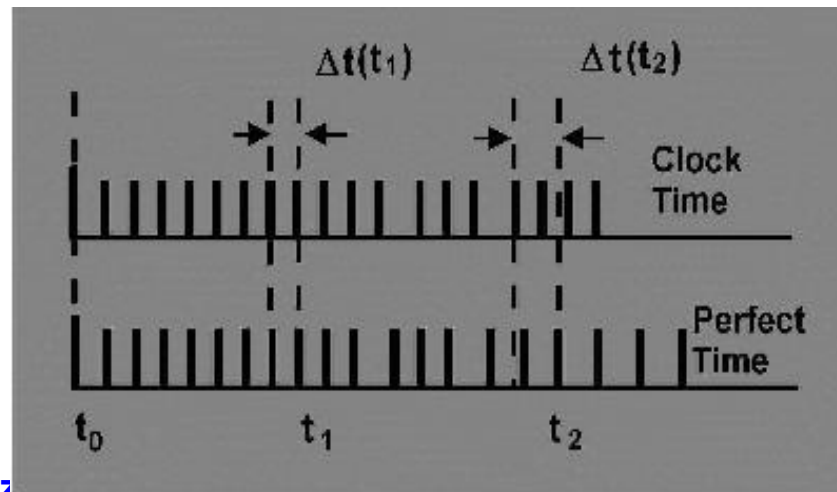


---

# **Gli orologi atomici per la Radiolocalizzazione satellitare**

# Errore dell'orologio del SV (I)

- Una **scala temporale** è definita da:
  - 1) **periodo di oscillazione base dell'elemento che determina la frequenza misurata**  
(oscillazione degli atomi per orologi atomici, oscillazione del quarzo per orologi al quarzo)
  - 2) **origine dei tempi**, scelta in modo convenzionale
- per misurare le distanze con sistemi passivi è necessario che gli orologi di SV e di RX siano sincronizzati
- Con quale accuratezza? **1 ns ( $10^{-9}$  s) == 30 cm**
- per definire un errore assoluto bisogna introdurre il “**tempo perfetto**” o “tempo vero”
- quindi si misura l'**errore** come lo **scostamento (offset) istantaneo dal tempo perfetto**
- un errore di orologio che varia nel tempo può avere la forma seguente



# Errore dell'orologio del SV (II)

- gli **orologi di precisione** sono basati su qualche forma di standard di frequenza:
  - 1) **orologi atomici** (cesium beam tube, rubidium vapour cell, hydrogen maser oscillators)
  - 2) **orologi al quarzo** (quartz oscillator)

- **Intervalli temporali** sono misurati con precisione come **conto dei cicli dello standard di frequenza** (il secondo è definito come 9192631770 cicli del periodo di risonanza fondamentale dell'atomo di cesio)

$$t_i(t) - t_{0i} = t_i(t) - t_i(t_0) = T_0 \cdot (\text{numero di cicli nell'intervallo}[t_0, t]) =$$

$$= \frac{1}{f_0} \cdot \frac{\Phi(t_i) - \Phi(t_{0i})}{2\pi} = \frac{1}{f_0} \cdot \frac{2\pi \int_{t_0}^t f_i(t) dt}{2\pi} = \frac{1}{f_0} \cdot \int_{t_0}^t f_i(t) dt$$

- dove:
  - $t_0$  è l'epoca di riferimento
  - $t_{0i}$  è il tempo segnato dall'orologio all'epoca di riferimento
  - $f_i(t)$  è la frequenza dell'oscillatore
  - $f_0$  è la frequenza nominale dell'oscillatore
- Dunque per definire gli errori degli orologi si considera l'errore di frequenza e fase degli oscillatori

# Errore dell'orologio del SV (III)

- un **modello standard per la frequenza** di un oscillatore è:

$$f_i(t) = f_0 + \Delta f + \dot{f}(t - t_0) + f_r(t)$$

- dove:
- $f_0$  è la frequenza nominale dell'oscillatore
  - $\Delta f$  è la polarizzazione di frequenza (= errore costante, detto "bias")
  - $\dot{f}$  è la velocità di variazione della frequenza ("drift" di frequenza)
  - $f_r(t)$  è un errore di frequenza aleatorio non facilmente modellabile

