
Link Budget & Equazione Radar

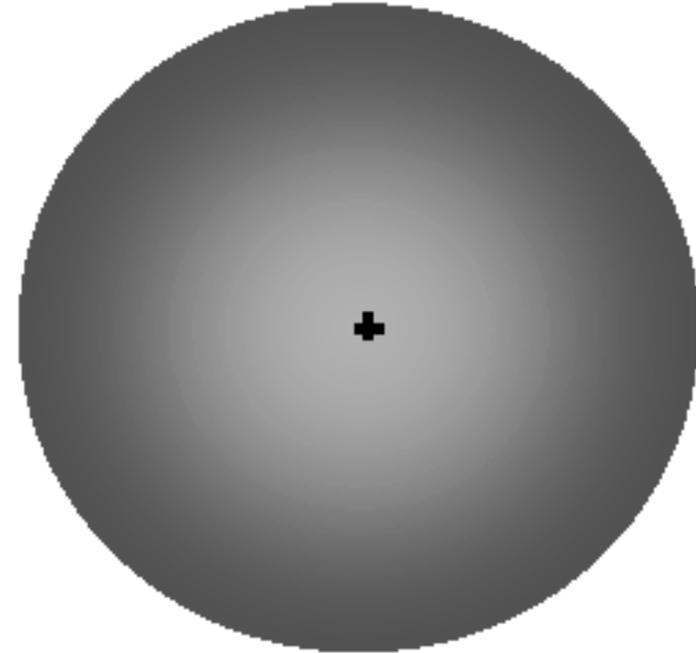
Pierfrancesco Lombardo

Attenuazione e sfasamento a distanza R

⇒ Un campo E.M. a frequenza $f = c/\lambda$ generato in prossimità dell'antenna, ad una distanza R da essa si trova:

$$\begin{array}{l} \text{Attenuato di } 4\pi R^2 \\ \text{Sfasato di } -\frac{2\pi}{\lambda} R \end{array}$$

- Densità di potenza si distribuisce su superficie sferica di raggio R
- C'è un ritardo di propagazione alla velocità della luce pari a R/c



$$A \cos(2\pi f t + \phi) \Rightarrow \frac{A}{\sqrt{4\pi R}} \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{R}{c}\right) + \phi\right] = \frac{A}{\sqrt{4\pi R^2}} \cos\left[2\pi f t + \phi - \frac{2\pi f}{c} R\right]$$

$$A e^{j\phi} e^{j2\pi f t} \Rightarrow \frac{A e^{j\phi}}{\sqrt{4\pi R}} e^{j2\pi f\left(t - \frac{R}{c}\right)} = A e^{j\phi} e^{j2\pi f t} \frac{1}{\sqrt{4\pi R^2}} e^{-j2\pi f \frac{R}{c}} = A e^{j\phi} e^{j2\pi f t} \frac{1}{\sqrt{4\pi R^2}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} R}$$

Equazione collegamento TX-RX (I)

- Valutazione della potenza ricevuta fissate le caratteristiche del trasmettitore & ricevitore e del mezzo di trasmissione;

a) Antenna trasmittente → distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione θ .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna

b) Antenna trasmittente → distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t G_t(\theta)}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione θ .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna
 $G_t(\theta)$: guadagno d'antenna in direzione θ .

c) potenza intercettata dall'antenna ricevente:

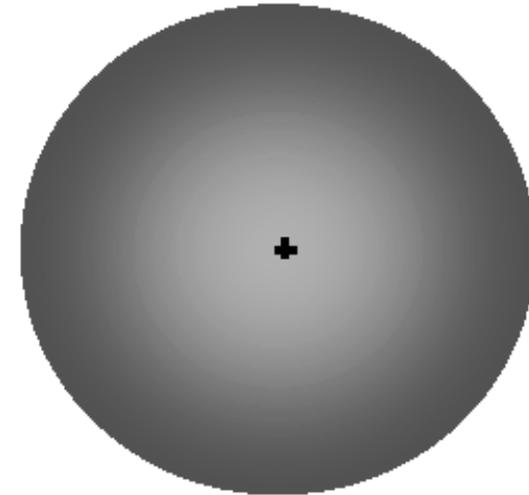
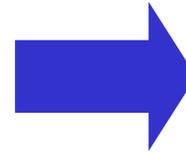
$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} A_e = \underbrace{P_t G_t G_r}_{\text{EIRP}} \left[\frac{\lambda}{4\pi R} \right]^2 \quad W$$

P_r : potenza ricevuta antenna rx a distanza R.
 P_t : potenza irradiata dall'antenna tx.
 G_t : guadagno d'antenna dell'antenna tx.
 A_e : area efficace dell'antenna rx.

Antenna isotropa e direttiva

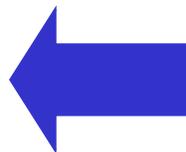
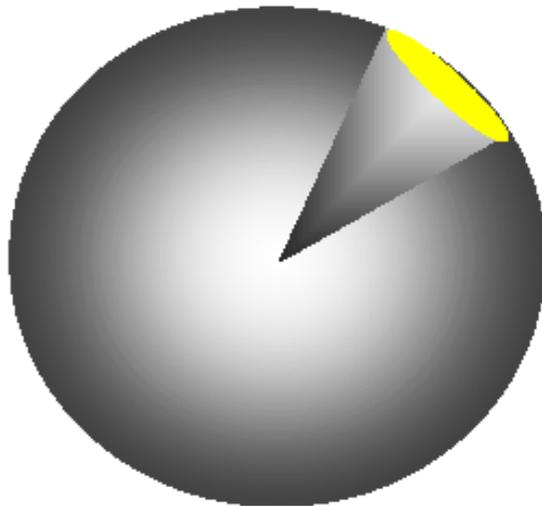
ANTENNA OMNIDIREZIONALE

- Una sorgente isotropa irradia la potenza uniformemente in tutte le direzioni;
- La potenza irradiata si ripartisce uniformemente su sfere concentriche con centro sulla sorgente;



