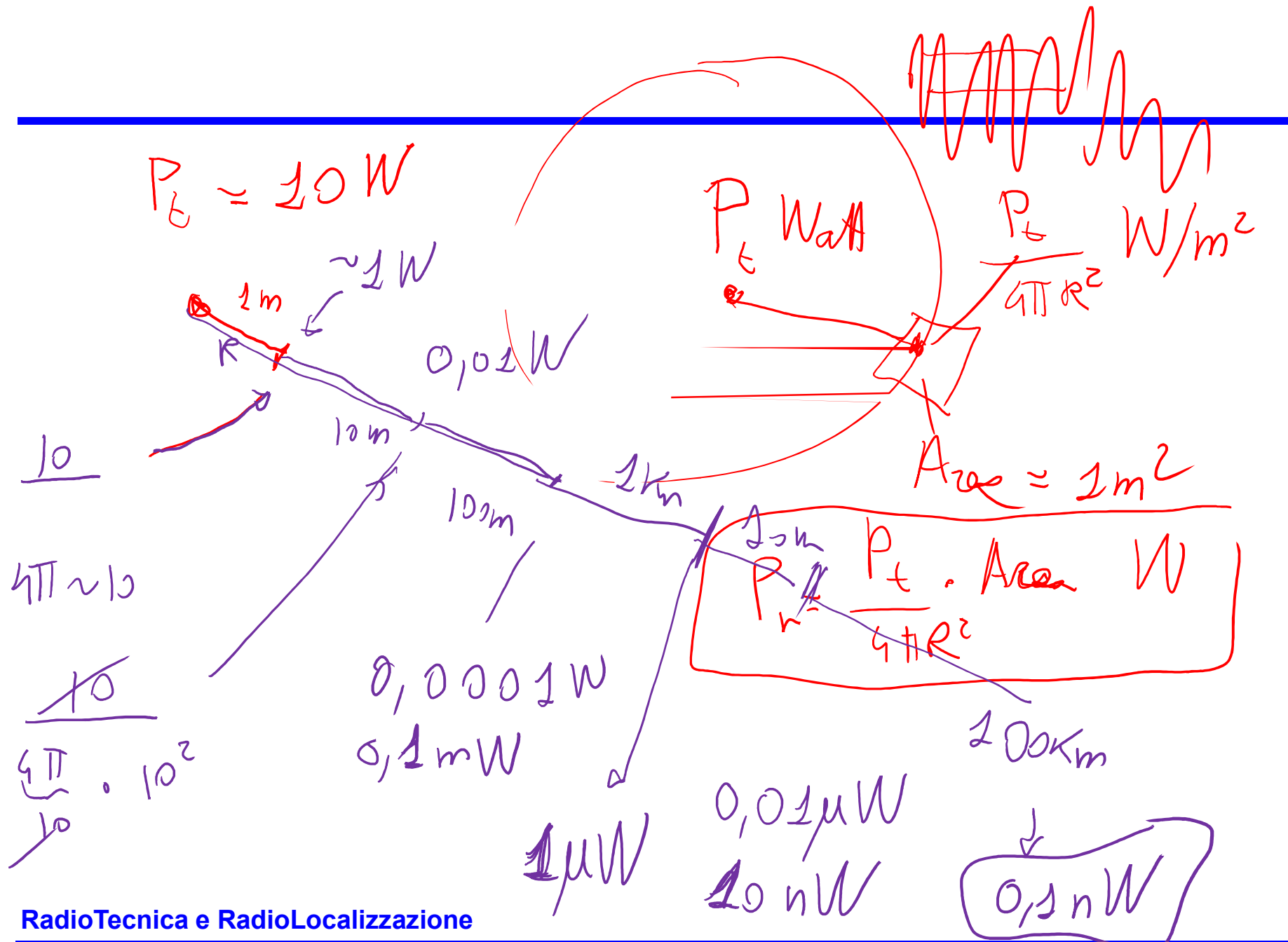


- Densità di potenza si distribuisce su superficie sferica di raggio R

- C'è un ritardo di propagazione alla velocità della luce pari a R/c

$$A \cos(2\pi f t + \phi) \Rightarrow \frac{A}{\sqrt{4\pi R}} \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{R}{c}\right) + \phi\right] = \frac{A}{\sqrt{4\pi R^2}} \cos\left[2\pi f t + \phi - \frac{2\pi f}{c} R\right]$$

$$Ae^{j\phi} e^{j2\pi f t} \Rightarrow \frac{Ae^{j\phi}}{\sqrt{4\pi R}} e^{j2\pi f\left(t - \frac{R}{c}\right)} = Ae^{j\phi} e^{j2\pi f t} \frac{1}{\sqrt{4\pi R^2}} e^{-j2\pi f \frac{R}{c}} = Ae^{j\phi} e^{j2\pi f t} \frac{1}{\sqrt{4\pi R^2}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} R}$$



200 Km 0,2 nW

20.000 Km

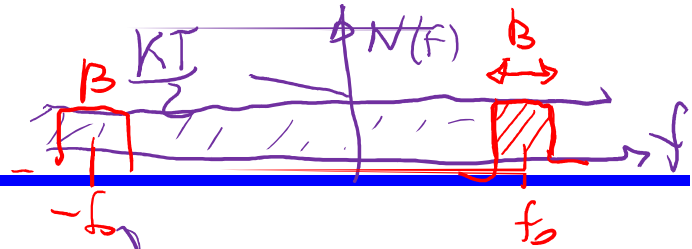
0,05 nW

0,0000005 nW

0,005 pW

5 μW

$5 \cdot 10^{-15} \text{ W}$



$$P_n = k \cdot T_0 \cdot B$$

1 MHz

290°K

$$P_n = 10^{-20,4} \cdot B$$

$10^6 \text{ Hz}$

$$P_n = 10^{-14,4} \text{ W}$$

$$3 \cdot 10^{-15}$$

# Equazione collegamento TX-RX (I)

- Valutazione della potenza ricevuta fissate le caratteristiche del trasmettitore & ricevitore e del mezzo di trasmissione;

a) Antenna trasmittente → distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in ~~direzione~~  $\theta$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna

*tutte le direzioni*

b) Antenna trasmittente → distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t G_t(\theta)}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in direzione  $\theta$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna  
 $G_t(\theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $\theta$ .

c) potenza intercettata dall'antenna ricevente:

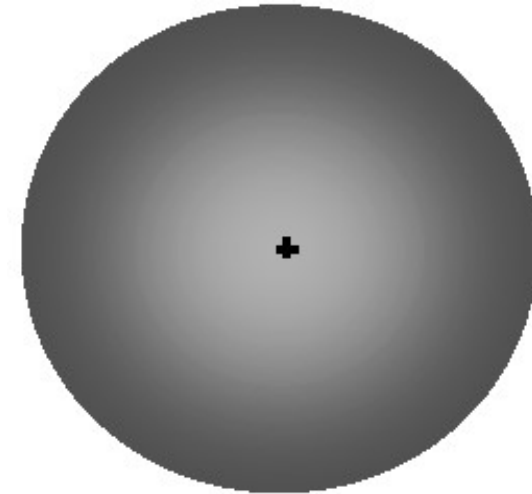
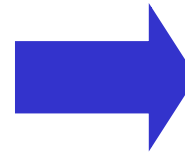
$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} A_e = \underbrace{P_t G_t G_r}_{\text{EIRP}} \left[ \frac{\lambda}{4\pi R} \right]^2 \quad W$$

$P_r$ : potenza ricevuta antenna rx a distanza R.  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna tx.  
 $G_t$ : guadagno d'antenna dell'antenna tx.  
 $A_e$ : area efficace dell'antenna rx.

# Antenna isotropa e direttiva

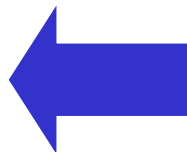
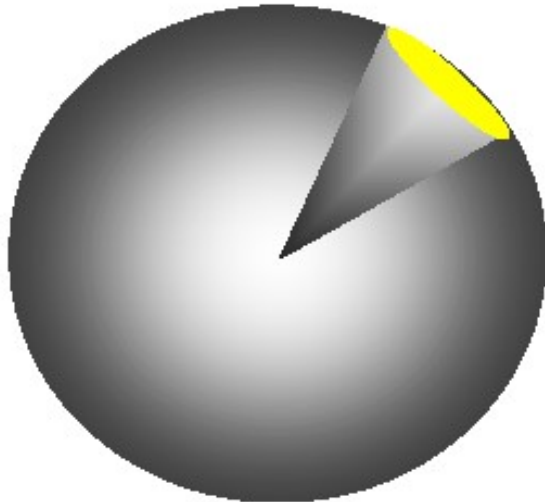
## ANTENNA OMNIDIREZIONALE

- Una sorgente isotropa irradia la potenza uniformemente in tutte le direzioni;
- La potenza irradiata si ripartisce uniformemente su sfere concentriche con centro sulla sorgente;



## ANTENNA DIRETTIVA

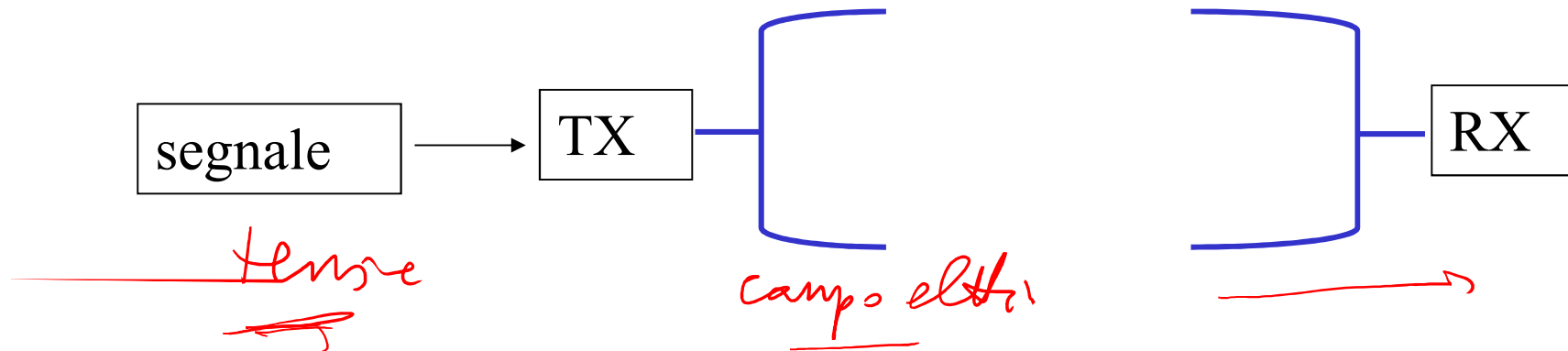
- L'antenna concentra la potenza irradiata in una direzione preferenziale o al contrario assorbe la potenza incidente proveniente da una data direzione;
- La potenza irradiata non è più distribuita in modo uniforme sulla sfera ma ci sono direzioni in cui la densità di potenza è maggiore rispetto al caso di antenna omnidirezionale



# Antenne

---

- Per inviare il segnale si usano antenne (trasduttore) ...



- **Antenna:** trasduttore tra propagazione guidata (linea di trasmissione) e



propagazione nello spazio libero;

- **Reciprocità:** le proprietà dell'antenna sono le stesse indipendentemente dal suo utilizzo (TX/RX);

# Tipologie di antenne

- **Antenne lineari:**

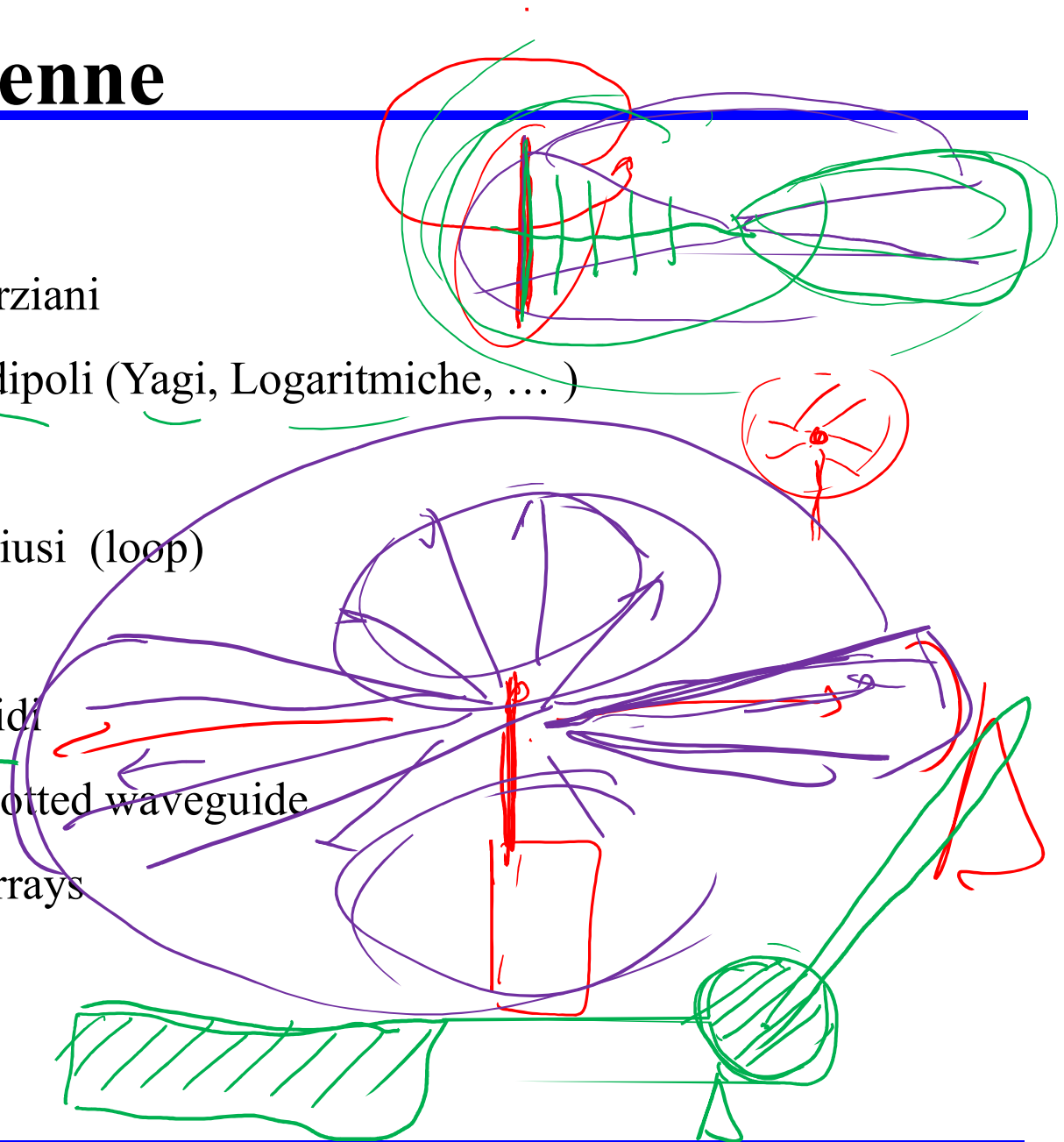
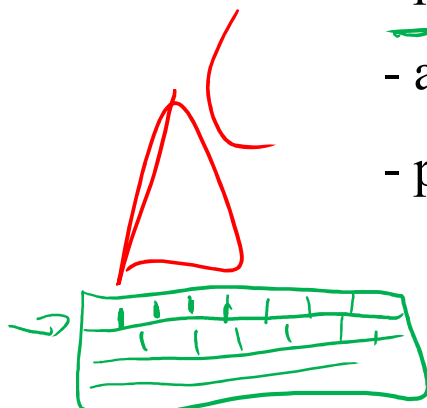
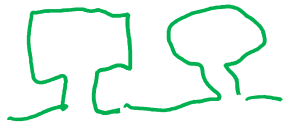
- dipoli herziani
- array di dipoli (Yagi, Logaritmiche, ...)

- **Antenne a telaio:**

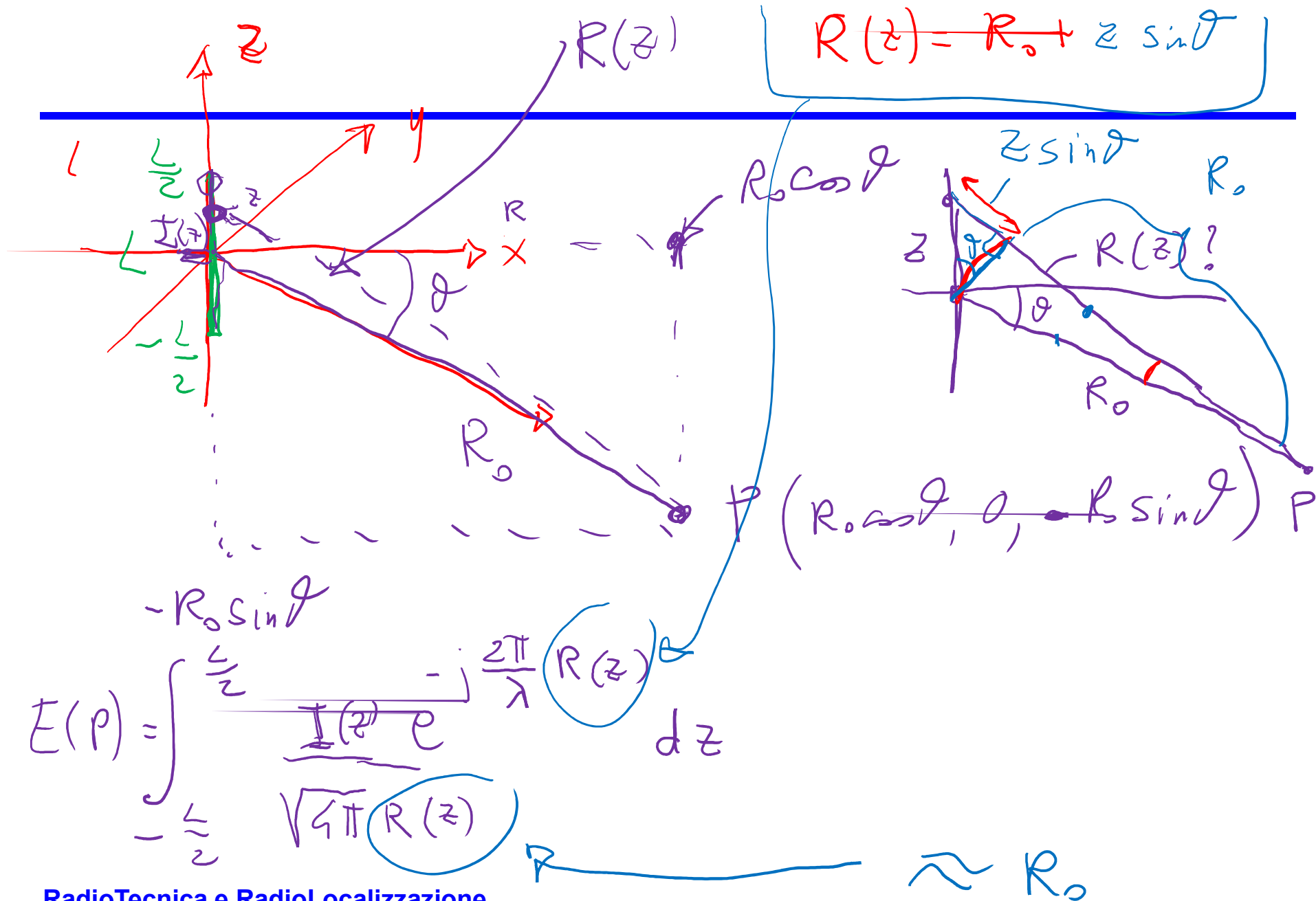
- Anelli chiusi (loop)

