

Corso di laurea in INGEGNERIA GESTIONALE

ANALISI MATEMATICA a.a 2017-2018

Foglio 2

1) Calcolare il limite per $n \rightarrow +\infty$ delle seguenti successioni

a) $a_n = \frac{n}{n^2+1}$ b) $a_n = \frac{2\sqrt{n} - 3n^2}{2\sqrt{n} + n^2}$ c) $a_n = \frac{n!-1}{n!+1}$ d) $a_n = \frac{\sin n}{n}$ e) $a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$

f) $a_n = \frac{n^n}{2^n - 10}$ g) $a_n = n \left(\sqrt{n^2 + 1} - n \right)$ h) $a_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{-2n}$ i) $a_n = \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n-3}$

2) Provare che le successioni $a_n = n^2 + n$ e $b_n = n - n^2$ sono strettamente monotone, mentre la successione $c_n = \frac{5-4n}{n^2+8n-1}$ è definitivamente monotona ma non monotona.

3) Trovare due successioni $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ tali che

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 1 \text{ e } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$$

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 1 \text{ e } \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = +\infty$$

c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 1$$

mentre $\{a_n - b_n\}$ non ammette limite.

4) Sia a_n una successione limitata con $a_n \neq 0$. Dire se esistono i seguenti limiti ed in caso contrario fornire esempi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n a_n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n a_n + 1}{n^2 + 2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{a_n}$$

5) Ordinare le seguenti successioni secondo l'ordine di infinito crescente

$$a_n = n^2, \quad b_n = \frac{n^4 - 5}{n^2 \log n}, \quad c_n = |\sin(n) + 2| n^{4/3} \quad \#$$

6) Calcolare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il limite per $n \rightarrow \infty$ delle seguenti successioni

$$a_n = \frac{n}{x^n}, \quad b_n = (\cos(\pi x))^n$$

7) Sia

$$a_n = (-1)^n + \frac{(-1)^{n+1}}{n+4} - \frac{(-1)^n}{n^2}$$

Indicare quali delle seguenti proprietà sono soddisfatte definitivamente dalla successione $\{a_n\}$

a) $a_n \geq 0$ b) $a_n \leq 0$ c) $a_n \geq -1$ d) $a_n \leq 1$