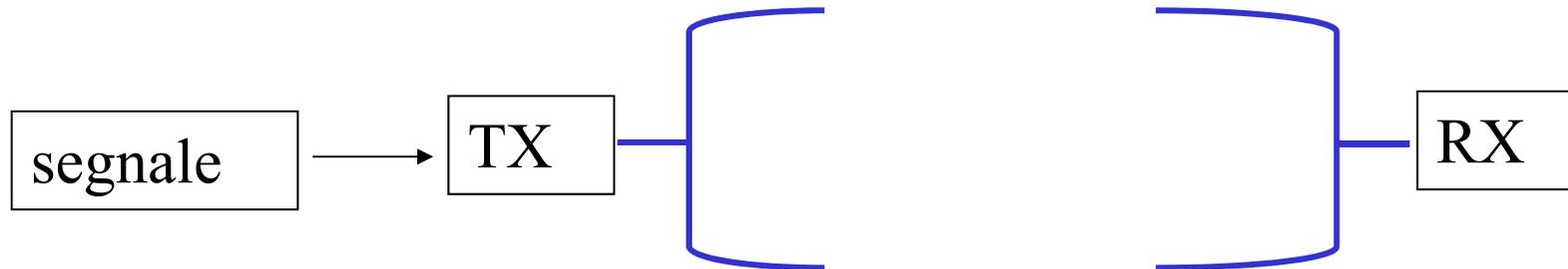
ANTENNA DIRETTIVA

- L'antenna concentra la potenza irradiata in una direzione preferenziale o al contrario assorbe la potenza incidente proveniente da una data direzione;
- La potenza irradiata non è più distribuita in modo uniforme sulla sfera ma ci sono direzioni in cui la densità di potenza è maggiore rispetto al caso di antenna omnidirezionale

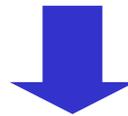


Antenne

- Per inviare il segnale si usano antenne (trasduttore) ...



- **Antenna:** trasduttore tra propagazione guidata (linea di trasmissione) e



propagazione nello spazio libero;

- **Reciprocità:** le proprietà dell'antenna sono le stesse indipendentemente dal suo utilizzo (TX/RX);

Tipologie di antenne

- **Antenne lineari:**

- dipoli herziani
- array di dipoli (Yagi, Logaritmiche, ...)

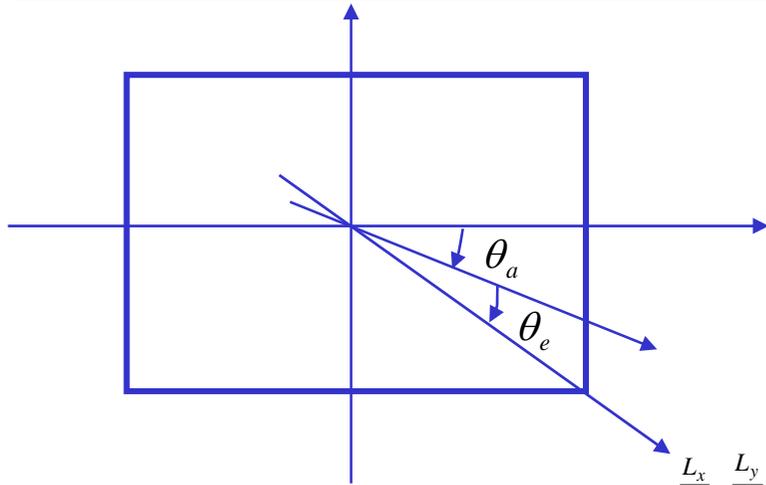
- **Antenne a telaio:**

- Anelli chiusi (loop)

- **Antenne ad apertura:**

- paraboloidi
- array a slotted waveguide
- phased arrays

Pattern di Antenne ad apertura



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{-jkR(x,y)} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy$$

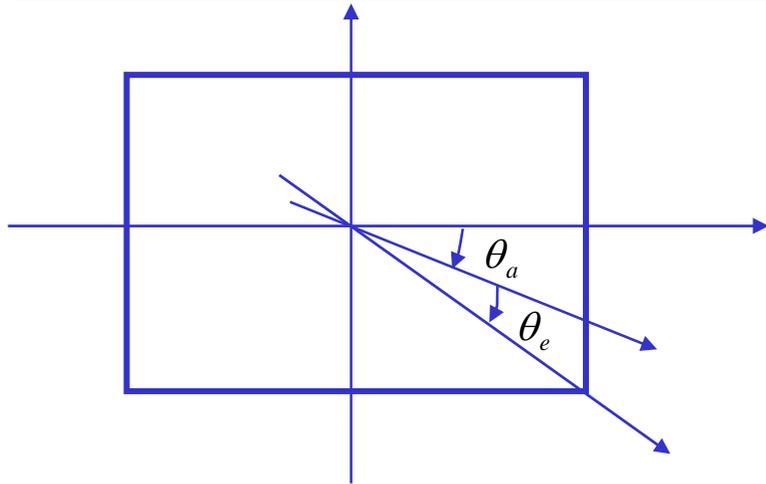
$$I(x, y) = \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y)$$

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) e^{jkx \sin \theta_a} dx \cdot \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_y}(y) e^{jky \sin \theta_e} dy =$$

$$= e^{-jkr} \text{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a\right) \cdot \text{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e\right)$$

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

Pattern di Antenne ad apertura



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{-jkR(x,y)} dx dy = e^{-jk r} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{jk[x \sin \theta_a + y \sin \theta_e]} dx dy$$

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

Pattern di Antenne ad apertura

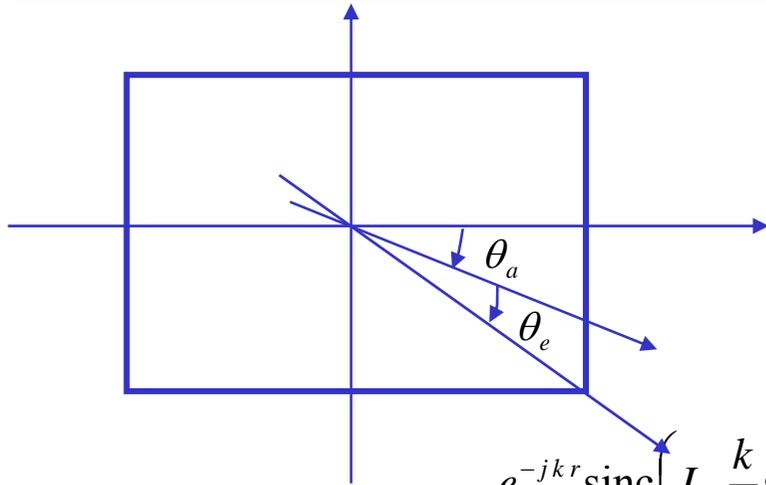
$$e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{jk[x\sin\theta_a + y\sin\theta_e]} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} I(x, y) e^{j2\pi\frac{1}{\lambda}[x\sin\theta_a + y\sin\theta_e]} dx dy$$

$$I(x, y) = \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y)$$

$$\int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) \cdot \text{rect}_{L_y}(y) e^{jk[x\sin\theta_a + y\sin\theta_e]} dx dy = e^{-jkr} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \text{rect}_{L_x}(x) e^{jkx\sin\theta_a} dx \cdot \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \text{rect}_{L_y}(y) e^{jky\sin\theta_e} dy =$$

$$= e^{-jkr} \text{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin\theta_a\right) \cdot \text{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin\theta_e\right)$$