- **Antenne ad apertura:**

- paraboloidi
- array a slotted waveguide
- phased arrays







$$e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} R(z)}$$

$$2\pi \cdot \frac{R(z)}{\lambda} = 2\pi \left[ \frac{R_0}{\lambda} + \frac{z \sin \theta}{\lambda} \right] =$$

$$= \underbrace{\frac{2\pi R_0}{\lambda}}_{\text{sfasamento dell'elemento a } z=0} + \underbrace{2\pi \frac{z \sin \theta}{\lambda}}_{\text{per trascurare}} \ll L$$

sfasamento  
dell'elemento a  $z=0$

$$E(R) = \frac{1}{\sqrt{4\pi} R_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z) e^{-j \frac{2\pi R_0}{\lambda} z} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} z \sin \theta} dz$$

$$\frac{z}{\lambda} \ll 1$$

$$z \ll \lambda$$

$$L \ll \lambda$$

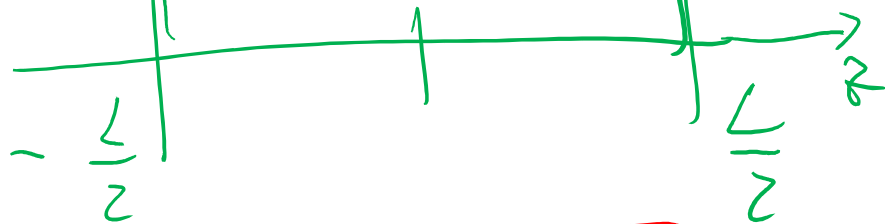
$$E(\rho) = \frac{1}{\sqrt{4\pi R_0}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} R_0}$$

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z) e^{-j2\pi \left(\frac{\sin\theta}{\lambda}\right) z} dz$$

$$I(z) = 1$$

$I(z)$

$$F\left(\frac{\sin\theta}{\lambda}\right)$$

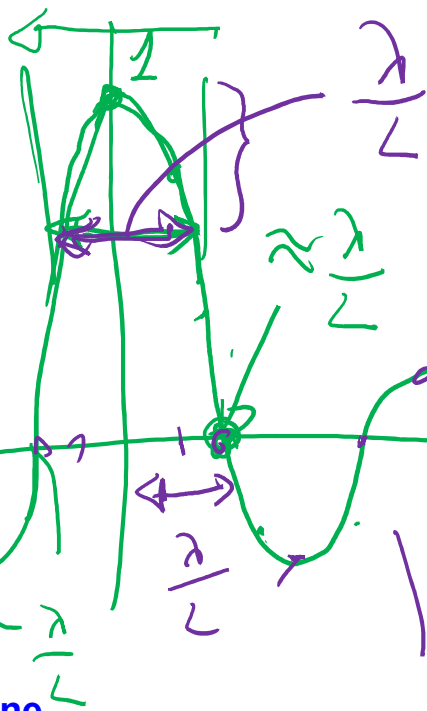
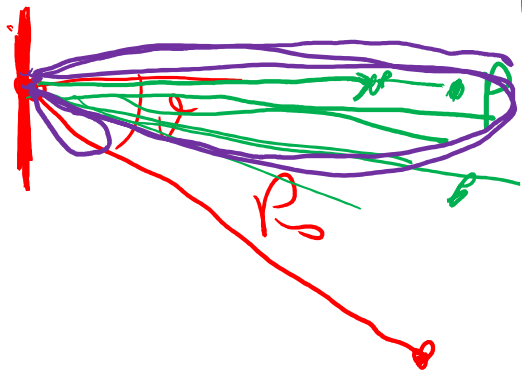


$$L \operatorname{sinc}(\pi f L)$$

$$\frac{\sin\theta}{\lambda}$$

$$E(\rho) = \frac{1}{\sqrt{4\pi R_0}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} R_0} \cdot L \operatorname{sinc}\left(\pi L \frac{\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$$E(\rho) = E(R_0, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi R_0}} e^{-j\frac{2\pi R_0}{\lambda}} \text{sinc}\left(\pi \frac{L}{\lambda} \sin\vartheta\right)$$



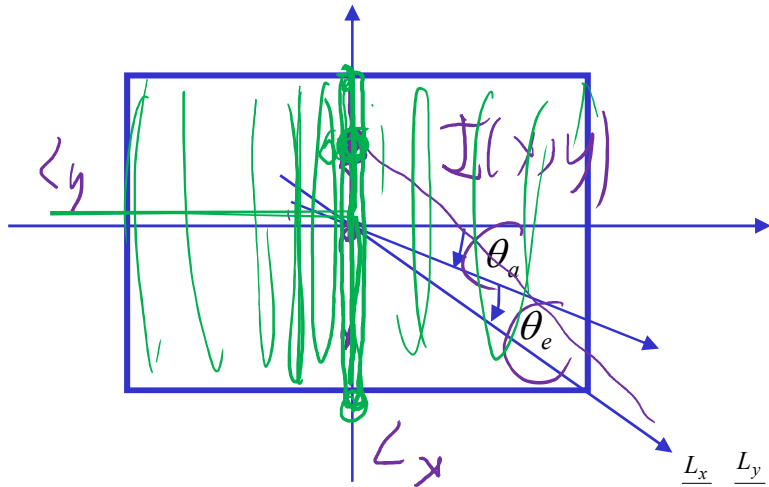
$$\frac{L}{\lambda} \sin\vartheta = 1$$

$$\sin\vartheta = \frac{\lambda}{L}$$

$\sin\vartheta$

$$\sin\vartheta = \kappa \frac{\lambda}{L}$$

# Pattern di Antenne ad apertura



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{-jkR(x,y)} dx dy = e^{-jk r} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy$$

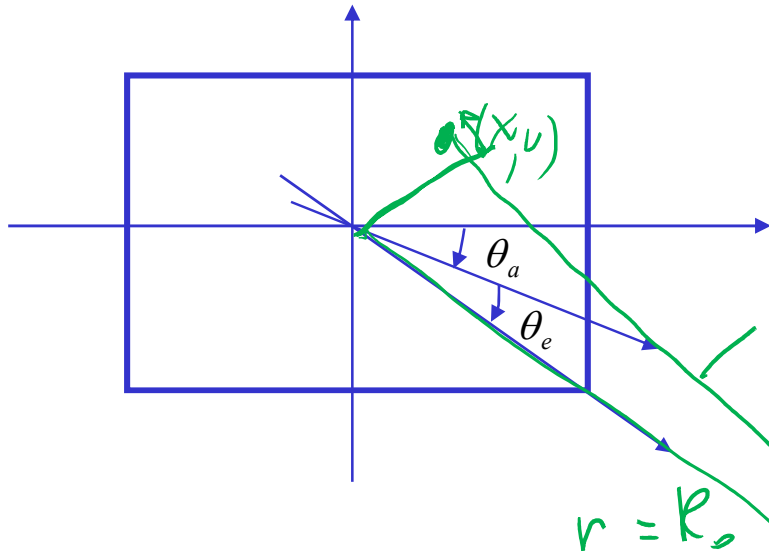
$$I(x, y) = \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y)$$

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy = e^{-jk r} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) e^{jk x \sin \theta_a} dx \cdot \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk y \sin \theta_e} dy =$$

$$= e^{-jk r} \text{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a\right) \cdot \text{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e\right)$$

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

# Pattern di Antenne ad apertura



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$R(x, y) = r + x \sin \theta_a + y \sin \theta_e$$

$$I(x, y) = 1$$

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{-jk R(x, y)} dx dy = e^{-jk r} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{-jk [x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy$$

# Pattern di Antenne ad apertura

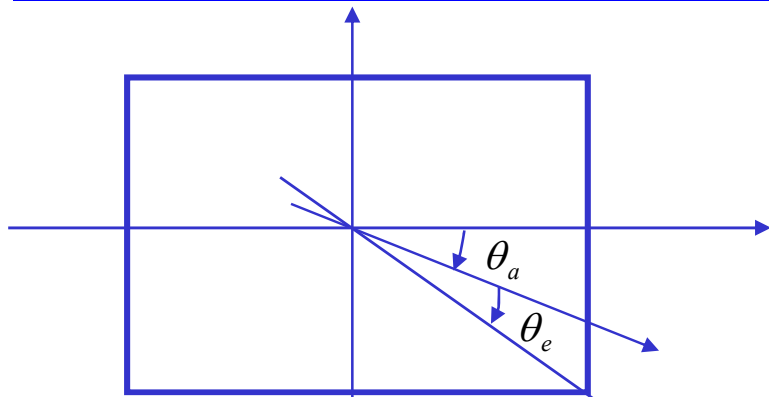
$$e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{j2\pi \frac{1}{\lambda} [x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy$$

$$I(x, y) = \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y)$$

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) e^{jk x \sin \theta_a} dx \cdot \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk y \sin \theta_e} dy =$$

$$= e^{-jkr} \text{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a\right) \cdot \text{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e\right) \cdot L_x L_y$$

# Pattern di Antenne ad apertura (II)



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$L_x L_y e^{-jkr} \operatorname{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a\right) \cdot \operatorname{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e\right)$$

$$L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a = \pi$$

$$\sin \theta_a \cong \theta_a = \frac{2\pi}{k L_x} = \frac{\lambda}{L_x}$$

$$L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e = \pi$$

$$\sin \theta_e \cong \theta_e = \frac{2\pi}{k L_y} = \frac{\lambda}{L_y}$$

$$\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L \sin \theta}{\lambda}\right) \quad \frac{\lambda}{L}$$



# Fascio di antenna

Apertura approx. di antenna

$$\theta \cong \frac{\lambda}{L}$$

18 cm

$L_y$

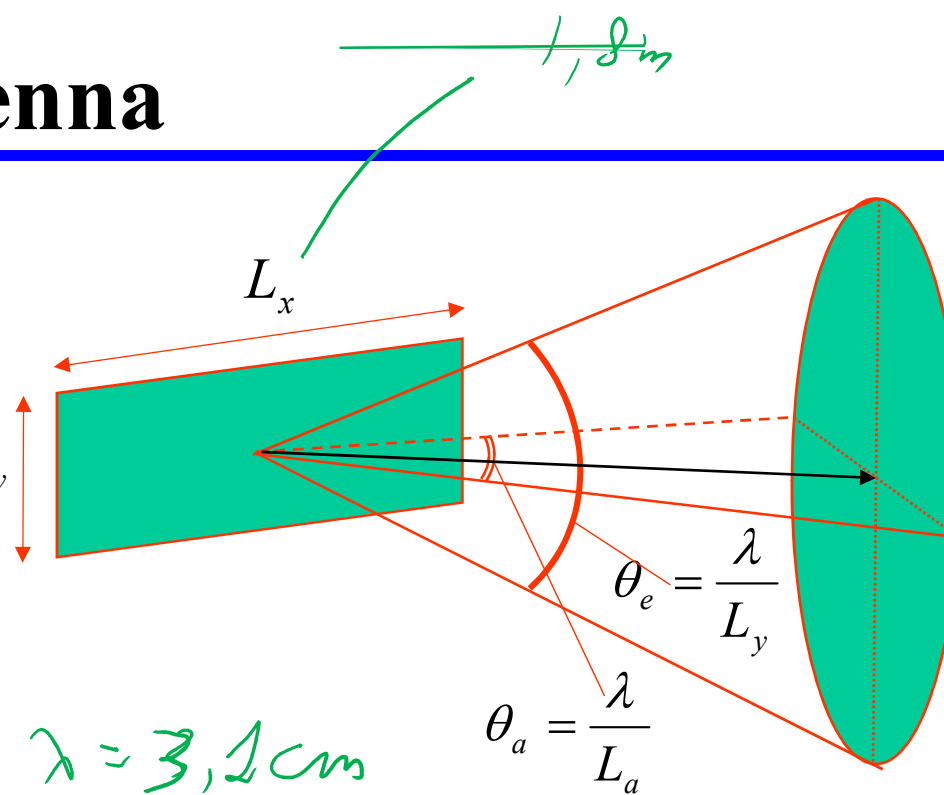
$L_x$

$\lambda = 3,1 \text{ cm}$

$f = 9,6 \text{ GHz}$

$$\theta_e = \frac{\lambda}{L_y}$$

$$\theta_a = \frac{\lambda}{L_x}$$



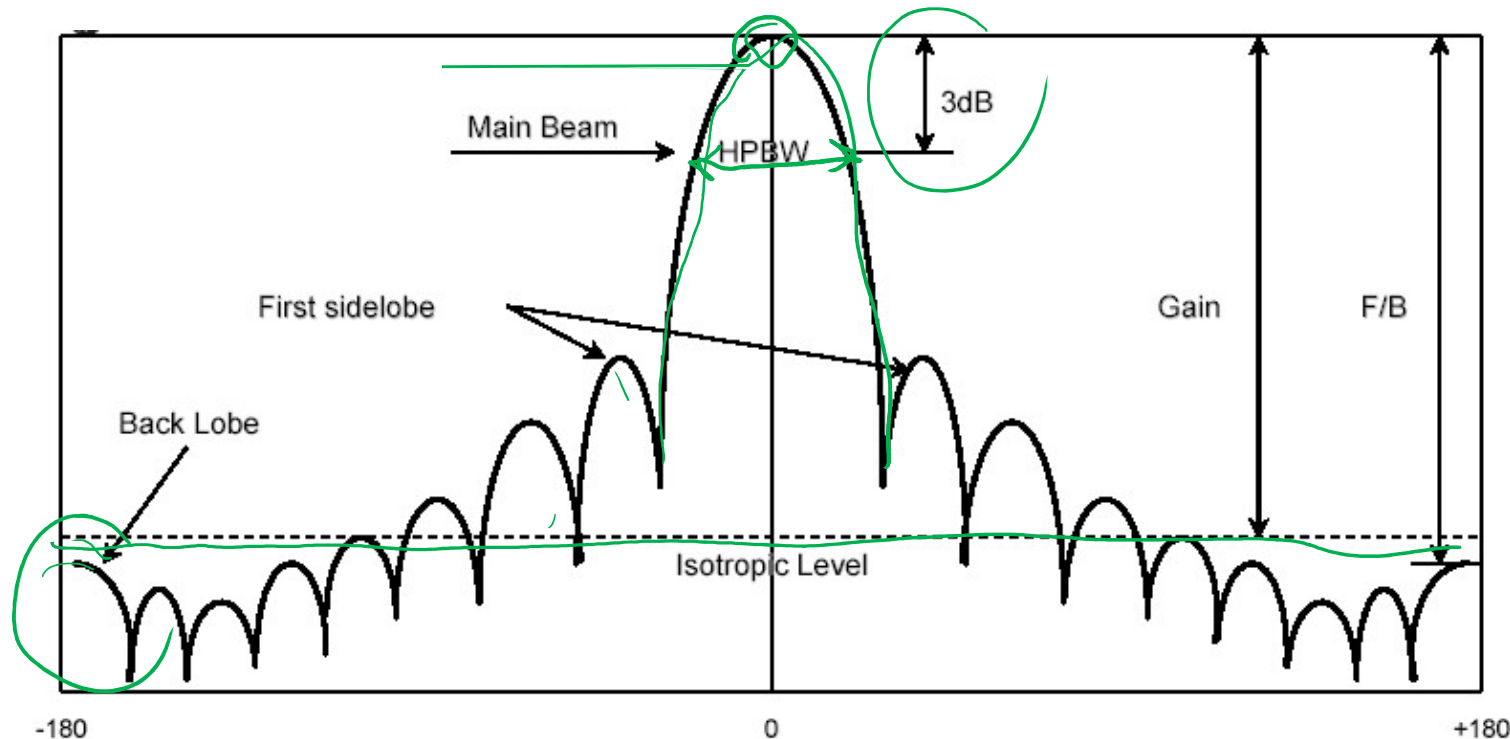
## Esempio

$$\theta_e = \frac{\lambda}{L_y} = \frac{0.031}{0.18} = 0.1722(\text{rad}) \rightarrow 9.87^\circ$$

$$\theta_a = \frac{\lambda}{L_x} = \frac{0.031}{1.8} = 0.01722(\text{rad}) \rightarrow 0.987^\circ$$

# Pattern di radiazione di antenna

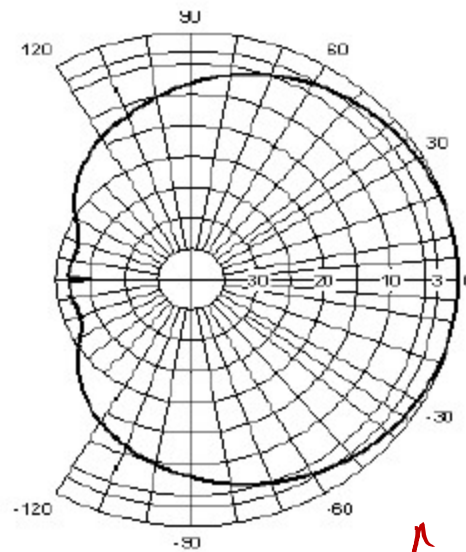
- potenza o intensità di radiazione in funzione delle coordinate angolari (in genere due);



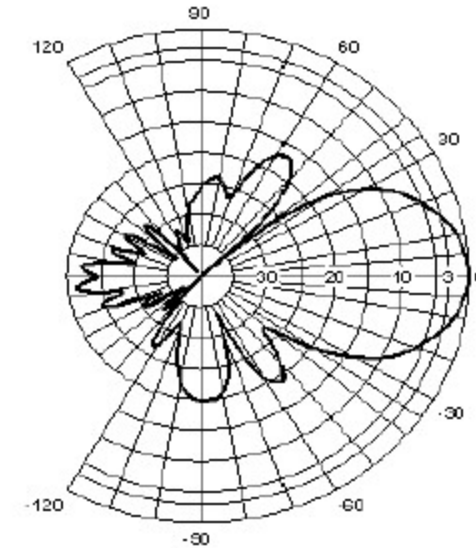
• **Apertura del fascio** in azimuth  $\phi_A$  e in elevazione  $\theta_A$ : ampiezza dell'intervallo angolare che corrisponde ad una diminuzione di 3dB (metà potenza) della direttività o del guadagno rispetto alla direzione di max (Boresight) nel piano azimutale ( $\phi_A \approx \lambda/L_\phi$ :  $L_\phi$  dim. antenna in azimuth) e di elevazione ( $\theta_A \approx \lambda/L_\theta$ :  $L_\theta$  dim. antenna elevazione).