- dunque si ha per il **tempo misurato dall'orologio del satellite**:

$$t_i(t) = t_{0i} + (t - t_0) + \frac{\Delta f}{f_0} (t - t_0) + \frac{\dot{f}}{2f_0} (t - t_0)^2 + \frac{1}{f_0} \cdot \int_{t_0}^t f_r(t) dt$$

- ed infine

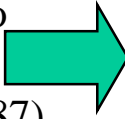
$$\varepsilon_i(t) = t_i - t = a_0 + a_1 (t - t_0) + a_2 (t - t_0)^2 + \frac{1}{f_0} \cdot \int_{t_0}^t y(t) dt$$

- dove:
- $a_0$  è il clock bias
  - $a_1$  è il clock drift
  - $a_2$  è il clock drift-rate
  - $y(t)$  è l'errore di frequenza frazionale aleatorio

# Errore dell'orologio del SV (IV)

- Quindi l'errore dell'orologio del satellite ha due parti:
  - la parte **sistematica** (polinomio di 2° grado) può essere determinata e corretta (è trasmessa dal SV nel messaggio di navigazione)
  - la parte **aleatoria** cambia in modo imprevedibile e costituisce un contributo all'errore finale nella determinazione della posizione

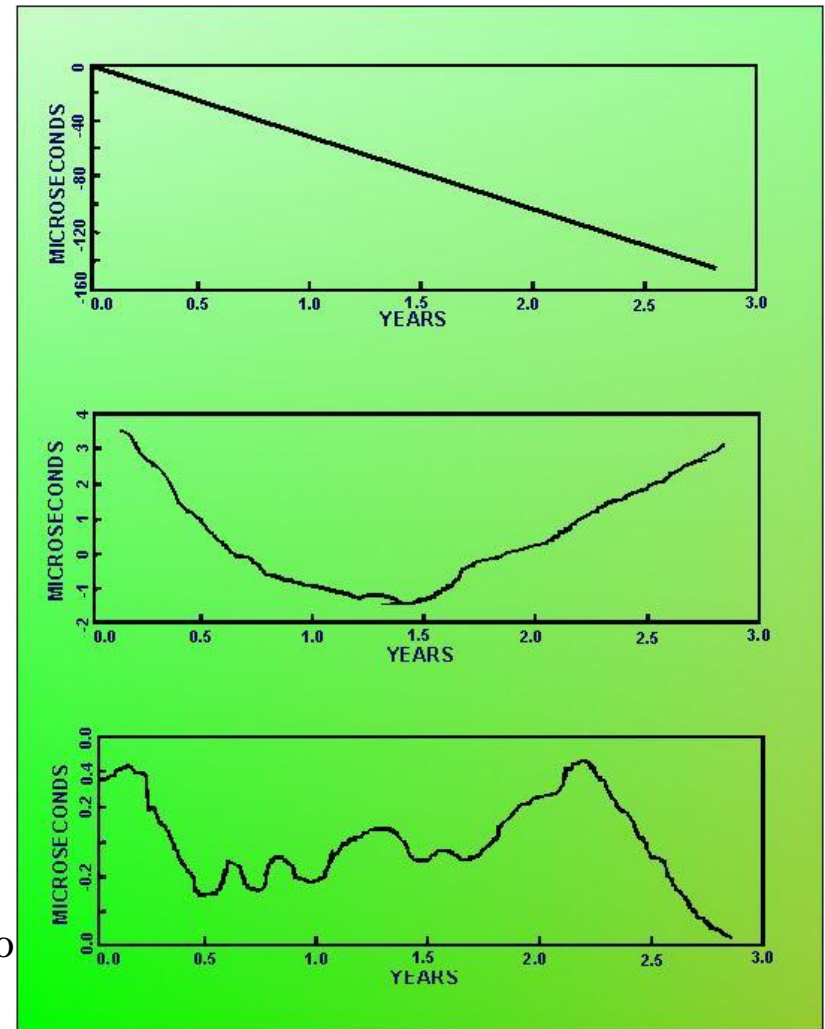
Differenza temporale fra un orologio al cesio commerciale e il riferimento temporale del U.S. Naval Observatory (Jones & Tryon, 1987)