Pattern di Antenne ad apertura (II)



Trasformata di Fourier della corrente sull'apertura di antenna

$$e^{-jkr} \operatorname{sinc}\left(L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a\right) \cdot \operatorname{sinc}\left(L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e\right)$$

$$L_x \frac{k}{2} \sin \theta_a = \pi$$

$$\sin \theta_a \cong \theta_a = \frac{2\pi}{k L_x} = \frac{\lambda}{L_x}$$

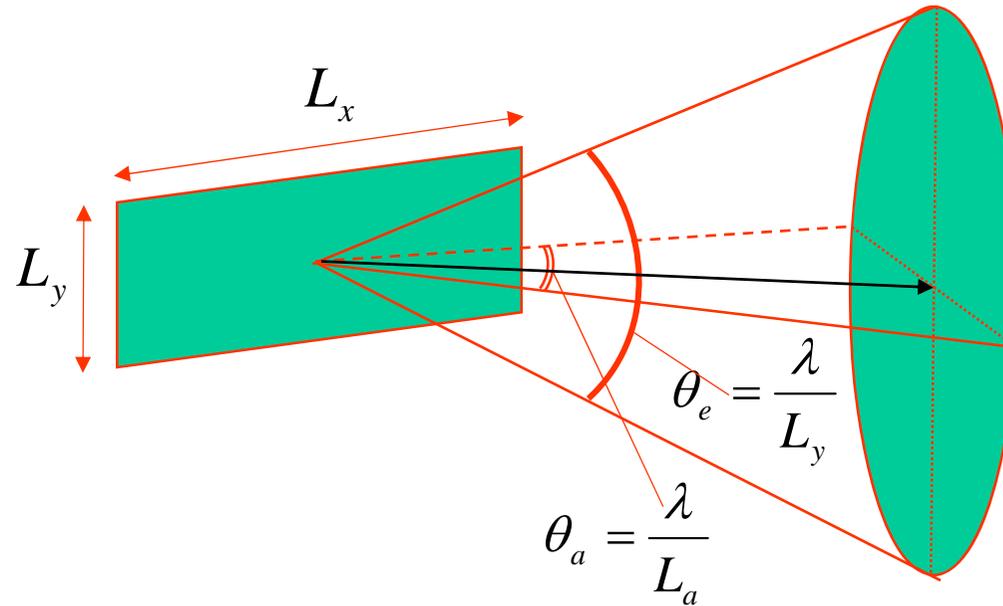
$$L_y \frac{k}{2} \sin \theta_e = \pi$$

$$\sin \theta_e \cong \theta_e = \frac{2\pi}{k L_y} = \frac{\lambda}{L_y}$$

Fascio di antenna

Apertura approx. di antenna

$$\theta \cong \frac{\lambda}{L}$$



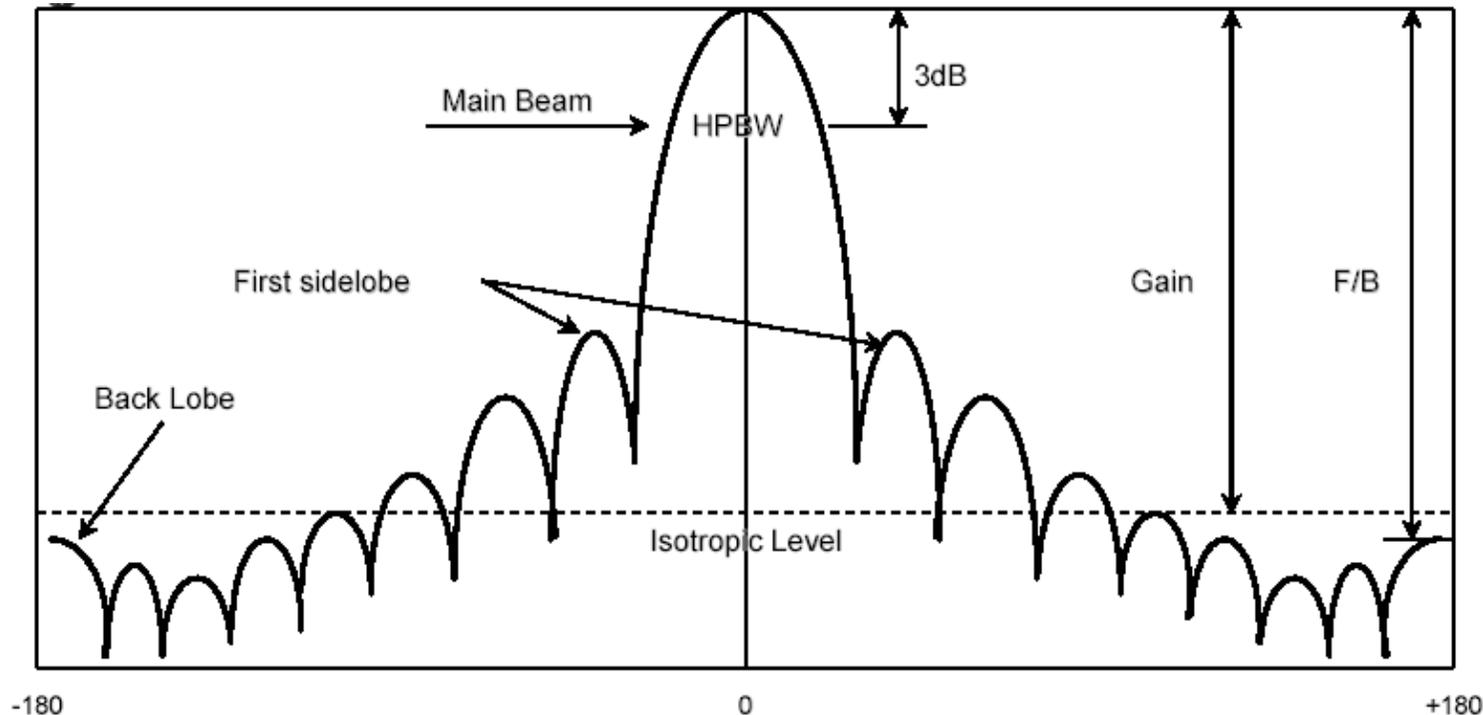
Esempio

$$\theta_e = \frac{\lambda}{L_y} = \frac{0.031}{0.18} = 0.1722(\text{rad}) \rightarrow 9.87^\circ$$

$$\theta_a = \frac{\lambda}{L_x} = \frac{0.031}{1.8} = 0.01722(\text{rad}) \rightarrow 0.987^\circ$$