**RadioTecnica e RadioLocalizzazione**

# Esempi di pattern di radiazione



Verticale



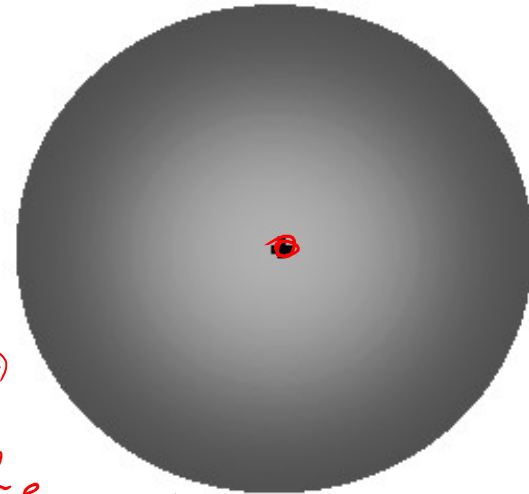
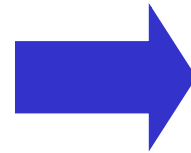
Orizzontale

- Pattern di radiazione
  - Rappresentazione grafica delle proprietà radiative di un'antenna;
  - In generale è una rappresentazione bidimensionale.
- Larghezza del fascio
  - Misura la direttività dell'antenna;
- Pattern di ricezione
  - Le proprietà in ricezione sono analoghe a quelle in trasmissione (reciprocità).

# Antenna isotropa e direttiva

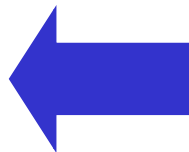
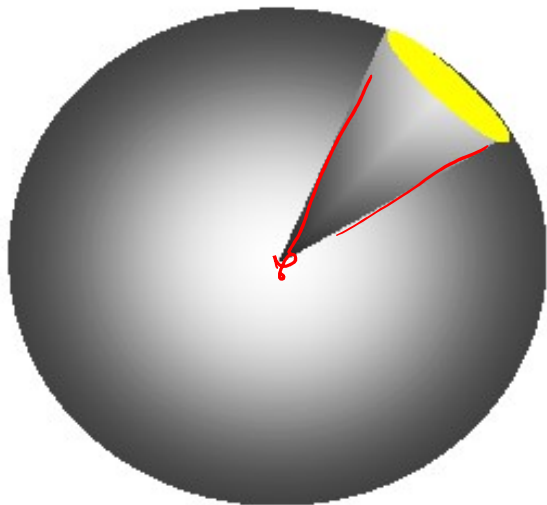
## ANTENNA OMNIDIREZIONALE

- Una sorgente isotropa irradia la potenza uniformemente in tutte le direzioni;
- La potenza irradiata si ripartisce uniformemente su sfere concentriche con centro sulla sorgente;



$$G = \frac{4\pi}{\frac{\lambda}{L_a} \frac{\lambda}{L_e}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} L_a L_e = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{area}}$$

**ANTENNA DIRETTIVA**



- L'antenna concentra la potenza irradiata in una direzione preferenziale o al contrario assorbe la potenza incidente proveniente da una data direzione;
- La potenza irradiata non è più distribuita in modo uniforme sulla sfera ma ci sono direzioni in cui la densità di potenza è maggiore rispetto al caso di antenna omnidirezionale

# Direttività e Guadagno

## DIRETTIVITA':

$$G_D = \frac{\text{max intensità di radiazione}}{\text{intensità di radiazione media}} = \frac{\text{max potenza irradiata/unità angolo solido}}{\text{potenza irradiata totale}/4\pi}$$

**GUADAGNO:** perdite considerate

$$G = \rho_r G_D$$

$\rho_r$  efficienza di irradiazione

$$G = \frac{\text{max potenza irradiata /unità angolo solido}}{\text{potenza netta accettata /}4\pi} = \frac{\text{max intensità irradiata}}{\text{intensità irradiata sorgente isotropa senza perdite (con pari potenza in ingresso)}}$$

## AREA EFFICACE

⇒ misura l'area effettiva mostrata da un'antenna all'onda incidente (RX):

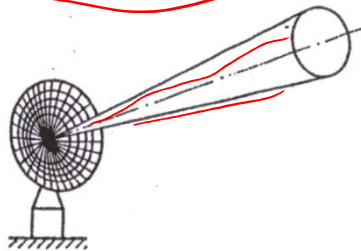
$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} = \frac{4\pi \rho_a A_g}{\lambda^2}$$

$A_e$ : area efficace;  
 $A_g$ : area geometrica;  
 $\rho_a$ : efficienza d'apertura

0,3 → 0,8

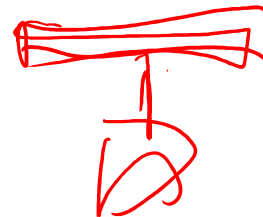
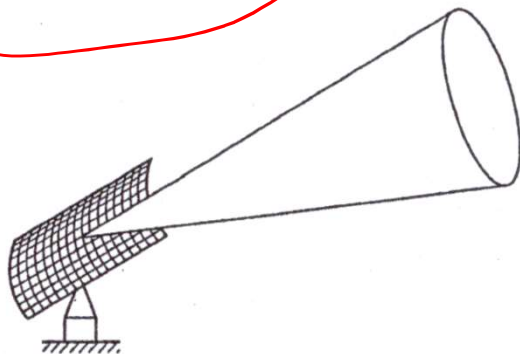
# Forma del fascio di antenne ad apertura

## • Pencil beam



- fascio assialmente simmetrico;
- larghezza del fascio dell'ordine di pochi gradi o meno;
- utilizzati quando è necessario misurare continuamente entrambi azimuth e elevazione del bersaglio (ad es. per inseguimento);

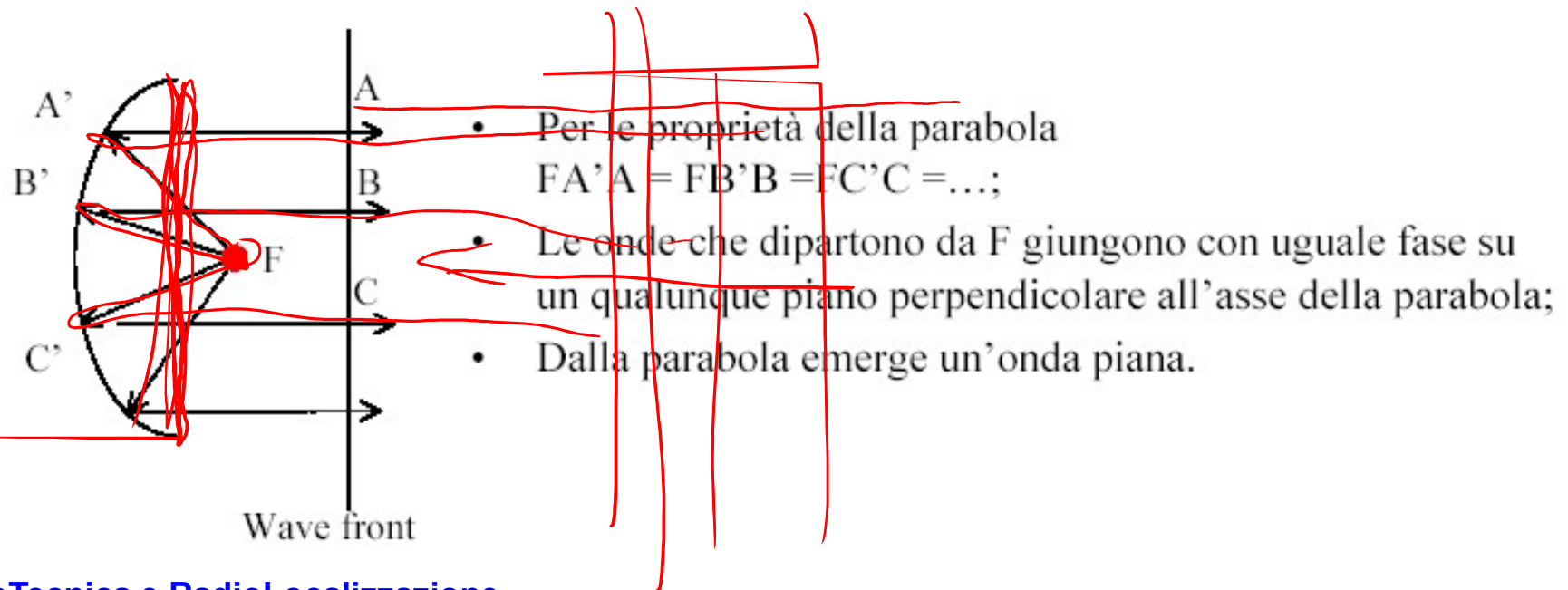
## • Fan beam



- fascio largo in una dimensione e stretto nell'altro;
- utilizzato quando ci sono vincoli sul max scan time;
- radar di ricerca ground based utilizzano fasci stretti in azimuth e larghi in elevazione;

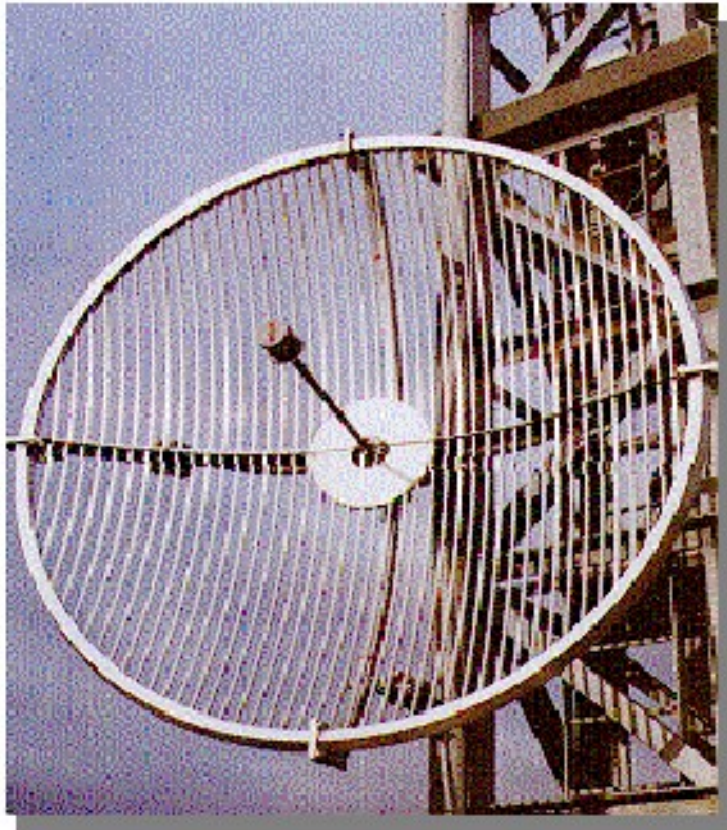
# Antenne a riflettore parabolico

- Antenna con riflettore parabolico di rivoluzione: tipo di antenna più comune ed utilizzato in sistemi di telecomunicazioni (ponti radio terrestri e via satellite) e nei sistemi radar;
- Antenna costituita da una sorgente primaria (illuminatore) e da una superficie riflettente parabolica (riflettore);
- Il riflettore trasforma in onde piane le onde sferiche emesse dall'illuminatore posto nel fuoco della parabola;



# Antenne paraboliche a microonde

Grid Type



Solid Type





# Guadagno di Antenne ad apertura



Guadagno d'antenna

- Potenza irradiata in una particolare direzione confrontata con quella irradiata in una qualunque direzione da un'antenna perfettamente omnidirezionale (antenna isotropa);

Antenne direttive concentrano l'energia in particolari direzioni  $\Rightarrow$  vantaggi&svantaggi

- Segnale ricevuto ha maggiore potenza;
- Minore interferenza ad altri ricevitori;
- Antenne più complesse;

Guadagno:  $G = A_e \times \frac{4\pi}{\lambda^2}$

Area  
equivalente:  $A_e = \eta \times A_g$

$$G = \eta \times A_g \times \frac{4\pi}{\lambda^2}$$

Guadagno d'antenna in dB/dBi =  $10 \log_{10}(G)$

Antenna circolare con diametro D:

$$A_g = \pi R^2 = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$\& \quad G = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\pi D^2}{4} = \eta \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$$

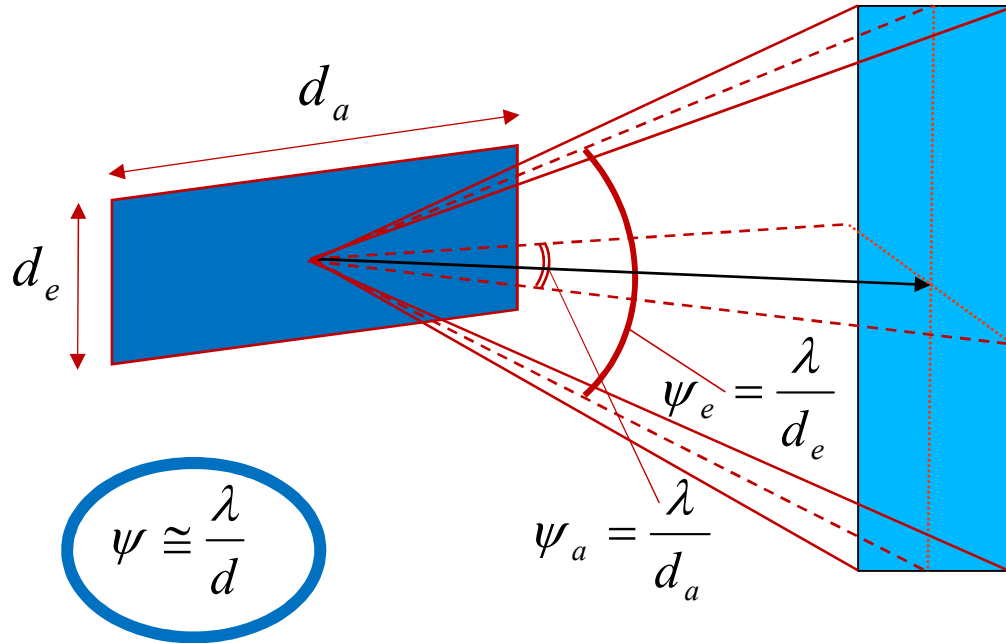
Per una sorgente omnidirezionale il guadagno è pari a 1 e l'apertura a  $\lambda^2/4\pi$ .

# Antenna Beam

$$3 \cdot 10^{-2}$$

$$G = \frac{4\pi \cdot 1,8 \cdot 0,18}{9} \cdot 10^4$$

$$G \approx \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_e = \frac{4\pi \cdot 1,8 \cdot 0,18}{(3 \cdot 10^{-2})^2}$$



| Example airborne SAR           |                       |
|--------------------------------|-----------------------|
| Wavelength ( $\lambda$ )       | 3.1 cm (X band)       |
| Antenna ( $d_a \times d_e$ )   | 1.8 m $\times$ 0.18 m |
| Altitude                       | 10 km                 |
| Off-nadir angle ( $\alpha_0$ ) | Adjustable 15° - 60°  |

## airborne case

$$\psi_e = \frac{\lambda}{d_e} = \frac{0.031}{0.18} = 0.1722 \text{ (rad)} \rightarrow 9.87^\circ$$

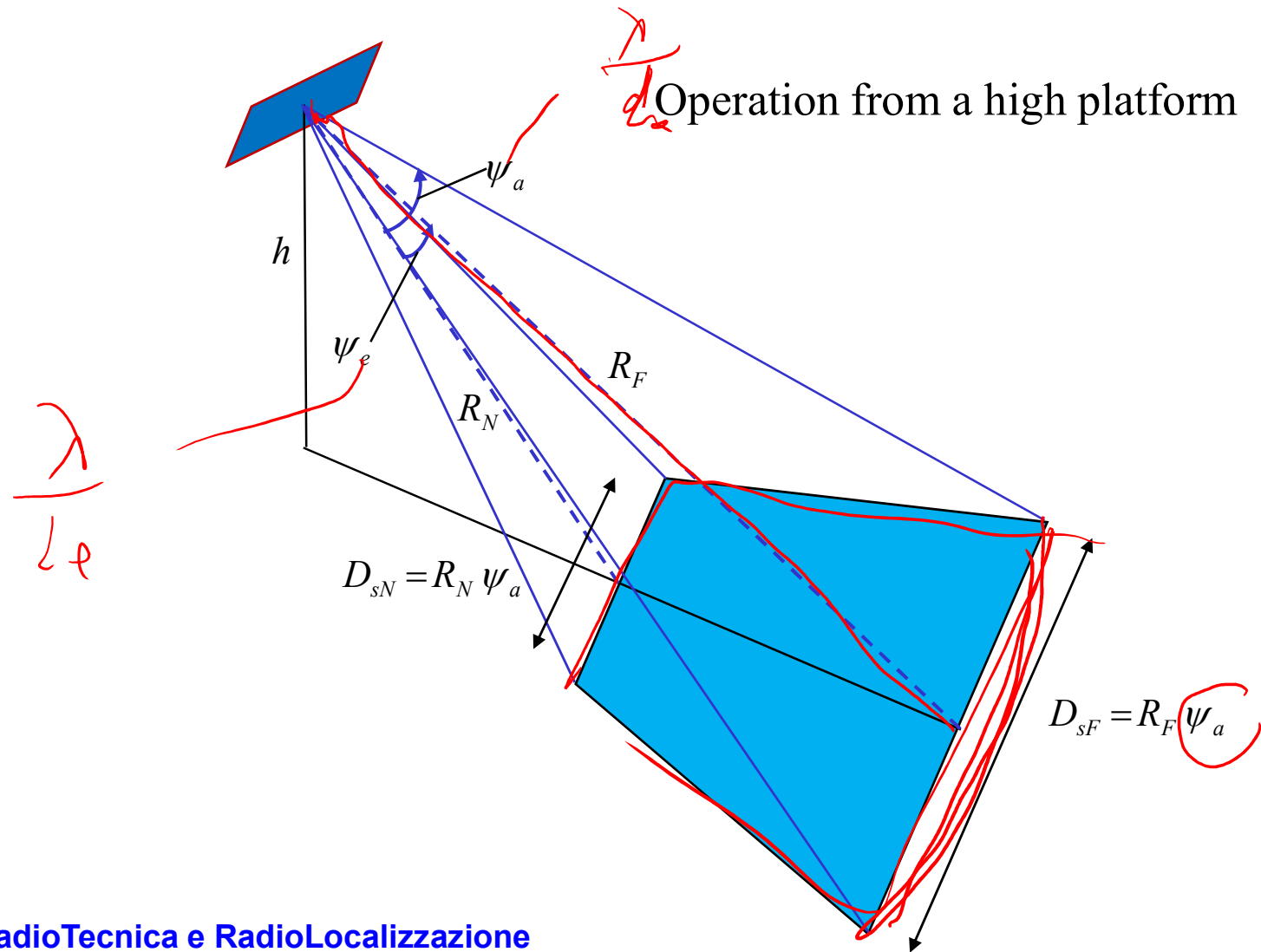
$$\psi_a = \frac{\lambda}{d_a} = \frac{0.031}{1.8} = 0.01722 \text{ (rad)} \rightarrow 0.987^\circ$$

## spaceborne case

$$\psi_e = \frac{\lambda}{d_e} = \frac{0.0567}{1} = 0.0567 \text{ (rad)} \rightarrow 3.2487^\circ$$

$$\psi_a = \frac{\lambda}{d_a} = \frac{0.0567}{10} = 0.00567 \text{ (rad)} \rightarrow 0.32487^\circ$$

# Antenna Footprint



# Equazione collegamento TX-RX (I)

- Valutazione della potenza ricevuta fissate le caratteristiche del trasmettitore & ricevitore e del mezzo di trasmissione;

a) Antenna trasmittente → distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R)$  : densità di potenza a distanza R  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

b) Antenna trasmittente → distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t G_t(\theta)}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in direzione  $\theta$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna  
 $G_t(\theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $\theta$ .