alto: errore in  $\mu\text{s}$

centro: errore in  $\mu\text{s}$  avendo rimosso il termine lineare

basso: errore in  $\mu\text{s}$  avendo rimosso il termine quadratico



# Effetti relativistici (I)

---

- Gli pseudorange subiscono gli effetti relativistici descritti sia dalla teoria della relatività di Einstein generale che da quella ristretta :

- 1) **teoria della relatività ristretta:** il SV è in movimento (e può esserlo anche il RX) rispetto al sistema di riferimento isotropico per la velocità della luce (il sistema ECI)
- 2) **teoria della relatività generale:** sorgente di segnale (SV) e ricevitore (RX) sono in posizioni a diverso potenziale gravitazionale

- Entrambi gli effetti sono corretti fissando la frequenza di trasmissione del satellite a 10.22999999545 MHz prima del lancio, cosicché un RX al livello del mare osserva esattamente la frequenza 10.23 MHz

- Un ulteriore **effetto periodico** è dovuto al movimento del SV lungo **orbite con una piccola eccentricità:**

- metà dell'effetto è dovuto al cambiamento di velocità del SV rispetto al riferimento ECI
- metà è dovuto al cambiamento periodico del suo potenziale gravitazionale

satellite è al perigeo: velocità più alta e potenziale gravitazionale più basso  
satellite all'apogeo: velocità più bassa e potenziale gravitazionale più alto)

# Effetti relativistici (II)

---

- Correzione dell'effetto periodico:

$$\Delta t_r = F e \sqrt{A} \sin E_k$$

- dove
- $F = -4.4442807633 \times 10^{-10}$  s/m
  - $e$  = eccentricità dell'orbita del satellite
  - $A$  = semiasse maggiore dell'orbita del satellite
  - $E_k$  = anomalia eccentrica dell'orbita del satellite (valore istantaneo)

- Contributi relativistici addizionali:
  - moto del RX (rotazione della terra + moto proprio) fra trasmissione e ricezione del segnale modifica lo pseudorange misurato (Effetto di Sagnac)
  - curvatura spazio-tempo del percorso effettuato dal segnale GNSS per effetto del campo gravitazionale terrestre

# Correzioni dell'orologio del SV

---

- Le correzioni sistematiche che possono essere effettuate sull'orologio del SV sono riassunte nella seguente formula:

$$\delta t = a_0 + a_1 (t - t_0) + a_2 (t - t_0)^2 + \Delta t_r$$

- dove:
- $a_0$  è il clock bias
  - $a_1$  è il clock drift (parametri nel messaggio di navigazione)
  - $a_2$  è il clock drift-rate
  - $t_{oc}$  è il time-of-clock (istante rispetto al quale sono date le correzioni)

e

$$\Delta t_r = F e \sqrt{A} \sin E_k$$

- dove
- $F = -4.4442807633 \times 10^{-10}$  s/m
  - $e$  = eccentricità dell'orbita del satellite
  - $A$  = semiasse maggiore dell'orbita del satellite
  - $E_k$  = anomalia eccentrica dell'orbita del satellite (valore istantaneo)



# Ulteriori errori dovuti al SV

---

- **errore di predizione delle effemeridi**

- effemeridi caricate dal control segment nei satelliti ed aggiornate periodicamente
- errore di predizione influenza posizione del satellite
- disponibilità di effemeridi precise off-line

- **disponibilità selettiva (selective availability - SA)**

- inserita dal D.O.D. (US) nel GPS per permettere uso di max accuratezza solo ad utenti autorizzati
- degradazione intenzionale delle effemeridi e della correzione dell'orologio del satellite trasmesse nel messaggio di navigazione
- abolita dal 1° Maggio 2000