Pattern di radiazione di antenna

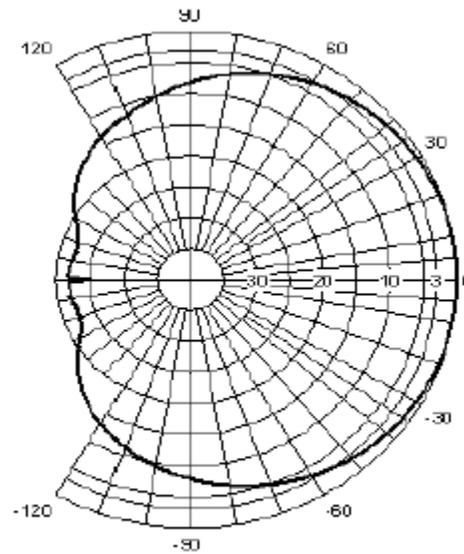
- potenza o intensità di radiazione in funzione delle coordinate angolari (in genere due);



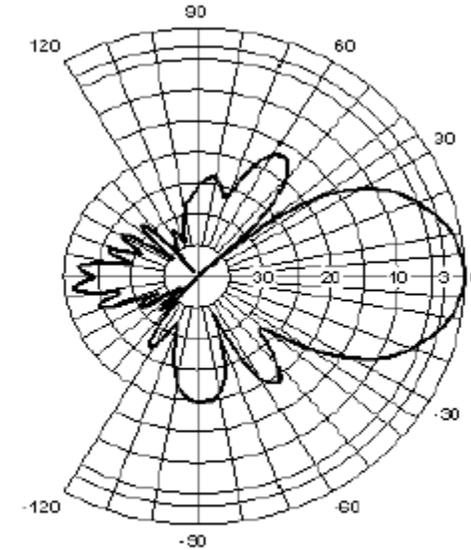
• **Apertura del fascio** in azimuth ϕ_A e in elevazione θ_A : ampiezza dell'intervallo angolare che corrisponde ad una diminuzione di 3dB (metà potenza) della direttività o del guadagno rispetto alla direzione di max (Boresight) nel piano azimutale ($\phi_A \approx \lambda/L_\phi$: L_ϕ dim. antenna in azimuth) e di elevazione ($\theta_A \approx \lambda/L_\theta$: L_θ dim. antenna elevazione).

[RadioTecnica](#) e [RadioLocalizzazione](#)

Esempi di pattern di radiazione



Verticale



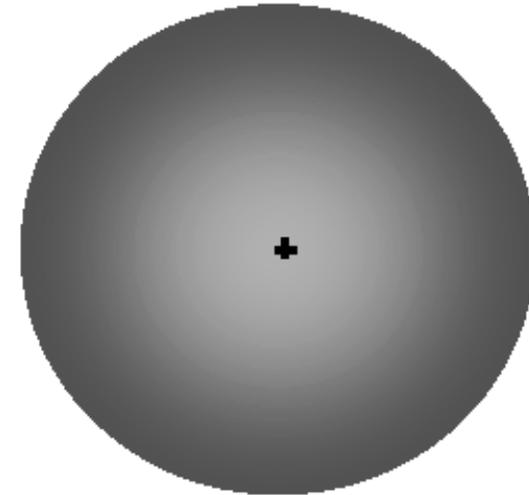
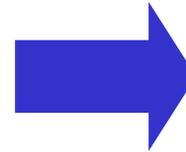
Orizzontale

- Pattern di radiazione
 - Rappresentazione grafica delle proprietà radiative di un'antenna;
 - In generale è una rappresentazione bidimensionale.
- Larghezza del fascio
 - Misura la direttività dell'antenna;
- Pattern di ricezione
 - Le proprietà in ricezione sono analoghe a quelle in trasmissione (reciprocità).

Antenna isotropa e direttiva

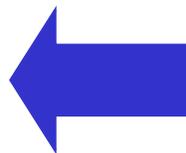
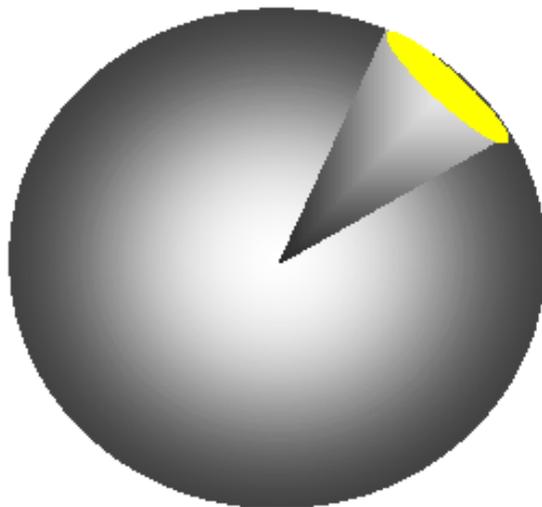
ANTENNA OMNIDIREZIONALE

- Una sorgente isotropa irradia la potenza uniformemente in tutte le direzioni;
- La potenza irradiata si ripartisce uniformemente su sfere concentriche con centro sulla sorgente;



ANTENNA DIRETTIVA

- L'antenna concentra la potenza irradiata in una direzione preferenziale o al contrario assorbe la potenza incidente proveniente da una data direzione;
- La potenza irradiata non è più distribuita in modo uniforme sulla sfera ma ci sono direzioni in cui la densità di potenza è maggiore rispetto al caso di antenna omnidirezionale



Direttività e Guadagno

DIRETTIVITA':

$$G_D = \frac{\text{max intensità di radiazione}}{\text{intensità di radiazione media}} = \frac{\text{max potenza irradiata/unità angolo solido}}{\text{potenza irradiata totale}/4\pi}$$