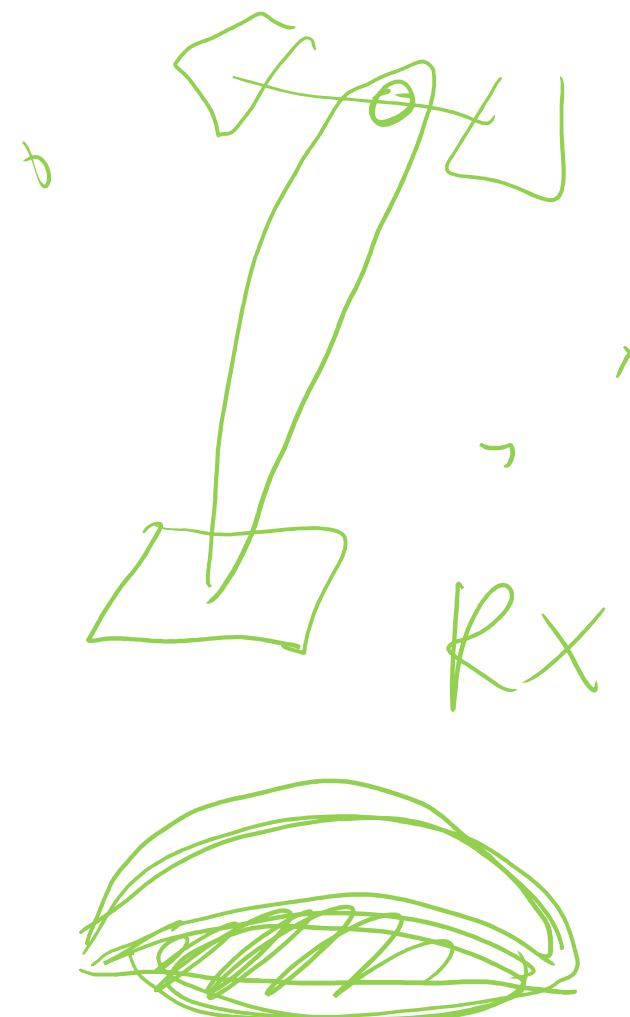
c) potenza intercettata dall'antenna ricevente:

$$P_r = \frac{P_t G_t A_e}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t G_r \left[ \frac{\lambda}{4\pi R} \right]^2}{4\pi R^2} W$$

↓  
EIRP

- $P_r$ : potenza ricevuta antenna rx a distanza R.
- $P_t$ : potenza irradiata dall'antenna tx.
- $G_t$ : guadagno d'antenna dell'antenna tx.
- $A_e$ : area efficace dell'antenna rx.

Antenna GPS





# Equazione collegamento TX-RX (II)

EIRP: Equivalent Isotropic Radiated Power → figura di merito stazione TX

$$P_r = \frac{EIRP \cdot G_r}{(4\pi R/\lambda)^2} = \frac{EIRP \cdot G_r}{L_p} \quad W$$

Path loss

Potenza ricevuta caso ideale  
 ⇒ unica attenuazione considerata:  
 propagazione nello spazio libero

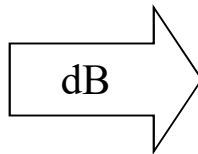
$$L_p = \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2$$

## Fattori di perdita

- fattori di perdita dovuti all'antenna trasmittente ( $L_{ta}$ );
- fattori di perdita dovuti all'antenna ricevente ( $L_{ra}$ );
- fattori di perdita dovuti a propagazione in atmosfera ( $L_a$ );

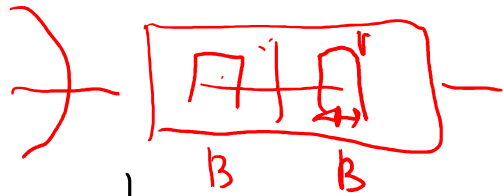
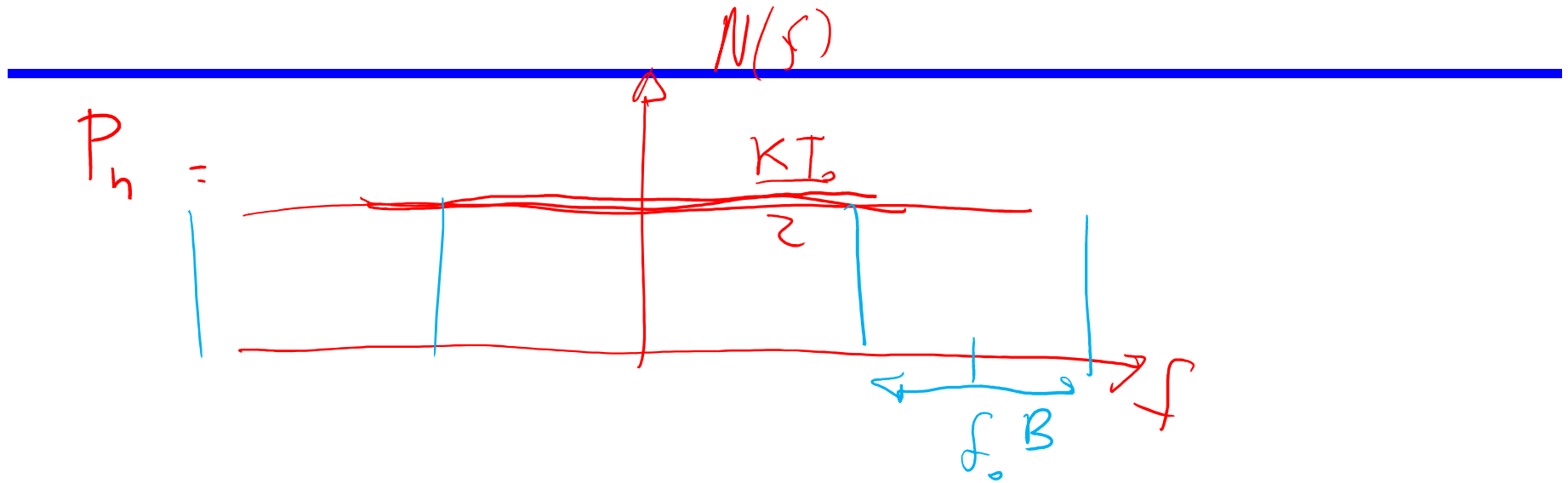
Potenza ricevuta caso reale

$$P_r = \frac{EIRP \cdot G_r}{L_p L_{ta} L_a L_{ra}} \quad W$$



$$P_r|_{dBW} = EIRP|_{dBW} + G_r|_{dB} - L_p|_{dB} - L_{ta}|_{dB} - L_a|_{dB} - L_{ra}|_{dB}$$

RadioTecnica e RadioLocalizzazione



$$P_n = \frac{KT_0}{2} \cdot B \cdot 2 = KT_0 B$$

$$P_n \rightarrow FKT_0 B$$

$$F \geq 1$$

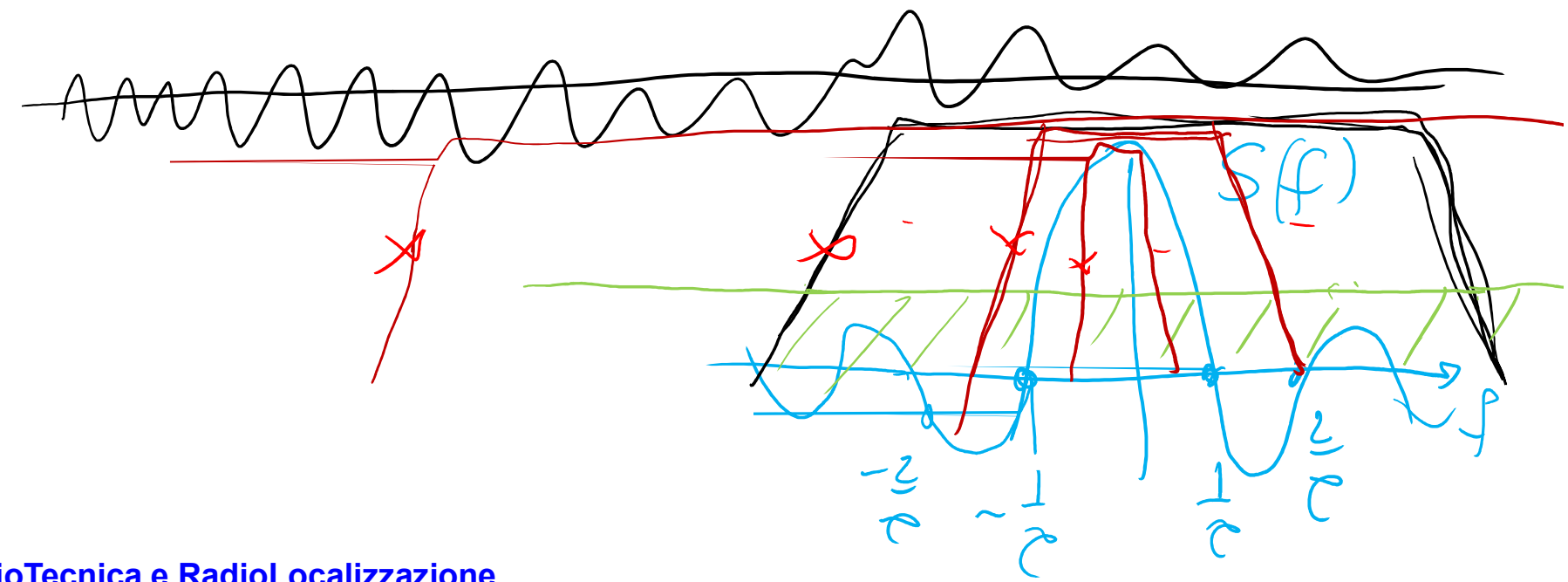
$F =$  figure di rumore





$$\frac{S}{N} = \frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G_t A_e}{4\pi R^2 L FKT B}$$

~~B · τ~~



# Attenuazione di propagazione per pioggia/nebbia

TABLE 5.3 Attenuation vs. Frequency Due to Fog<sup>a</sup>

| Loss, dB/m       | Visible Distance, ft |     |     |      |
|------------------|----------------------|-----|-----|------|
|                  | 100                  | 200 | 500 | 1000 |
| 10 <sup>-3</sup> | 20                   |     |     |      |
| 10 <sup>-4</sup> | 7                    | 12  | 20  |      |
| 10 <sup>-5</sup> |                      | 4   | 7   | 12   |
| 10 <sup>-6</sup> |                      |     |     | 3    |

Table entries are Frequency, GHz

TABLE 5.4 Attenuation vs. Frequency Due to Rain<sup>a</sup>

| Loss, dB/m       | Heavy<br>(16 mm/hr) | Moderate<br>(4 mm/hr) | Light<br>(1 mm/hr) | Drizzle<br>(0.25 mm/hr) |
|------------------|---------------------|-----------------------|--------------------|-------------------------|
| 10 <sup>-3</sup> | 15                  | 37                    | 100                |                         |
| 10 <sup>-4</sup> | 7                   | 12                    | 20                 | 43                      |
| 10 <sup>-5</sup> | 3                   | 6                     | 9                  | 20                      |
| 10 <sup>-6</sup> |                     | 3                     | 4                  | 8                       |
| 10 <sup>-7</sup> |                     |                       |                    | 4                       |

Table entries are Frequency, GHz

<sup>a</sup> After H. E. Hawkins and O. LaPlant, "Radar Performance Degradation in Fog and Rain," IRE Transactions on Aerospace and Navigational Electronics, Vol. ANE-6, No. 1, March 1959.

# Decibels (dB)

Ampiezza (Volt)

$$\text{dB} = 20 \log \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

Potenza (Watt)

$$\text{dB} = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

| Decibels | Rapporto di voltaggio | Rapporto di potenza |
|----------|-----------------------|---------------------|
| - 10 dB  |                       | 1/10:1              |
| - 7 dB   |                       | 1/5 :1              |
| - 6 dB   | 1/2:1                 | 1/4:1               |
| - 3 dB   | 0,72:1                | 1/2:1               |
| 0 dB     | 1:1                   | 1:1                 |
| 3 dB     | 1,414:1               | 2:1                 |
| 6 dB     | 2:1                   | 4:1                 |
| 7 dB     |                       | 5:1                 |
| 10 dB    |                       | 10:1                |
| 20 dB    | 10:1                  | 100:1               |
| 30 dB    |                       | 1000:1              |
| 40 dB    | 100:1                 | 10.000:1            |
| 60 dB    | 1.000:1               | 1.000.000:1         |
| 66 dB    | 2.000:1               | 4.000.000:1         |
| 72 dB    | 4.000:1               | 16.000.000:1        |
| 80 dB    | 10.000:1              | 10 <sup>8</sup> :1  |
| 100 dB   | 100.000:1             | 10 <sup>10</sup> :1 |
| 120 dB   | 1.000.000:1           | 10 <sup>12</sup> :1 |

$10^{-7}$

$-70 \text{ dB}$

$10 \log_2 2^n$

$10^{-3} \cdot 10 \log_{10} (x) \sim 30 \text{ dB}$

$n \cdot \log_{10}(2) = n \cdot 0.3$

|       |  |        |
|-------|--|--------|
| 1/16  |  | -12 dB |
| 1/8   |  | -19 dB |
| 1/4   |  | -3 dB  |
| $x=1$ |  | 0 dB   |
| $x=2$ |  | 3 dB   |
| $x=4$ |  | 6 dB   |
| 5     |  | 7 dB   |
| 8     |  | 9,5 dB |
| 10    |  | 10 dB  |
| 16    |  | 12 dB  |
| 32    |  | 15 dB  |
| 100   |  | 20 dB  |
| 1000  |  | 30 dB  |

$\sqrt{10 \log_{10} 2}$   
 $\sim 8$   
 $\sim 8,5$

$\log 2^{-n}$

$$10 \log_{10} 5 = 10 \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$= 10 - 3 = 7$$

8,5

---

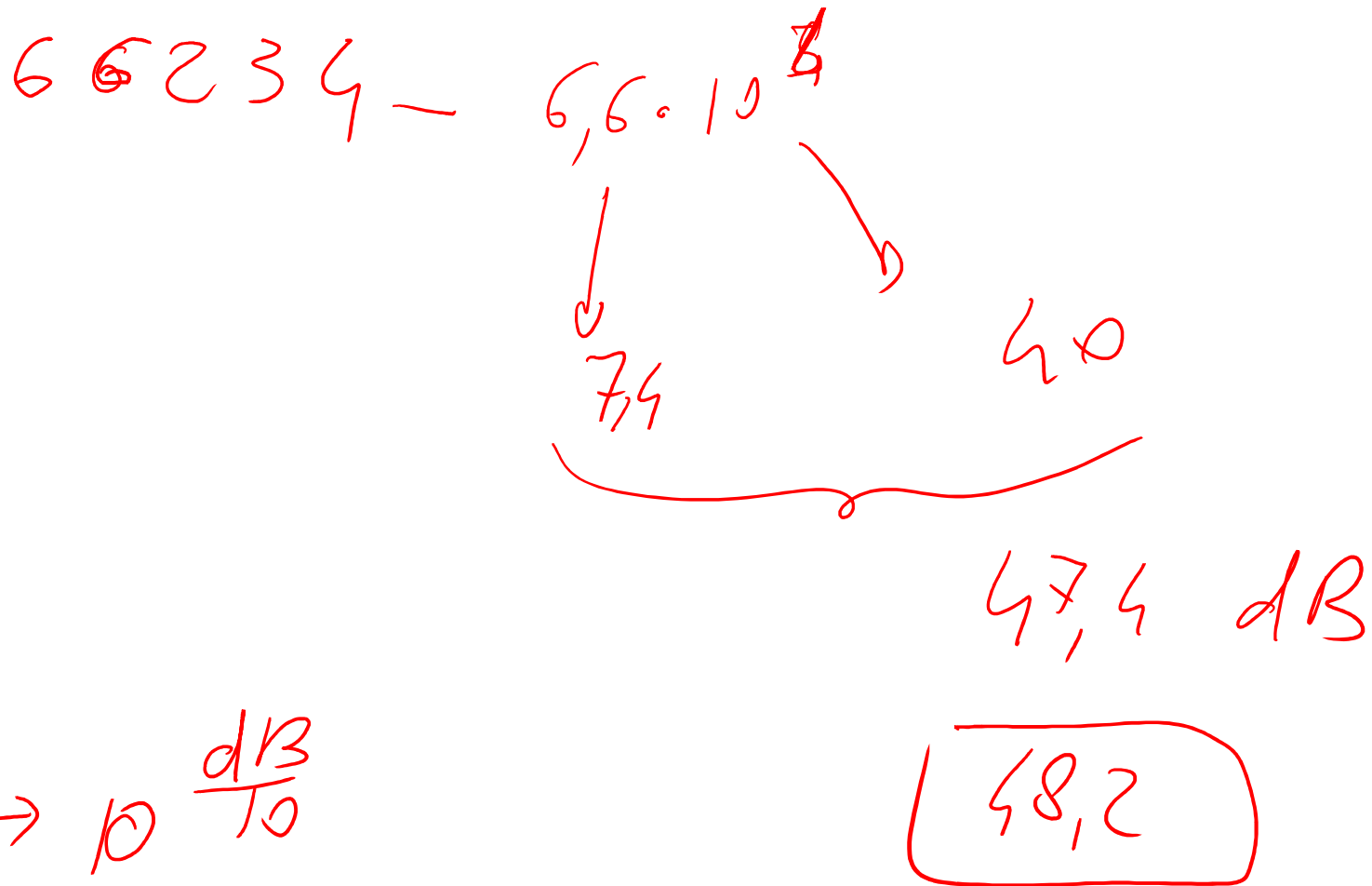
$\lg A \cdot B$

$$20000 \rightarrow 2 \cdot 10^4$$
$$\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \rightarrow 40 \rightarrow 43 \text{ dB}$$

$$5 \cdot 10^8 \rightarrow 87$$

$$\frac{2}{5} \cdot 10^3 \rightarrow 3 - 7 + 30 \Rightarrow 26 \text{ dB}$$

~~26~~



$$\frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G_t A_e}{4\pi R^2 P_n}$$

$$\left( \frac{S}{N} = \frac{P_r}{P_n} \right)_{dB} = P_t_{dB} + G_t_{dB} + A_e_{dB} - (4\pi)_{dB} - 2 \cdot R_{dB} - P_n_{dB}$$

$\approx \parallel$

oppure  $P_t_{dB} / dBW$   
 $P_t_{dB} / dBm$

$A_e_{dB}$   
 $\rightarrow dBm^2$   
 $\rightarrow dB_{mech.}$   
 $\rightarrow dBW$   
 $dBm$









# Rapporti espressi in decibel (I)

---



La variabilità dei rapporti fra le ampiezze dei segnali di ingresso e uscita dei blocchi funzionali che compongono i sistemi di comunicazione è estremamente grande: ad esempio l'attenuazione introdotta da molti mezzi trasmissivi cresce in modo esponenziale con la lunghezza del collegamento.