GUADAGNO: perdite considerate

$$G = \rho_r G_D$$

ρ_r efficienza di irradiazione

$$G = \frac{\text{max potenza irradiata /unità angolo solido}}{\text{potenza netta accettata /}4\pi} = \frac{\text{max intensità irradiata}}{\text{intensità irradiata sorgente isotropa senza perdite (con pari potenza in ingresso)}}$$

AREA EFFICACE

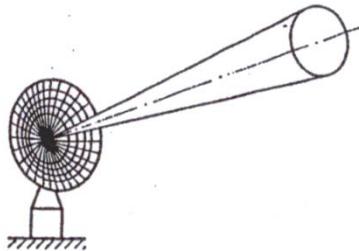
⇒ misura l'area effettiva mostrata da un'antenna all'onda incidente (RX):

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} = \frac{4\pi \rho_a A_g}{\lambda^2}$$

A_e : area efficace;
 A_g : area geometrica;
 ρ_a : efficienza d'apertura

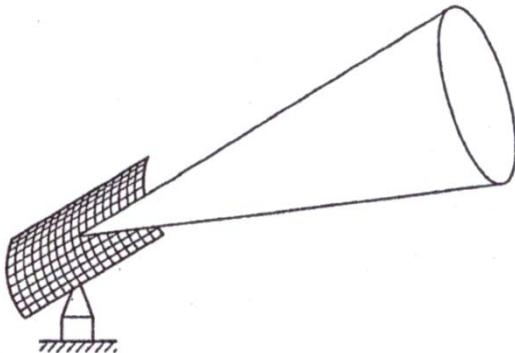
Forma del fascio di antenne ad apertura

- Pencil beam



- fascio assialmente simmetrico;
- larghezza del fascio dell'ordine di pochi gradi o meno;
- utilizzati quando è necessario misurare continuamente entrambi azimuth e elevazione del bersaglio (ad es. per inseguimento);

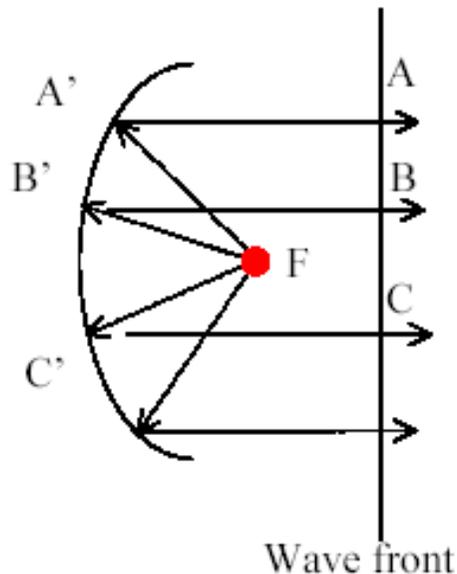
- Fan beam



- fascio largo in una dimensione e stretto nell'altro;
- utilizzato quando ci sono vincoli sul max scan time;
- radar di ricerca ground based utilizzano fasci stretti in azimuth e larghi in elevazione;

Antenne a riflettore parabolico

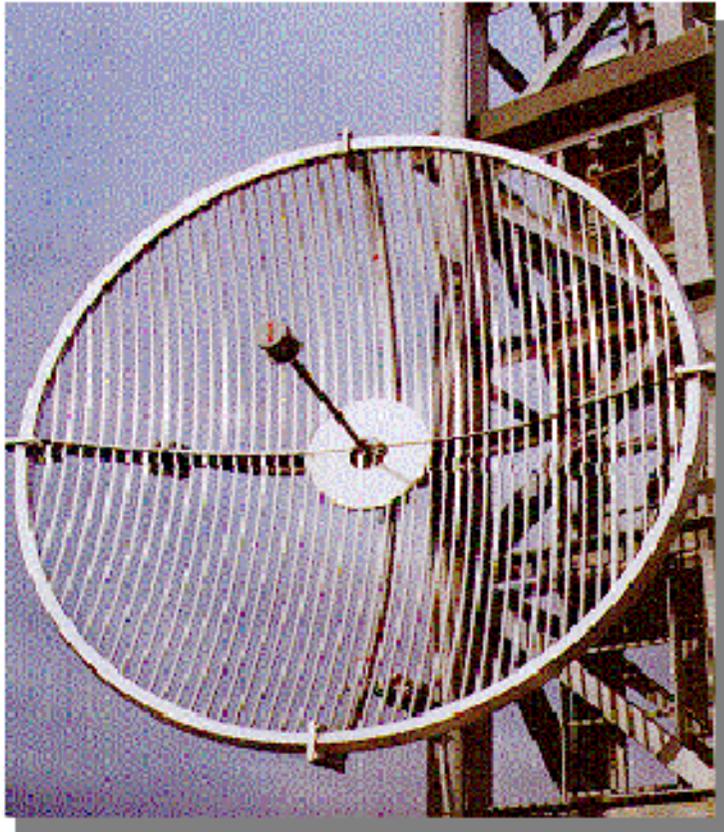
- Antenna con riflettore parabolico di rivoluzione: tipo di antenna più comune ed utilizzato in sistemi di telecomunicazioni (ponti radio terrestri e via satellite) e nei sistemi radar;
- Antenna costituita da una sorgente primaria (illuminatore) e da una superficie riflettente parabolica (riflettore);
- Il riflettore trasforma in onde piane le onde sferiche emesse dall'illuminatore posto nel fuoco della parabola;