**Risulta quindi comodo esprimere i rapporti fra ingresso ed uscita dei blocchi funzionali in unità logaritmiche.**

$$R|_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{A}{B} \right) \text{ se } A \text{ e } B \text{ rappresentano ampiezze}$$

$$R|_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{C}{D} \right) \text{ se } C \text{ e } D \text{ rappresentano potenze o energie}$$

# Rapporti espressi in decibel (II)



Rapporto fra le ampiezze =  $R|_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{8}{4} \right) = 6 \text{ dB}$

Rapporto fra le potenze =  $R|_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{8^2}{4^2} \right) = 6 \text{ dB}$

si ottiene, evidentemente, lo stesso valore : il guadagno  $G$

**Attenzione però : l' ampiezza raddoppia mentre la potenza quadruplica**

| $A_o / A_i$ | $P_o / P_i$ | $G _{dB}$ |
|-------------|-------------|-----------|
| 1           | 1           | 0 dB      |
| $\sqrt{2}$  | 2           | 3 dB      |
| $\sqrt{3}$  | 3           | 4.8 dB    |
| 2           | 4           | 6 dB      |

| $A_o / A_i$ | $P_o / P_i$ | $G _{dB}$ |
|-------------|-------------|-----------|
| $\sqrt{5}$  | 5           | 7 dB      |
| $\sqrt{6}$  | 6           | 7.8 dB    |
| $\sqrt{7}$  | 7           | 8.5 dB    |
| $2\sqrt{2}$ | 8           | 9 dB      |

| $A_o / A_i$   | $P_o / P_i$ | $G _{dB}$ |
|---------------|-------------|-----------|
| $\sqrt{10}$   | 10          | 10 dB     |
| $2\sqrt{5}$   | 20          | 13 dB     |
| 10            | 100         | 20 dB     |
| $10\sqrt{10}$ | 1000        | 30 dB     |

# Potenze e ampiezze in decibel

Per esprimere in unità logaritmiche valori assoluti di grandezze è necessario prefissare un valore di riferimento. Alcuni valori tipici di riferimento sono 1 W (dBW), 1 mW (dBm), 1 V (dBV) e 1  $\mu$ V (dB $\mu$ ).

Esempi: -20 dBm =  $10^{-2}$  mW; 6 dBW = 4 W; 6 dB $\mu$  = 2  $\mu$ V (non 4  $\mu$ V!)



$$P_{out}|_{dBW} = P_{in}|_{dBW} + G|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBm} = P_{in}|_{dBm} + G|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dBV} = A_{in}|_{dBV} + G|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dB\mu} = A_{in}|_{dB\mu} + G|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBW} = P_{in}|_{dBW} - \gamma|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBm} = P_{in}|_{dBm} - \gamma|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dBV} = A_{in}|_{dBV} - \gamma|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dB\mu} = A_{in}|_{dB\mu} - \gamma|_{dB}$$

$$dB_W + dB \rightarrow dB_W$$

$$dB_m + dB \rightarrow dB_m$$

$$dB_V + dB \rightarrow dB_V$$

$$dB + dB \rightarrow dB$$

$$dB_W - dB_W \rightarrow dB$$

$$dB_V - dB_V \rightarrow dB$$
~~$$dB_W + dB_W \rightarrow dB$$~~

No!

# Rapporti espressi in decibel

Un segnale con potenza di -100 dBm è amplificato di 60 dB. Quale è la potenza del segnale in uscita in dBm e in mW?

$$-100 \text{ dBm} + 60 \text{ dB} = -40 \text{ dBm} = 10^{-4} \text{ mW}$$

Un segnale con ampiezza di 6 dB $\mu$  è amplificato di 60 dB. Quale è l'ampiezza del segnale in uscita in dB $\mu$  e in  $\mu$ V?

$$6 \text{ dB}\mu + 60 \text{ dB} = 66 \text{ dB}\mu = 2 \cdot 10^3 \mu\text{V} = 2 \text{ mV}$$

Due segnali (incorrelati) hanno potenza di 0 dBm. Quale è la potenza della loro somma (cioè la somma delle potenze) in dBm?

$$0 \text{ dBm} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1 \text{ mW}} \right) \rightarrow P = 1 \text{ mW}$$

$$P_{tot} = P + P = 2 \text{ mW} = 3 \text{ dBm}$$

# Carta di Blake

Data l'espressione  $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$  si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

|            |                 |
|------------|-----------------|
| <b>A</b> → | $A _{dB} = 10$  |
| <b>B</b> → | $B _{dB} = -5$  |
| <b>C</b> → | $C _{dB} = 2$   |
| <b>D</b> → | $D _{dB} = 4$   |
| <b>E</b> → | $E _{dB} = -23$ |
| <b>F</b> → | $F _{dB} = 15$  |

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

| Nome parametro  | dB+ | dB - | Unità di misura |
|-----------------|-----|------|-----------------|
| <b>A</b>        |     |      |                 |
| <b>B</b>        |     |      |                 |
| <b>C</b>        |     |      |                 |
| <b>D</b>        |     |      |                 |
| <b>E</b>        |     |      |                 |
| <b>F</b>        |     |      |                 |
|                 |     |      |                 |
| <b>Parziali</b> |     |      |                 |
| <b>Totale</b>   |     |      |                 |

# Carta di Blake (II)

Data l'espressione  $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$  si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

|            |                        |
|------------|------------------------|
| <b>A</b> → | $A _{\text{dB}} = 10$  |
| <b>B</b> → | $B _{\text{dB}} = -5$  |
| <b>C</b> → | $C _{\text{dB}} = 2$   |
| <b>D</b> → | $D _{\text{dB}} = 4$   |
| <b>E</b> → | $E _{\text{dB}} = -23$ |
| <b>F</b> → | $F _{\text{dB}} = 15$  |

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

| Nome parametro  | dB+ | dB - | Unità di misura |
|-----------------|-----|------|-----------------|
| <b>A</b>        | 10  |      | W               |
| <b>B</b>        | -5  |      | -               |
| <b>C</b>        | 2   |      | m <sup>2</sup>  |
| <b>D</b>        |     | 4    | -               |
| <b>E</b>        |     | -23  | m <sup>2</sup>  |
| <b>F</b>        |     | 15   | -               |
|                 |     |      |                 |
| <b>Parziali</b> |     |      |                 |
| <b>Totale</b>   |     |      |                 |



# Carta di Blake (III)

Data l'espressione  $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$  si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

|            |                 |
|------------|-----------------|
| <b>A</b> → | $A _{dB} = 10$  |
| <b>B</b> → | $B _{dB} = -5$  |
| <b>C</b> → | $C _{dB} = 2$   |
| <b>D</b> → | $D _{dB} = 4$   |
| <b>E</b> → | $E _{dB} = -23$ |
| <b>F</b> → | $F _{dB} = 15$  |

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

| Nome parametro  | dB+ | dB - | Unità di misura |
|-----------------|-----|------|-----------------|
| <b>A</b>        | 10  |      | W               |
| <b>B</b>        | -5  |      | -               |
| <b>C</b>        | 2   |      | m <sup>2</sup>  |
| <b>D</b>        |     | 4    | -               |
| <b>E</b>        |     | -23  | m <sup>2</sup>  |
| <b>F</b>        |     | 15   | -               |
| <b>Parziali</b> | 7   | -4   |                 |
| <b>Totale</b>   | 11  |      | dBW             |

# Equazione Radar (I)

- L'equazione radar pone in relazione la distanza radar-bersaglio e le caratteristiche del sistema radar (trasmettitore, ricevitore e antenna), del bersaglio e dell'ambiente circostante.
- L'equazione radar è utile sia alla determinazione della massima distanza alla quale il radar è in grado di "vedere" (portata radar) che alla progettazione e dimensionamento del sistema stesso.

**a** radar→bersaglio a distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \phi, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

$p_t(R, \phi, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in direzione  $(\phi, \theta)$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

**b** radar→bersaglio a distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2}$$

$p_t(R, \phi, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in direzione  $(\phi, \theta)$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).  
 $G(\phi, \theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $(\phi, \theta)$ .

$W/m^2$

**c** potenza intercettata dal bersaglio con Radar Cross Section  $\sigma$  e reirradiata isotropicamente:

$$p_t(R, \phi, \theta)\sigma = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \sigma$$

$p_t(R, \phi, \theta)$  : densità di potenza a distanza R in direzione  $(\phi, \theta)$ .  
 $P_t$  : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).  
 $G(\phi, \theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $(\phi, \theta)$ .  
 $\sigma$  : Radar Cross Section (RCS) del bersaglio.

$W$

# Equazione Radar (II)

d bersaglio a distanza R → radar:  $W/m^2$

$$p_r(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2}$$

$p_r(R, \phi, \theta)$  : densità di potenza al radar dalla distanza R in direzione  $(\phi, \theta)$ .

$P_t$  : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

$G(\phi, \theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $(\phi, \theta)$ .

$\sigma$  : radar cross section bersaglio.

e potenza intercettata dall'antenna:

$$P_r(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2} A_e(\phi, \theta)$$

$P_r(R, \phi, \theta)$  : potenza al radar dalla distanza R in direzione  $(\phi, \theta)$ .

$P_t$  : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

$G(\phi, \theta)$  : guadagno d'antenna in direzione  $(\phi, \theta)$ .

$\sigma$  : radar cross section bersaglio.

$A_e(\phi, \theta)$  : area efficace d'antenna in direzione  $(\phi, \theta)$ .

La portata radar  $R_{max}$  (maximum radar range) è la distanza oltre la quale il bersaglio non può essere rivelato: questa condizione si verifica quando l'eco ricevuta ha potenza pari al minimo livello rivelabile ( $P_r = S_{min}$ ).

$P_r = S_{min}$   $\sigma = 1 m^2$

$$R_{max} = \left[ \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 S_{min}} \right]^{1/4}$$

$$S_{min} = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4}$$

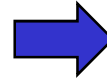
$$R^4 = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 S_{min}}$$

# Equazione Radar (III)

- Il segnale ricevuto è costituito dalla somma del segnale utile (eco dal bersaglio di interesse) e dal rumore termico del ricevitore (sempre presente: trascurati al momento disturbi provenienti dall'esterno)

$$P_n = kT_0BF$$

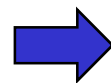
$P_n$ : potenza rumore rx riportata in antenna;  
k: costante di Boltzmann;  
 $T_0$ : 290K;  
B: banda del ricevitore;  
F: figura di rumore del ricevitore;



$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi R^2)^2 kT_0 B F}$$

RAPPORTO  
SEGNALE-RUMORE

- La **portata radar**  $R_{\max}$  può essere ridefinita in funzione del minimo rapporto S/N,  $(S/N)_{\min}$ , che consente un'opportuna rivelazione:



$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 kT_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

PORTATA RADAR

# Equazione Radar (IV)

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

## Varie forme dell'Equazione Radar

L'equazione radar, e di conseguenza l'espressione della portata, può essere particolarizzata in dipendenza delle applicazioni

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi R^2)^2 k T_0 B F}$$

- 1 Si suppose di aver fissato il massimo valore del guadagno d'antenna  $G$  (vincolo la larghezza del fascio e quindi la risoluzione angolare): utilizzando  $G=4\pi A_e/\lambda^2$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 k T_0 B F} \quad \Rightarrow \quad R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Preferibili le basse frequenze

- 2 Si suppose di aver fissato il massimo valore dell'area geometrica e quindi efficace d'antenna  $A_e$ : utilizzando  $A_e = \lambda^2 G / 4\pi$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_t A_e^2 \sigma}{4\pi R^4 \lambda^2 k T_0 B F} \quad \Rightarrow \quad R_{\max} = \left[ \frac{P_t A_e^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Preferibili le alte frequenze

# Equazione Radar (V)

---

**Fattori di perdita**

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Portata radar nello spazio libero

⇒ unico disturbo considerato: rumore termico del RX.

La portata radar effettiva è diversa da quella predetta nel caso ideale (propagazione nello spazio libero & disturbo≡rumore termico del RX): i fattori che contribuiscono a modificare la portata sono

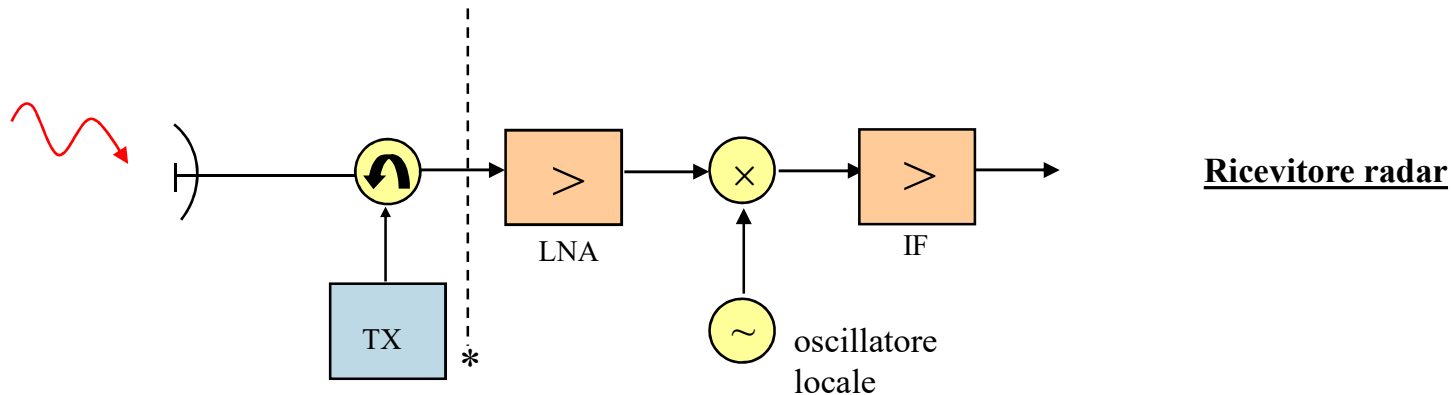
- fattori di perdita dovuti al sistema radar (TX/RX);
- fattori di perdita dovuti a propagazione in atmosfera;
- fenomeni di propagazione anomala (multipath);
- curvatura della superficie terrestre (orizzonte radar);

Inglobando l'effetto di tutti questi fenomeni in un fattore di perdita L, l'espressione della portata nel caso reale diviene:

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 k T_0 B F L (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

A seguito della non idealità la portata reale può essere anche la metà di quella ideale.

# Fattori di perdita TX/RX



La figura di rumore del RX è valutata in genere a partire dal primo elemento attivo della catena ricevente (a valle del punto \*: a partire dal Low Noise Amplifier-LNA): vanno quindi considerate le seguenti ulteriori perdite

- potenza di rumore captata dall'antenna (dipende dalla frequenza e dal modo di funzionamento dell'antenna-puntamento cielo/terra);
- perdite dovute all'antenna: non tutta la potenza incidente è fornita al RX (già tenute in conto dall'uso del guadagno in potenza anziché della direttività);
- perdite dovute al giunto rotante, alla linea di tx che connette antenna al RX e al duplexer che disaccoppia TX e RX;

⇒ valutazione della  $F_{\text{tot}}$  e inserimento nella equazione radar.

# Definizione di Radar Cross Section

---

- La radar cross section di un bersaglio è definita come l'area proiettata di una sfera metallica che se messa al posto del bersaglio fornisce al radar lo stesso segnale di ritorno

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_0|^2}$$

R: distanza radar-bersaglio;

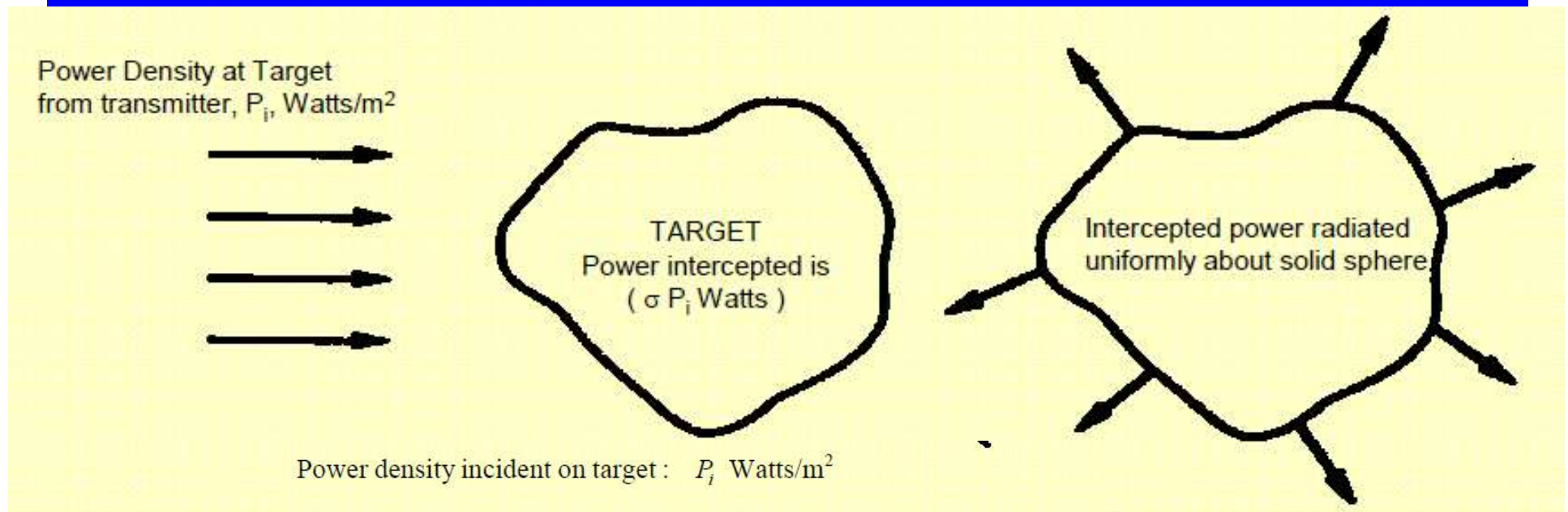
$E_0$ : ampiezza campo elettrico incidente al bersaglio;

$E_s$ : ampiezza campo elettrico scatterato dal bersaglio incidente sul radar;

- mentre una sfera dà un ritorno indipendente dall'angolo di vista tutti i bersagli danno ritorni che variano con tale angolo  $\Rightarrow$  in dipendenza del tipo di bersaglio queste variazioni possono essere più o meno veloci.