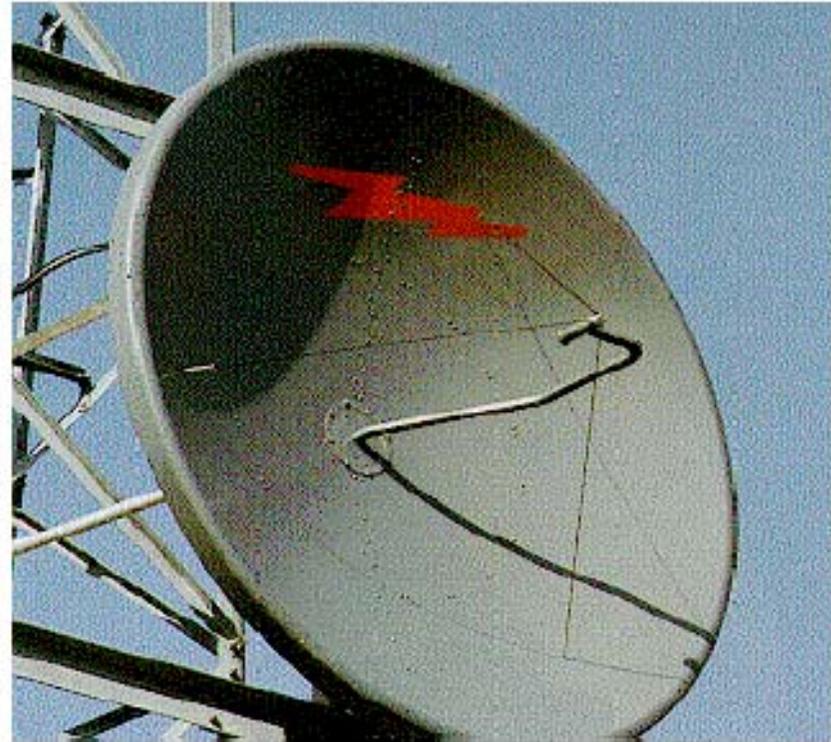
- Per le proprietà della parabola $FA'A = FB'B = FC'C = \dots$;
- Le onde che dipartono da F giungono con uguale fase su un qualunque piano perpendicolare all'asse della parabola;
- Dalla parabola emerge un'onda piana.

Antenne paraboliche a microonde

Grid Type



Solid Type



Guadagno di Antenne ad apertura



Guadagno d'antenna

- Potenza irradiata in una particolare direzione confrontata con quella irradiata in una qualunque direzione da un'antenna perfettamente omnidirezionale (antenna isotropa);

Antenne direttive concentrano l'energia in particolari direzioni \Rightarrow vantaggi&svantaggi

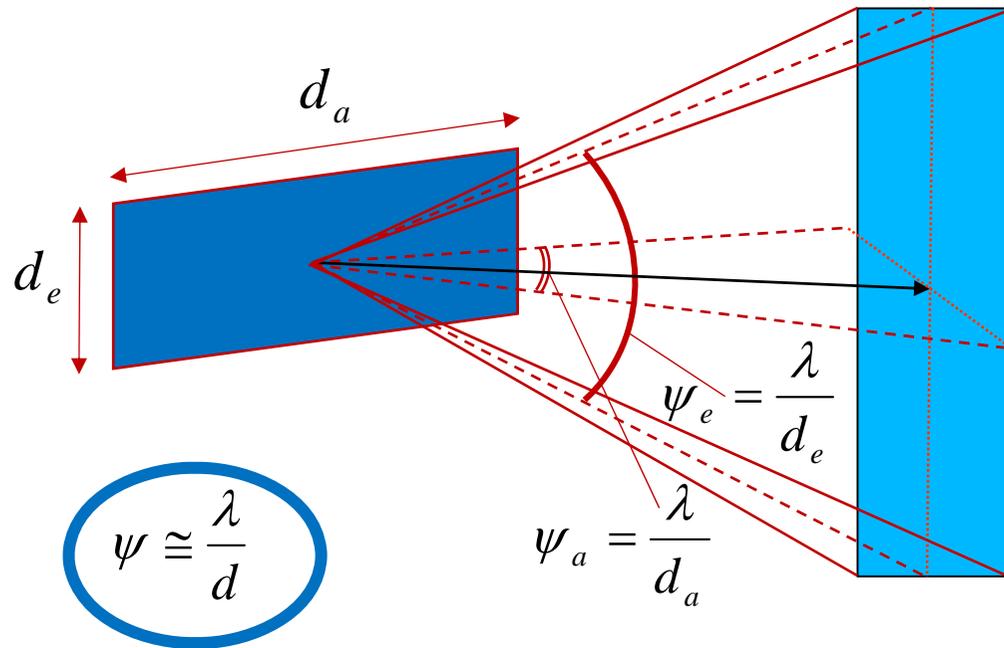
- Segnale ricevuto ha maggiore potenza;
- Minore interferenza ad altri ricevitori;
- Antenne più complesse;

$$\left. \begin{array}{l} \text{Guadagno: } G = A_e \times \frac{4\pi}{\lambda^2} \\ \text{Area} \\ \text{equivalente: } A_e = \eta \times A_g \end{array} \right\} G = \eta \times A_g \times \frac{4\pi}{\lambda^2} \quad \text{Guadagno d'antenna in dB/dB}_i = 10 \log_{10}(G)$$

Antenna circolare con diametro D: $A_g = \pi R^2 = \pi \frac{D^2}{4} \quad \& \quad G = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\pi D^2}{4} = \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$

Per una sorgente omnidirezionale il guadagno è pari a 1 e l'apertura a $\lambda^2/4\pi$.

Antenna Beam



Example airborne SAR	
Wavelength (λ)	3.1 cm (X band)
Antenna ($d_a \times d_e$)	1.8 m \times 0.18 m
Altitude	10 km
Off-nadir angle (α_0)	Adjustable 15° - 60°

airborne case

$$\psi_e = \frac{\lambda}{d_e} = \frac{0.031}{0.18} = 0.1722(\text{rad}) \rightarrow 9.87^\circ$$