# Radar Cross Section



Power density scattered by target :  $P_s = \frac{\sigma P_i}{4\pi R^2}$  Watts/m<sup>2</sup>

Solve for RCS :

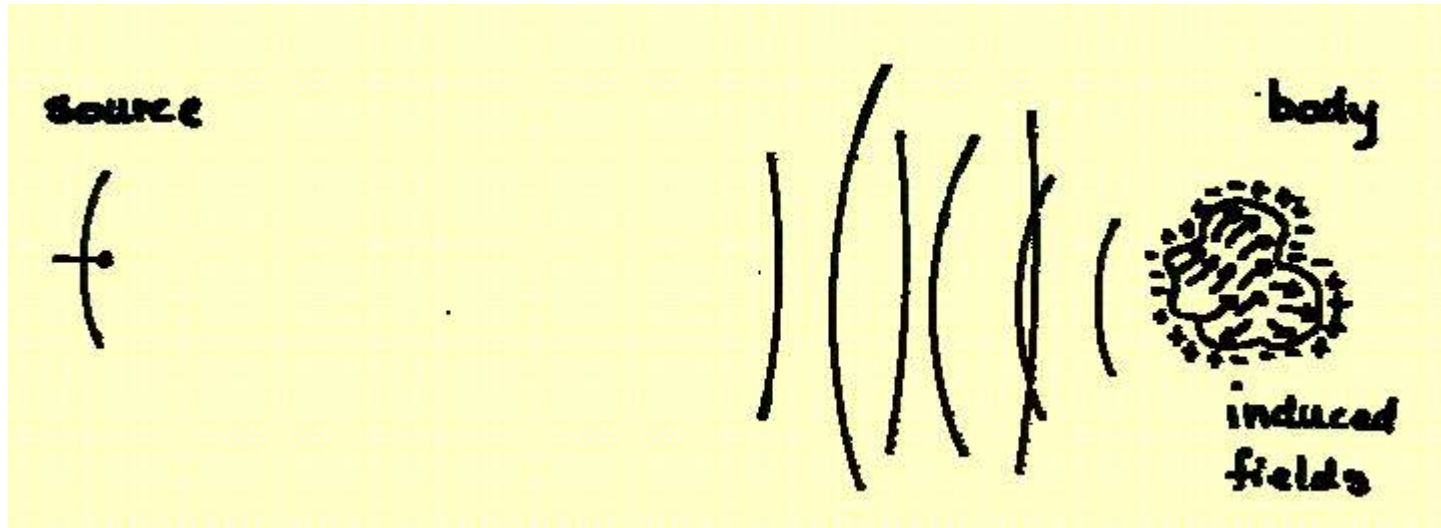
$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{P_s}{P_i} = 4\pi R^2 \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} = 4\pi R^2 \frac{|H^s|^2}{|H^i|^2}$$

Power ratio, independent of distance to radar,  $R \Rightarrow \infty$

Units of AREA, typically square meters

# Fisica dello scattering (I)

---



- **Boundary condition for perfect conductor:**
  - Tangential electric field is zero, i.e., surface is a short circuit,  $(E^{\text{total}})_{\text{tan}}$
  - Faraday shield, no fields inside closed PEC (perfect electric conductor)
- **Incident wave on conductor induces electric currents and charges which enforce boundary conditions**

# Fisica dello scattering (II)

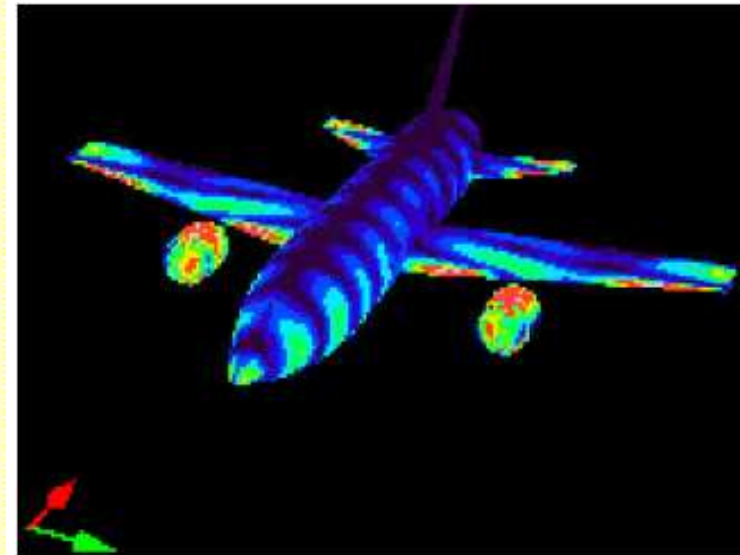
- Maxwell's equations, integral form:

$$\vec{E}^{scat}(\vec{R}_f) = \int \left( -j\omega\mu \vec{J} g - \vec{M} \times \nabla g + \frac{\rho}{\varepsilon} \nabla g \right) dS$$

$$\vec{H}^{scat}(\vec{R}_f) = \int \left( -j\omega\varepsilon \vec{M} g + \vec{J} \times \nabla g + \frac{\rho^*}{\varepsilon} \nabla g \right) dS$$

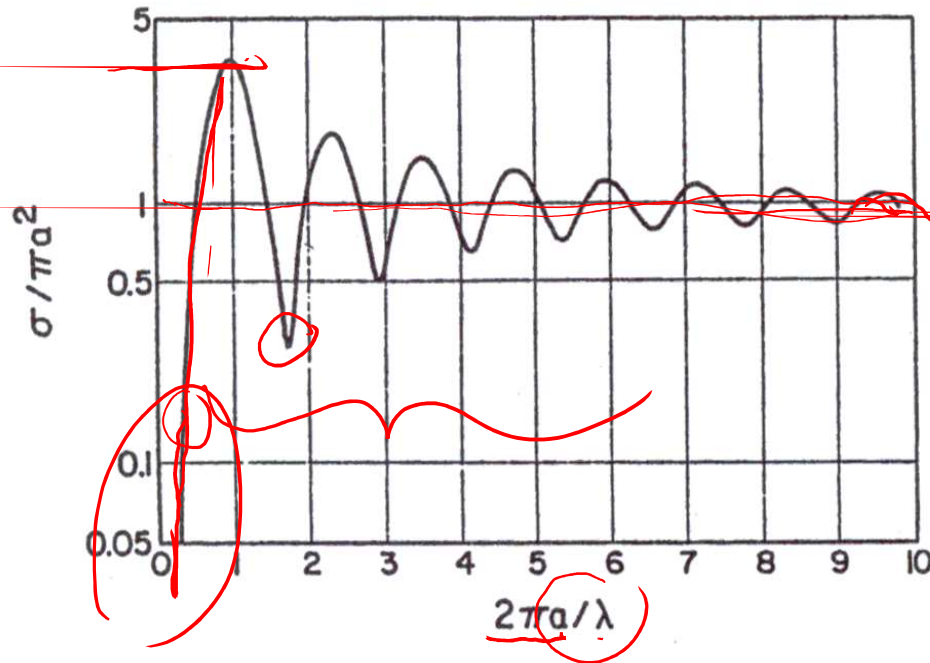
- Green's function is a "Huygen's spherical wavelet"

$$g = \frac{e^{jk \cdot (\vec{R}_f - \vec{R}_s)}}{4\pi(R_f - R_s)}$$



737 Currents

# RCS di una sfera



Sfera metallica di raggio  $a$

Si individuano 3 diverse regioni:

▶ **regione ottica:**  $\lambda \ll a \Rightarrow \sigma = \pi a^2$ ;

▶ **regione di Rayleigh:**  $\lambda \gg a \Rightarrow \sigma = \pi a^2 9 (ka)^4$   
 $k = 2\pi/\lambda$ ;

▶ **regione di Mie:** andamento oscillatorio  $\Rightarrow$  fenomeni di interferenza costruttiva o distruttiva tra l'onda riflessa dalla parte frontale della sfera con quella che si propaga nella parte posteriore.

$$\frac{2\pi a}{\lambda} = 1$$

$$\lambda \ll a$$

Osservazioni:

- a causa della simmetria la sfera ha lo stesso comportamento per tutti gli angoli di aspetto;
- nella regione ottica la radar cross section è indipendente dalla frequenza: utile per la calibrazione di radar.

# RCS di una superficie piana

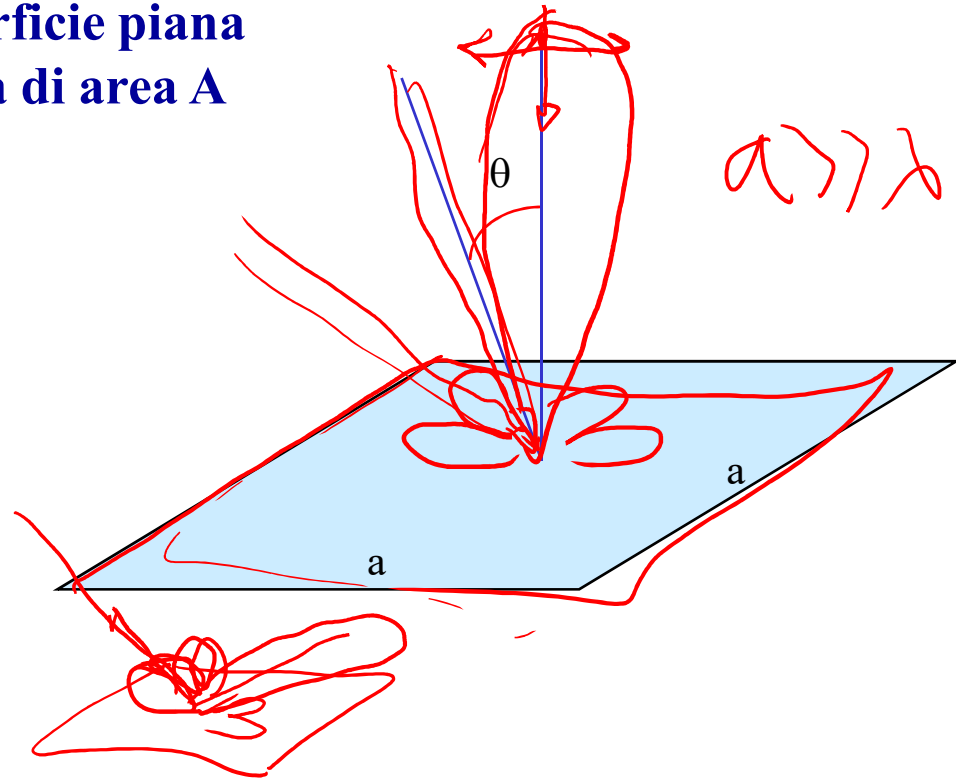
## Superficie piana liscia di area A

- Caso di incidenza normale:

$$\sigma = A \cdot G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2$$

- Caso di incidenza con angolo  $\theta$ :

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2 \text{sinc}(k a \sin\theta)$$

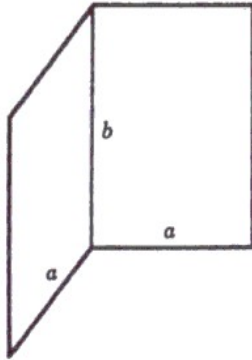


Osservazioni:

- il pattern di reirradiazione va come una forma d'onda di tipo sinc con il primo nullo a  $1/2a$ : tanto maggiore è la superficie tanto più la risposta è concentrata intorno a  $\theta=0$ ;
- la superficie piana utilizzata prevalentemente per incidenza normale: per avere elevati valori di cross section su un ampio intervallo di angoli di aspetto si utilizzano in genere dei corner reflectors.

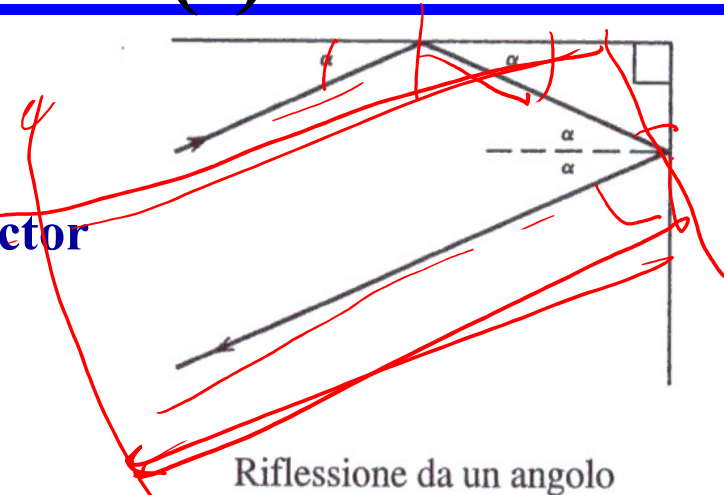
RadioTecnica e RadioLocalizzazione

# RCS di un corner reflector (I)



Corner reflector diedro

Corner reflector  
diedro



Riflessione da un angolo

- Indipendentemente dal valore di  $\alpha$  dopo due riflessioni il raggio riflesso esce parallelo al raggio incidente.
- La radar cross section può essere calcolata tramite l'area efficace del corner reflector cioè l'area che partecipa alla riflessione proiettata normalmente alla direzione di incidenza:

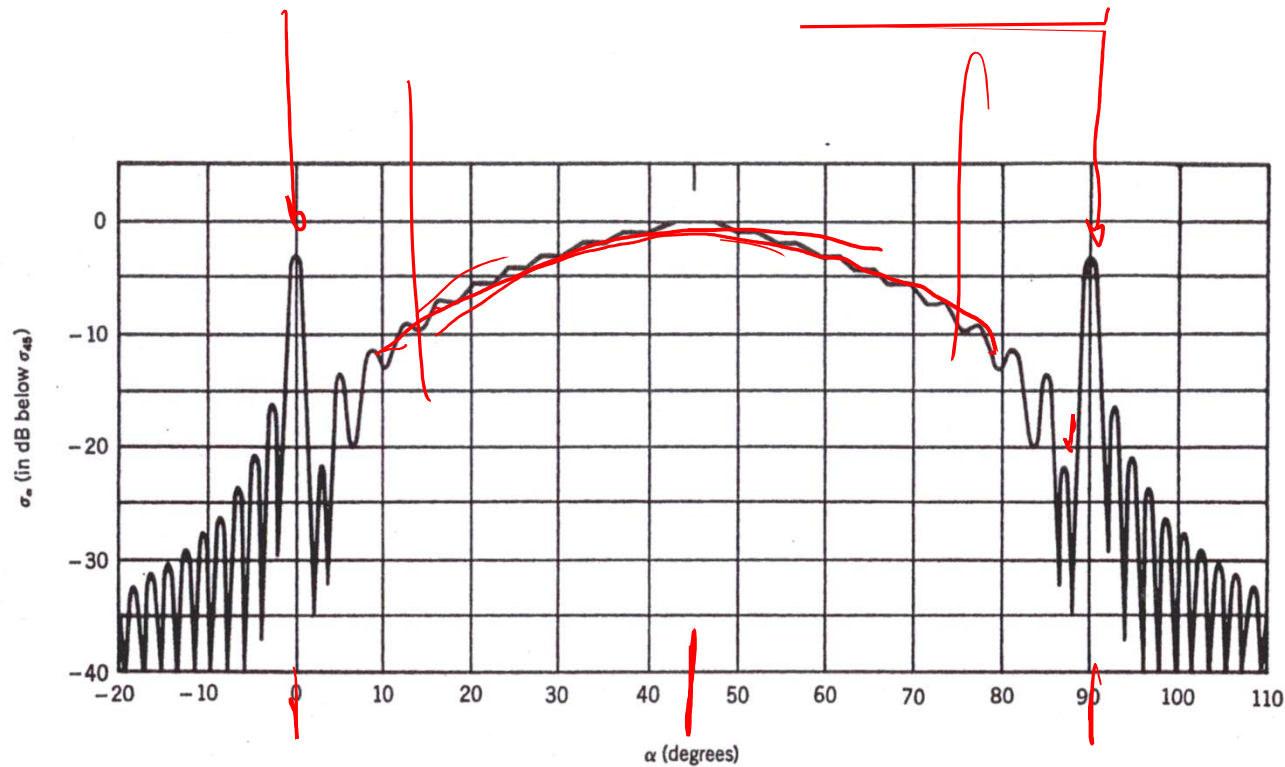
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} (2absin\alpha)^2 \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$$

$$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad \alpha \rightarrow 90^\circ - \alpha$$

- In realtà si hanno ritorni anche per  $\alpha=0^\circ$  e  $90^\circ$  (una sola superficie riflette specularmente) e per  $\alpha < 0^\circ$  e  $\alpha > 90^\circ$  fintanto che non subentrano fenomeni d'ombra.
- La direzione di incidenza del raggio deve essere normale alla direzione dell'intersezione delle due superfici costituenti il corner.