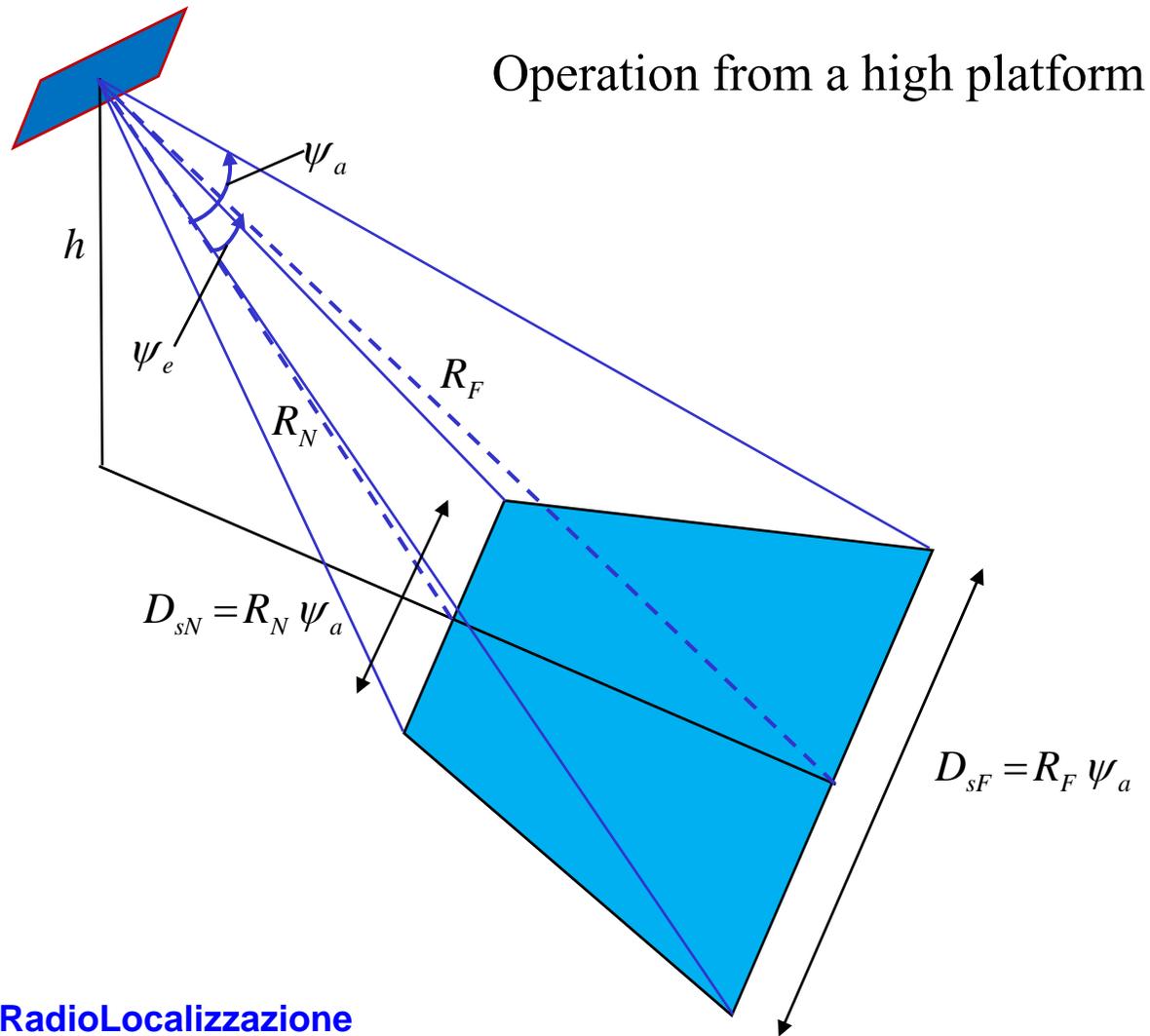
$$\psi_a = \frac{\lambda}{d_a} = \frac{0.031}{1.8} = 0.01722(\text{rad}) \rightarrow 0.987^\circ$$

spaceborne case

$$\psi_e = \frac{\lambda}{d_e} = \frac{0.0567}{1} = 0.0567(\text{rad}) \rightarrow 3.2487^\circ$$

$$\psi_a = \frac{\lambda}{d_a} = \frac{0.0567}{10} = 0.00567(\text{rad}) \rightarrow 0.32487^\circ$$

Antenna Footprint



Equazione collegamento TX-RX (I)

- Valutazione della potenza ricevuta fissate le caratteristiche del trasmettitore & ricevitore e del mezzo di trasmissione;

a) Antenna trasmittente → distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R)$: densità di potenza a distanza R
 P_t : potenza irradiata dall'antenna

b) Antenna trasmittente → distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \theta) = \frac{P_t G_t(\theta)}{4\pi R^2} \quad W / m^2$$

$p_t(R, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione θ .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna
 $G_t(\theta)$: guadagno d'antenna in direzione θ .

c) potenza intercettata dall'antenna ricevente:

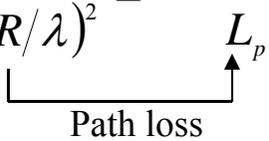
$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} A_e = \underbrace{P_t G_t G_r}_{\text{EIRP}} \left[\frac{\lambda}{4\pi R} \right]^2 \quad W$$

P_r : potenza ricevuta antenna rx a distanza R.
 P_t : potenza irradiata dall'antenna tx.
 G_t : guadagno d'antenna dell'antenna tx.
 A_e : area efficace dell'antenna rx.

Equazione collegamento TX-RX (II)

EIRP: Equivalent Isotropic Radiated Power → figura di merito stazione TX

$$P_r = \frac{EIRP \cdot G_r}{(4\pi R/\lambda)^2} = \frac{EIRP \cdot G_r}{L_p} \quad W$$



Potenza ricevuta caso ideale

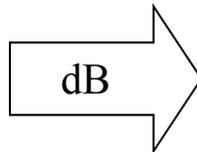
⇒ unica attenuazione considerata:
propagazione nello spazio libero

Fattori di perdita

- fattori di perdita dovuti all'antenna trasmittente (L_{ta});
- fattori di perdita dovuti all'antenna ricevente (L_{ra});
- fattori di perdita dovuti a propagazione in atmosfera (L_a);

Potenza ricevuta caso reale

$$P_r = \frac{EIRP \cdot G_r}{L_p L_{ta} L_a L_{ra}} \quad W$$



$$P_r|_{dBW} = EIRP|_{dBW} + G_r|_{dB} - L_p|_{dB} - L_{ta}|_{dB} - L_a|_{dB} - L_{ra}|_{dB}$$

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

Attenuazione di propagazione per pioggia/nebbia

TABLE 5.3 Attenuation vs. Frequency Due to Fog^a

Loss, dB/m	Visible Distance, ft			
	100	200	500	1000
10 ⁻³	20			
10 ⁻⁴	7	12	20	
10 ⁻⁵		4	7	12
10 ⁻⁶				3

Table entries are Frequency, GHz

TABLE 5.4 Attenuation vs. Frequency Due to Rain^a

Loss, dB/m	Heavy (16 mm/hr)	Moderate (4 mm/hr)	Light (1 mm/hr)	Drizzle (0.25 mm/hr)
10 ⁻³	15	37	100	
10 ⁻⁴	7	12	20	43
10 ⁻⁵	3	6	9	20
10 ⁻⁶		3	4	8
10 ⁻⁷				4

Table entries are Frequency, GHz

^a After H. E. Hawkins and O. LaPlant, "Radar Performance Degradation in Fog and Rain," IRE Transactions on Aerospace and Navigational Electronics, Vol. ANE-6, No. 1, March 1959.