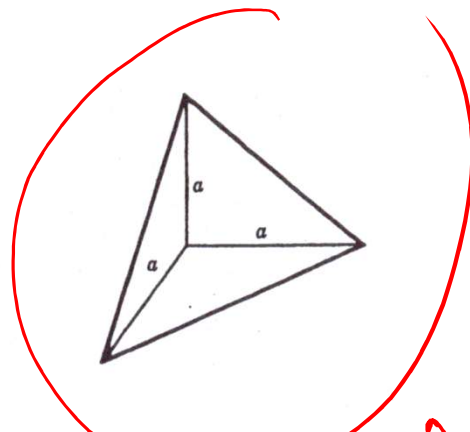
**RadioTecnica e RadioLocalizzazione**

# RCS di un corner reflector (II)



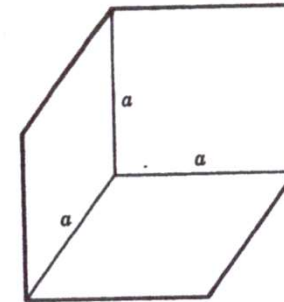
Calculated radar cross section of a dihedral corner reflector.

# RCS di un corner reflector (III)



Corner reflector  
triedro

Corner reflector triedro triangolare



Corner reflector triedro quadrato

- Il corner reflector triedro ha un'asse di simmetria: qualunque sia il valore dell'angolo di incidenza in entrambi i piani di azimuth ed elevazione dopo tre riflessioni successive sulle tre pareti il raggio globalmente riflesso esce parallelo a quello incidente.
- Corner reflectors triedri triangolari hanno un valore massimo di radar cross section minore di quello proprio dei corner reflectors quadrati ma una copertura angolare intorno all'asse di simmetria maggiore (circa  $20^\circ$  a -3 dB).



# Stealth (I)

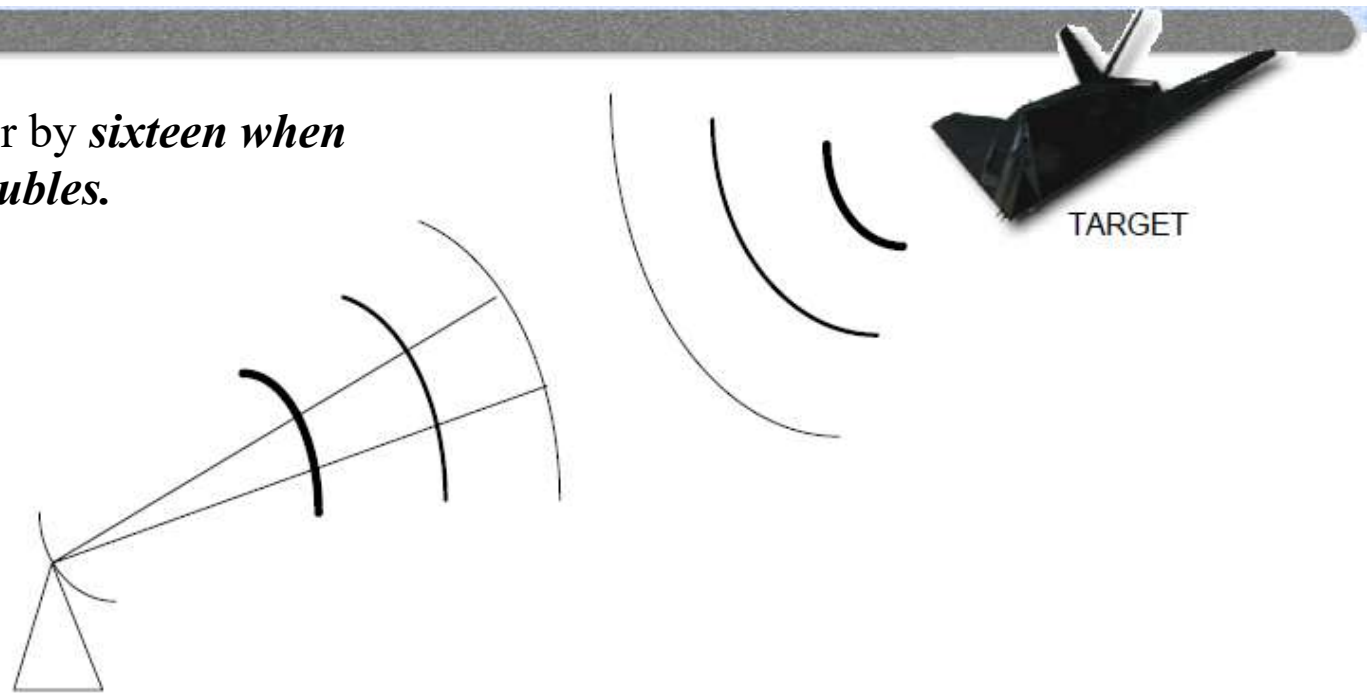
---

- **stealth (stelh) :**

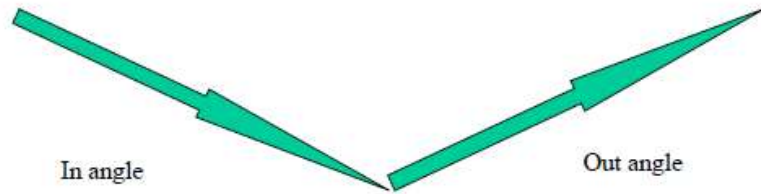
1. *The act of moving, proceeding, or acting in a covert way.*
2. **The quality or characteristic of being furtive or covert.**
3. *Archaic. The act of stealing.*

- The act of proceeding slowly, deliberately, and secretly to escape observation:
  - furtiveness, slinkiness, sneakiness

Echo intensity gets smaller by *sixteen when* radar to target distance *doubles*.

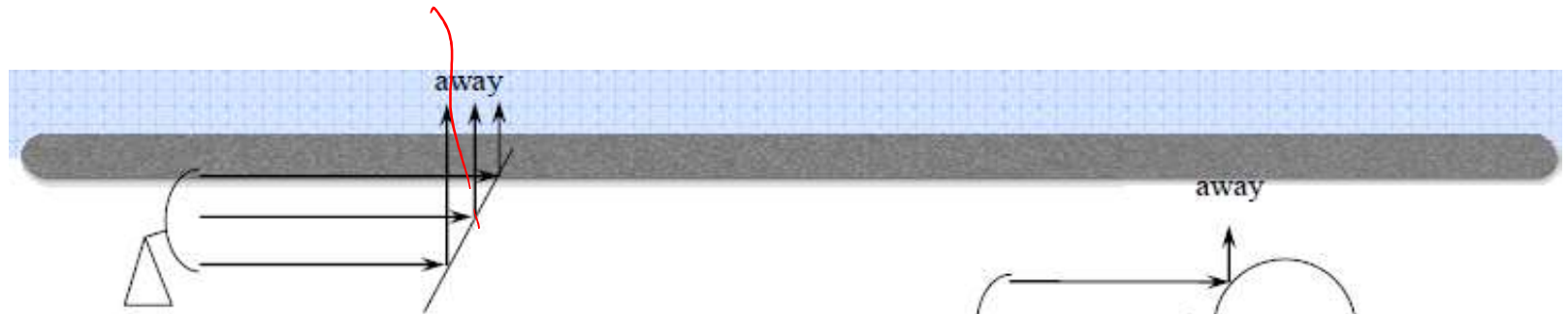


# Stealth (II)

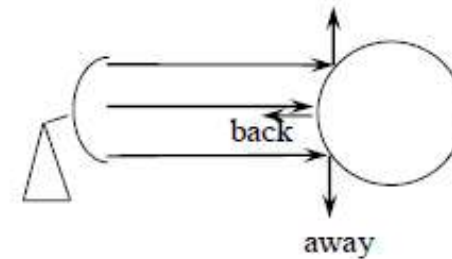


Radar wave bounces like a billiard ball:  
(in angle) = (out angle)

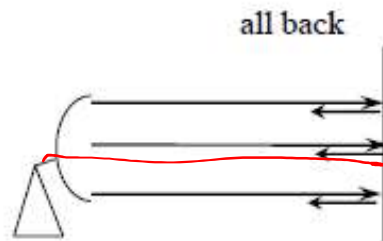
Energy bounces back only when  
“local surface” faces toward radar



Flat plate: Energy bounces away because  
plate does not point at radar



Curved surface: Energy bounces back and  
away depending on where “local  
surface” points



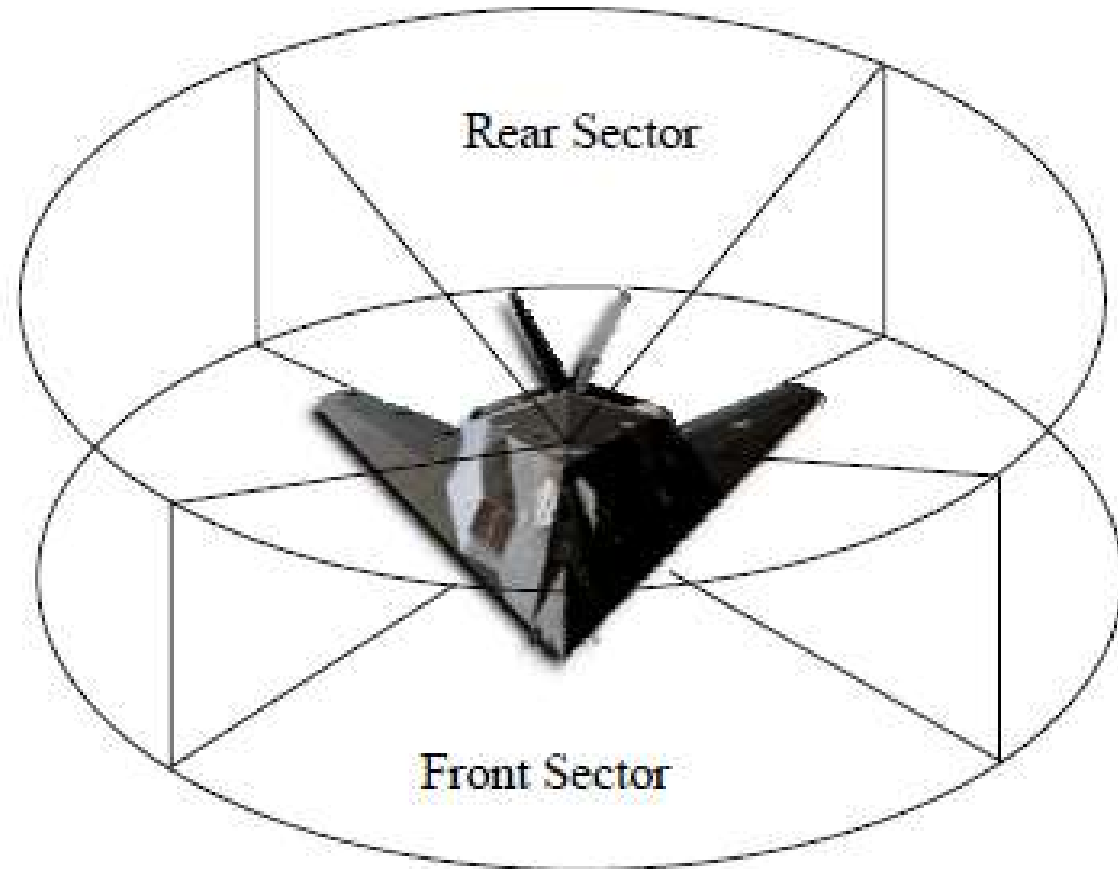
Flat plate: Energy bounces back because  
plate points at radar

# Stealth (III)

---

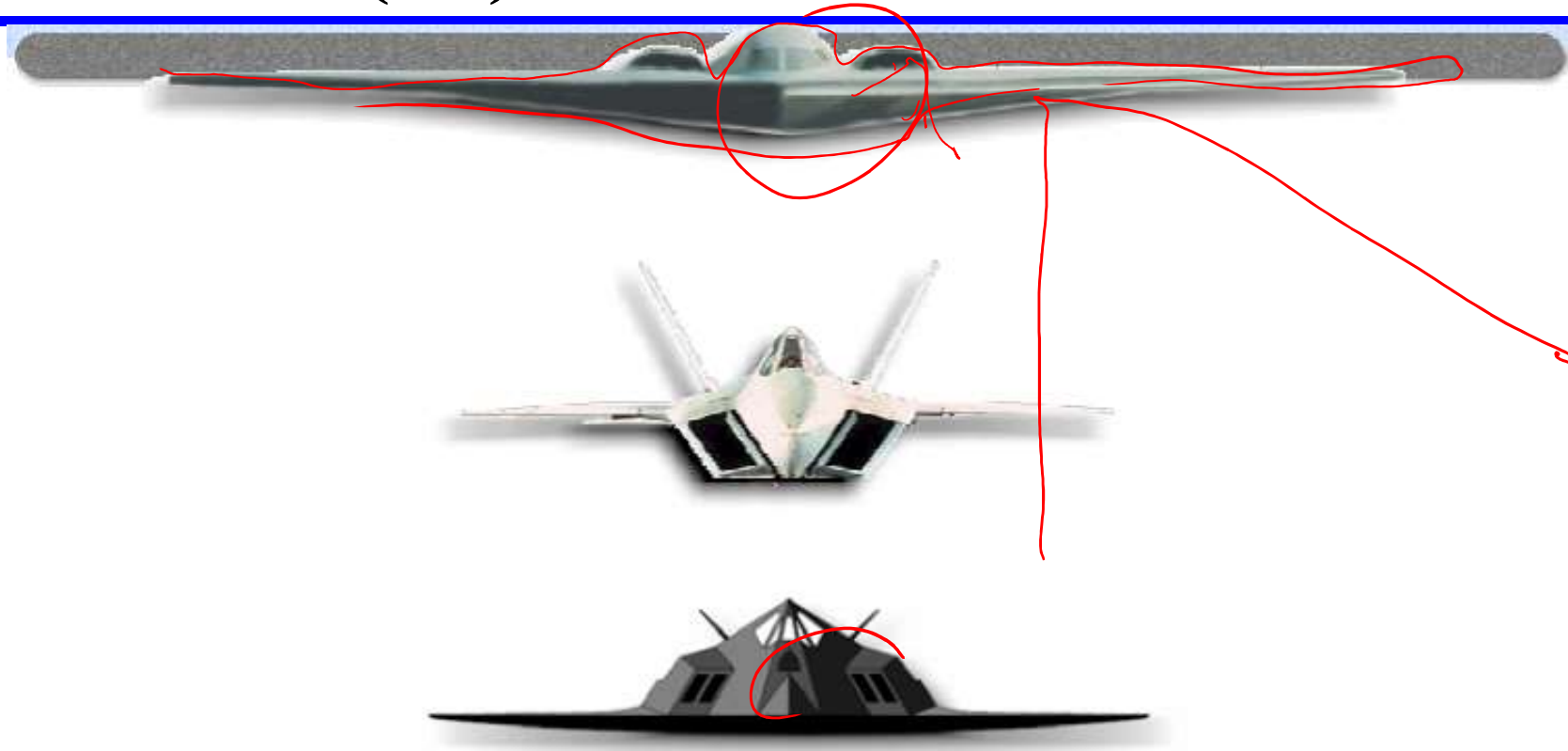
Want reduced echo in horizontal plane for: Front, Rear, and Side Sectors

Aircraft radar threats are in the front sector and horizontal plane



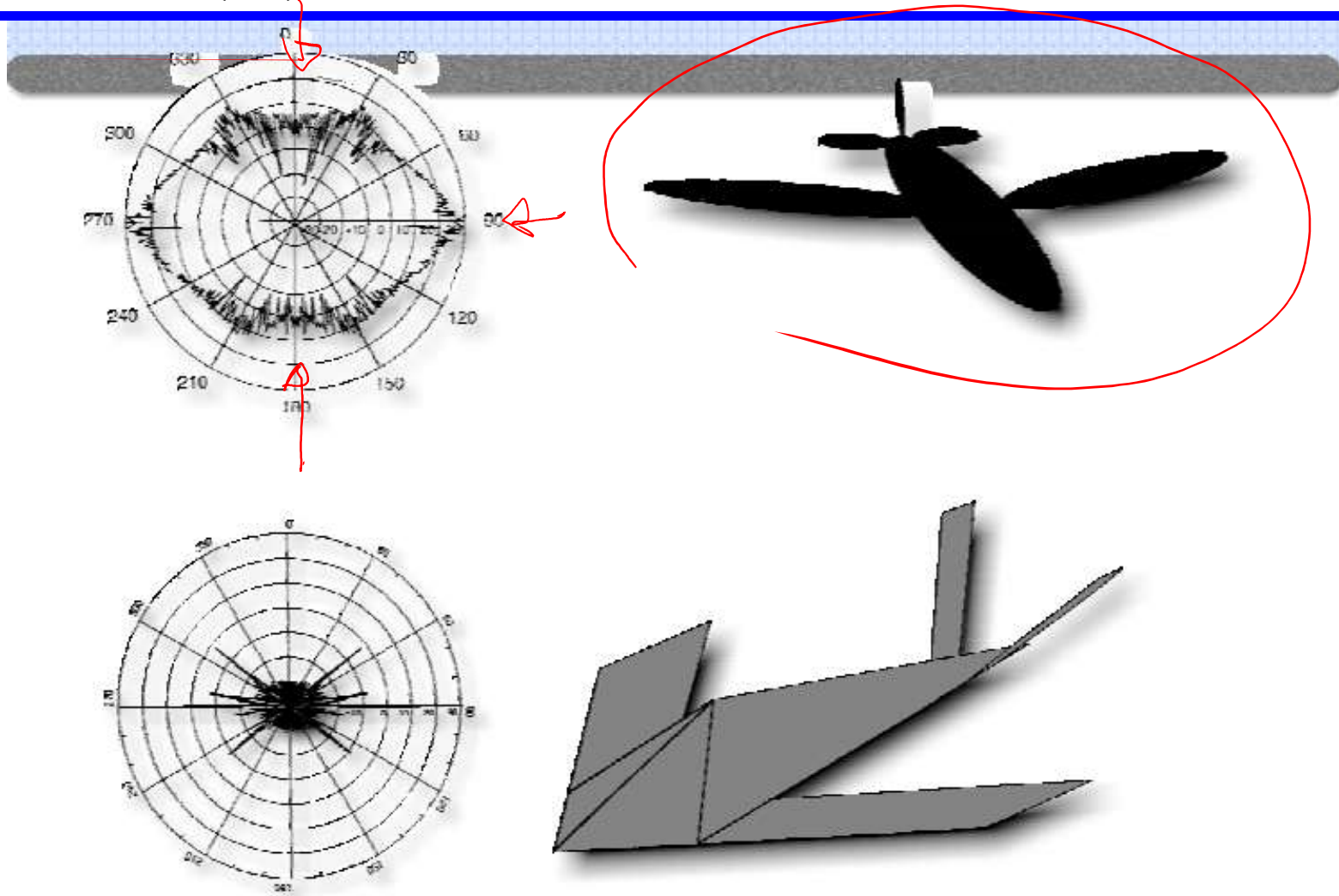
# Stealth (IV)

---



**Radar front view of stealth.  
Surfaces do not point at radar, thus no backward bounce.**

# Stealth (V)

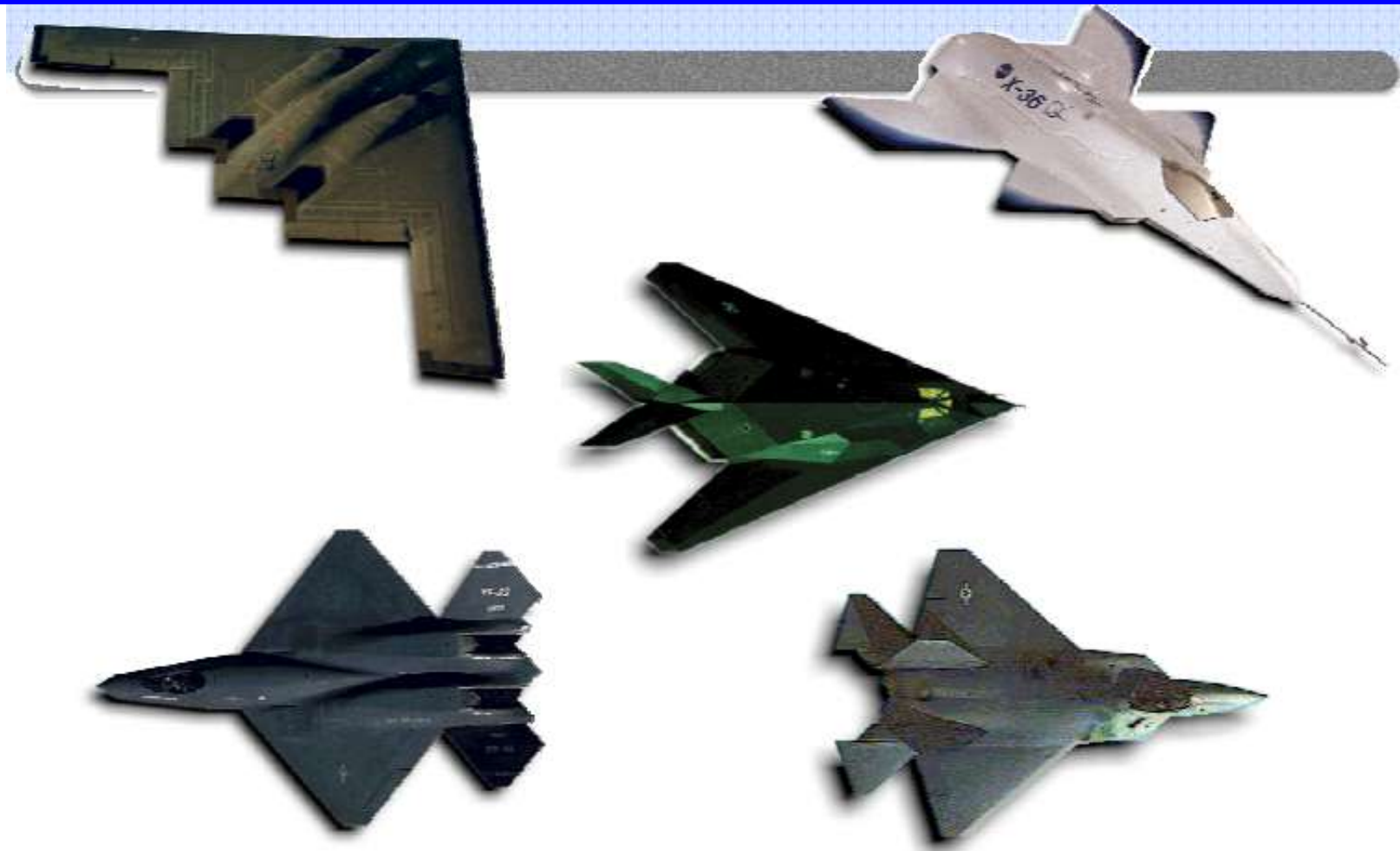


**Echo pattern for traditional and faceted shapes**

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

# Stealth (VI)

---

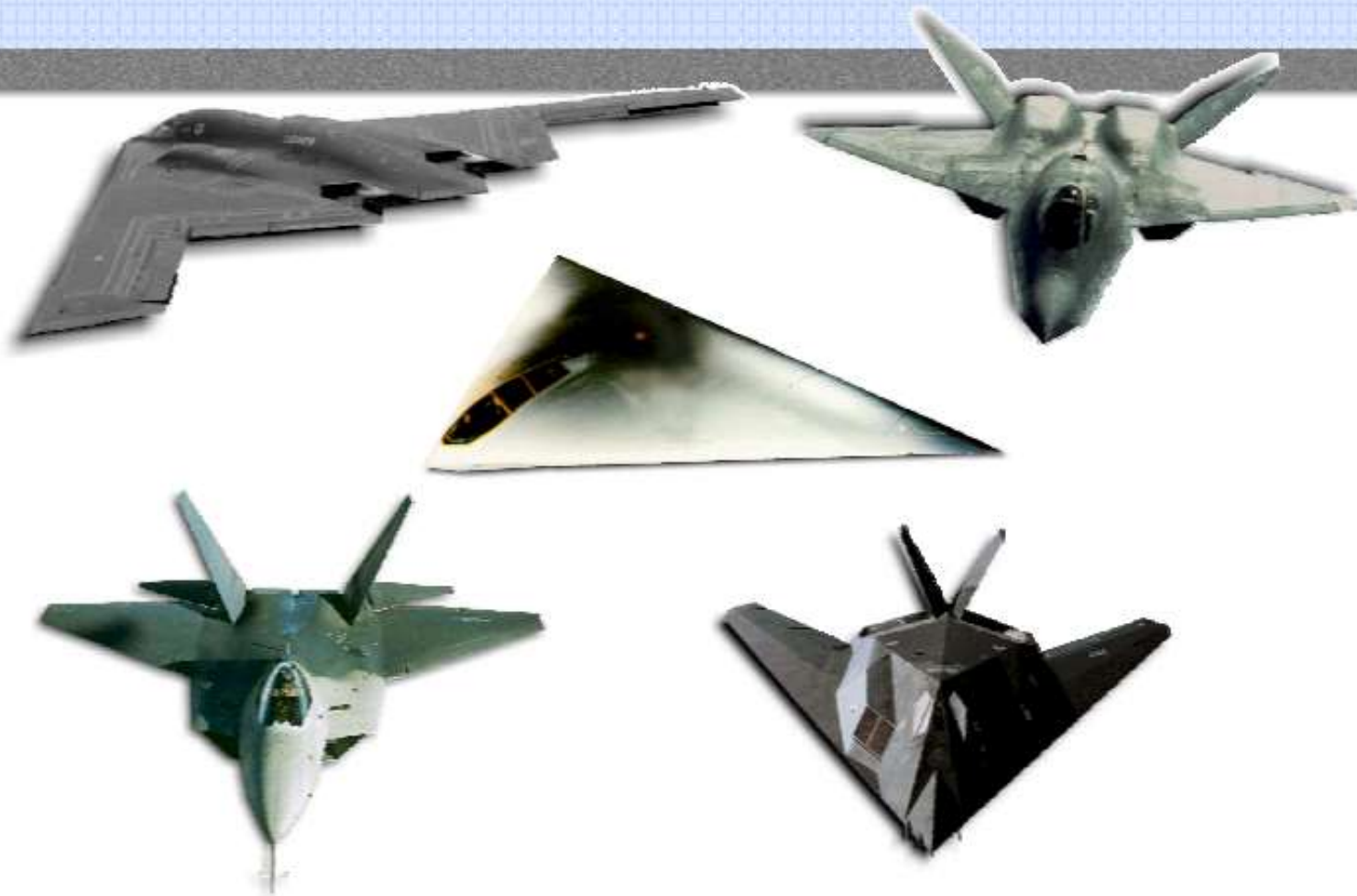


**Top view of stealth aircraft showing where echo spikes occur perpendicular to major body edges**

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

# Stealth (VII)

---



**Horizontal view of stealth aircraft.**

# Esercizio (I)

$$11 + 8,6 - 2(5+7) + 40$$
$$19,6 - 24 + 40 = -4,4 + 40 =$$
$$= 35,6$$

## ESERCIZIO

Un radar di avvistamento ad impulsi non codificati ha le seguenti caratteristiche:

- Probabilità di falso allarme pari a  $10^{-5}$ ;
- Banda L con portante  $f_{RF}=2$  GHz;
- Banda utilizzata pari a 1 MHz;
- Antenna rettangolare: 12 m dimensione nel piano di azimuth ( $L_\phi$ ), 1 m dimensione nel piano di elevazione ( $L_\theta$ ), efficienza pari al 60% ( $\eta_a$ );
- Figura di rumore totale del ricevitore  $F_{dB}=4$  dB;
- PRF=500 Hz;

$$A_e = 12 \cdot 1 \cdot 0,6 = 7,2 \text{ m}^2$$

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e = \frac{4\pi}{(15 \cdot 10^{-2})^2} \cdot 7,2$$



## Esercizio (II)

- Quanto deve valere la potenza di picco del trasmettitore se si desidera avere con tale radar una portata, in chiaro, di 150 Km su un bersaglio di 5 m<sup>2</sup> (RCS) con rapporto segnale a rumore necessario per le prestazioni richieste pari a SNR=12 dB?

L'equazione radar fornisce:

$$SNR = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{\max}^4 K T_0 F B_{IF}}$$

da cui si ottiene

$$P_t = \frac{SNR (4\pi)^3 R_{\max}^4 K T_0 F B_{IF}}{G^2 \lambda^2 \sigma}$$

# Esercizio (III)

passiamo quindi a determinare il valore delle diverse grandezze che compaiono nelle precedenti espressioni:

- La lunghezza d'onda  $\lambda$  risulta pari a  $\lambda = c/f_{RF} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} / 2 \text{ GHz} = 0.15 \text{ m}$  che riportata in dB è pari a  $\lambda_{dB} = 10 \log_{10}(\lambda) = -8.24 \text{ dB}$

$$\frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^9} = \frac{3}{2} 10^{-1}$$

$\sim -8 \text{ dB}$

- La banda del segnale riportata in dB è pari a  $B_{dB} = 10 \log_{10}(B) = 10 \log_{10}(10^6) = 60 \log_{10}(10) = 60 \text{ dB}$

- Il valore del guadagno d'antenna è facilmente calcolabile dai dati forniti:  
 $G = (4\pi/\lambda^2) \cdot \eta_a A_g = 4\pi / (0.15 \text{ m})^2 \cdot 0.6 \cdot 12 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \approx 4021 \Rightarrow G_{dB} = 10 \log_{10}(G) = 36.04 \text{ dB}$

- Il valore della radar cross section riportato in dB è pari a  $\sigma_{dB} = 10 \log_{10}(\sigma) = 6.99 \text{ dB}$

- Il valore  $KT_0$ :  $(KT_0)_{dBW/Hz} = 10 \log_{10}(1.3806505 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 290 \text{ K}) \approx -204 \text{ dBW/Hz}$

$\rightarrow 174 \text{ dBm/L}_k$   
 $\rightarrow 204 \text{ dBW/Hz}$

# Esercizio (IV)

A questo punto siamo in grado di valutare la potenza di picco necessaria:

$$\begin{aligned}
 (P_t)_{dBW} &= SNR_{dB} + 10 \log_{10}((4\pi)^3) + 10 \log_{10}[R_{\max}^4] + (KT_0)_{dBW/Hz} + F_{dB} + B_{dB} - G_{dB}^{TX} - G_{dB}^{RX} - 2\lambda_{dB} - \sigma_{dB} = \\
 &= SNR_{dB} + 30 \log_{10}(4\pi) + 40 \log_{10}(R_{\max}) + (KT_0)_{dBW/Hz} + F_{dB} + B_{dB} - G_{dB} - G_{dB} - 2\lambda_{dB} - \sigma_{dB} = \\
 &= 12dB + 32.98dB + 207.04dB - 204dBW/Hz + 4dB + 60dB - 36.04dB - 36.04dB + 2 \cdot 8.24dB - 6.99dB = \\
 &= 49.43dBW
 \end{aligned}$$

Handwritten notes:  $150000$ ,  $15 \cdot 10^4 = 52$ ,  $208$

Riportando il valore 49.43dBW in lineare si ottiene la potenza di picco  $P_t=87.7$  kW.

$$P_t = 10^{0.1(P_t)_{dBW}} = 8.77 \cdot 10^4 W \Rightarrow P_t = 87.7 kW$$

Handwritten note:  $100kW \rightarrow 50dBW$

# Esercizio (V)

|             | dB+                 | dB-    |
|-------------|---------------------|--------|
| $P_t$       | $P_{t dBW}$         |        |
| $G^2$       | 72.08               |        |
| $\lambda^2$ | -16.48              |        |
| $\sigma$    | 6.99                |        |
| $(4\pi)^3$  |                     | 32.98  |
| $R_{max}^4$ |                     | 207.04 |
| $KT_0$      |                     | -204   |
| F           |                     | 4      |
| $B_{IF}$    |                     | 60     |
|             | $P_{t dBW} + 62.59$ | 100.02 |
| S/N         | $P_{t dBW} - 37.43$ |        |

$$P_t = \frac{SNR (4\pi)^3 R_{max}^4 KT_0 FB_{IF}}{G^2 \lambda^2 \sigma}$$

$$SNR = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{max}^4 KT_0 FB_{IF}}$$

$$12 = P_{t|dBW} - 37.43$$

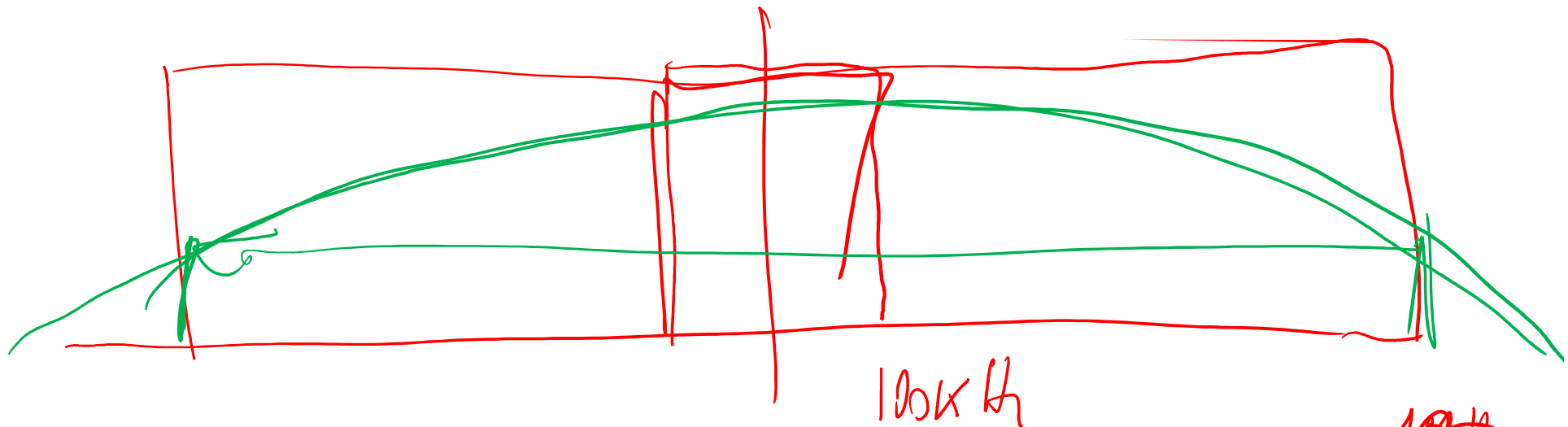
$$P_{t|dBW} = 49.43$$

|             | dB+    | dB-    |
|-------------|--------|--------|
| S/N         | 12     |        |
| $(4\pi)^3$  | 32.98  |        |
| $R_{max}^4$ | 207.04 |        |
| $KT_0$      | -204   |        |
| F           | 4      |        |
| $B_{IF}$    | 60     |        |
| $G^2$       |        | 72.08  |
| $\lambda^2$ |        | -16.48 |
| $\sigma$    |        | 6.99   |
|             | 112.02 | 62.59  |
| $P_{t dBW}$ | 49.43  |        |

$$\text{Rect}_{\tau}(t) \rightarrow B \approx \frac{1}{\tau}$$

$$B_{IF} = 1 \text{ MHz}$$

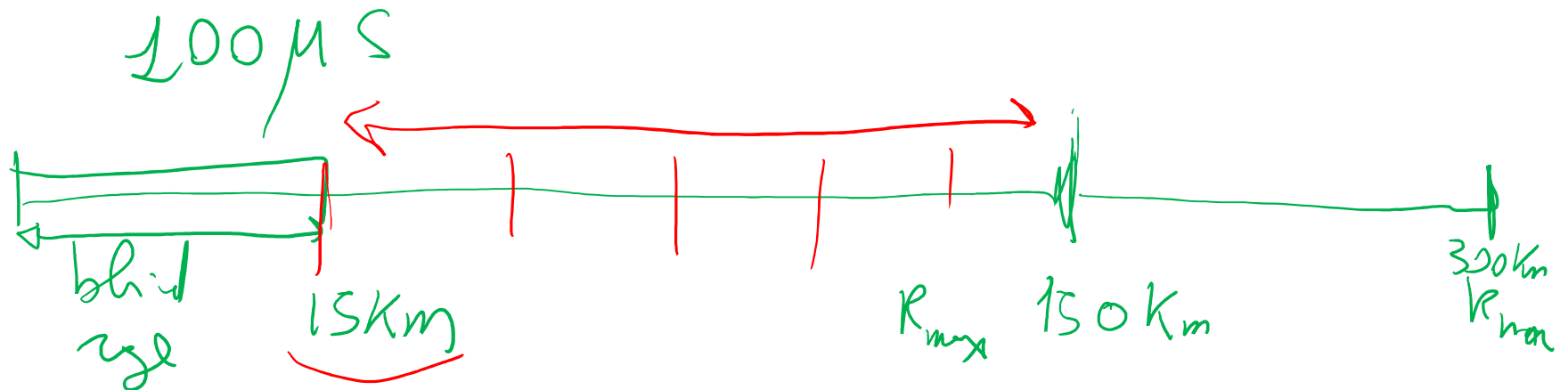
$$\tau \approx 1 \mu\text{s}$$



10  $\mu\text{s}$

1 MHz  
zona cinescope  
l'indrago

100  $\mu\text{s}$   
15000m



$\tau = \frac{c}{2f}$   
 $1 \text{ MHz} \rightarrow \tau = 1 \mu\text{s} \rightarrow 150 \text{ m}$   
 $10 \text{ kHz} \rightarrow \tau = 100 \mu\text{s} \rightarrow 15 \text{ Km!}$

$$R_{na} = \frac{c}{2} \frac{1}{PRF} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 500} = 300 \text{ Km}$$