Decibels (dB)

Ampiezza (Volt)

$$\text{dB} = 20 \log \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

Potenza (Watt)

$$\text{dB} = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

Decibels	Rapporto di voltaggio	Rapporto di potenza
- 10 dB		1/10:1
- 7 dB		1/5 :1
- 6 dB	½:1	¼:1
- 3 dB	0,72:1	½:1
0 dB	1:1	1:1
3 dB	1,414:1	2:1
6 dB	2:1	4:1
7 dB		5:1
10 dB		10:1
20 dB	10:1	100:1
30 dB		1000:1
40 dB	100:1	10.000:1
60 dB	1.000:1	1.000.000:1
66 dB	2.000:1	4.000.000:1
72 dB	4.000:1	16.000.000:1
80 dB	10.000:1	10 ⁸ :1
100 dB	100.000:1	10 ¹⁰ :1
120 dB	1.000.000:1	10 ¹² :1

Rapporti espressi in decibel (I)



La variabilità dei rapporti fra le ampiezze dei segnali di ingresso e uscita dei blocchi funzionali che compongono i sistemi di comunicazione è estremamente grande: ad esempio l'attenuazione introdotta da molti mezzi trasmissivi cresce in modo esponenziale con la lunghezza del collegamento.

Risulta quindi comodo esprimere i rapporti fra ingresso ed uscita dei blocchi funzionali in unità logaritmiche.

$$R|_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{A}{B} \right) \text{ se } A \text{ e } B \text{ rappresentano ampiezze}$$
$$R|_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{C}{D} \right) \text{ se } C \text{ e } D \text{ rappresentano potenze o energie}$$

Rapporti espressi in decibel (II)



Rapporto fra le ampiezze = $R|_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{8}{4} \right) = 6 \text{ dB}$

Rapporto fra le potenze = $R|_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{8^2}{4^2} \right) = 6 \text{ dB}$

si ottiene, evidentemente, lo stesso valore : il guadagno G

Attenzione però : l' ampiezza raddoppia mentre la potenza quadruplica

A_o / A_i	P_o / P_i	$G _{dB}$
1	1	0 dB
$\sqrt{2}$	2	3 dB
$\sqrt{3}$	3	4.8 dB
2	4	6 dB

A_o / A_i	P_o / P_i	$G _{dB}$
$\sqrt{5}$	5	7 dB
$\sqrt{6}$	6	7.8 dB
$\sqrt{7}$	7	8.5 dB
$2\sqrt{2}$	8	9 dB

A_o / A_i	P_o / P_i	$G _{dB}$
$\sqrt{10}$	10	10 dB
$2\sqrt{5}$	20	13 dB
10	100	20 dB
$10\sqrt{10}$	1000	30 dB

Potenze e ampiezze in decibel

Per esprimere in unità logaritmiche valori assoluti di grandezze è necessario prefissare un valore di riferimento. Alcuni valori tipici di riferimento sono 1 W (dBW), 1 mW (dBm), 1 V (dBV) e 1 μ V (dB μ).

Esempi: -20 dBm = 10^{-2} mW; 6 dBW = 4 W; 6 dB μ = 2 μ V (non 4 μ V!)



$$P_{out}|_{dBW} = P_{in}|_{dBW} + G|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBm} = P_{in}|_{dBm} + G|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dBV} = A_{in}|_{dBV} + G|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dB\mu} = A_{in}|_{dB\mu} + G|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBW} = P_{in}|_{dBW} - \gamma|_{dB}$$

$$P_{out}|_{dBm} = P_{in}|_{dBm} - \gamma|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dBV} = A_{in}|_{dBV} - \gamma|_{dB}$$

$$A_{out}|_{dB\mu} = A_{in}|_{dB\mu} - \gamma|_{dB}$$

$$dB_W + dB \rightarrow dB_W$$

$$dB_m + dB \rightarrow dB_m$$

$$dB_V + dB \rightarrow dB_V$$

$$dB + dB \rightarrow dB$$

$$dB_W - dB_W \rightarrow dB$$

$$dB_V - dB_V \rightarrow dB$$
~~$$dB_W + dB_W \rightarrow dB$$~~

No!

Rapporti espressi in decibel

Un segnale con potenza di -100 dBm è amplificato di 60 dB. Quale è la potenza del segnale in uscita in dBm e in mW?

$$-100 \text{ dBm} + 60 \text{ dB} = -40 \text{ dBm} = 10^{-4} \text{ mW}$$

Un segnale con ampiezza di 6 dB μ è amplificato di 60 dB. Quale è l'ampiezza del segnale in uscita in dB μ e in μ V?

$$6 \text{ dB}\mu + 60 \text{ dB} = 66 \text{ dB}\mu = 2 \cdot 10^3 \mu\text{V} = 2 \text{ mV}$$

Due segnali (incorrelati) hanno potenza di 0 dBm. Quale è la potenza della loro somma (cioè la somma delle potenze) in dBm?

$$0 \text{ dBm} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ mW}} \right) \rightarrow P = 1 \text{ mW}$$

$$P_{tot} = P + P = 2 \text{ mW} = 3 \text{ dBm}$$

Carta di Blake

Data l'espressione $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$ si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

A →	$A _{dB} = 10$
B →	$B _{dB} = -5$
C →	$C _{dB} = 2$
D →	$D _{dB} = 4$
E →	$E _{dB} = -23$
F →	$F _{dB} = 15$

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

Nome parametro	dB+	dB -	Unità di misura
A			
B			
C			
D			
E			
F			
Parziali			
Totale			

Carta di Blake (II)

Data l'espressione $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$ si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

A →	$A _{dB} = 10$
B →	$B _{dB} = -5$
C →	$C _{dB} = 2$
D →	$D _{dB} = 4$
E →	$E _{dB} = -23$
F →	$F _{dB} = 15$

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

Nome parametro	dB+	dB -	Unità di misura
A	10		W
B	-5		-
C	2		m ²
D		4	-
E		-23	m ²
F		15	-
Parziali			
Totale			

Carta di Blake (III)

Data l'espressione $P_r = \frac{A \cdot B \cdot C}{E \cdot F \cdot G}$ si convertano in dB tutti i termini.

Ad esempio

A →	$A _{dB} = 10$
B →	$B _{dB} = -5$
C →	$C _{dB} = 2$
D →	$D _{dB} = 4$
E →	$E _{dB} = -23$
F →	$F _{dB} = 15$

si riempia la tabella riportando gli elementi a numeratore nella colonna dB+ e quelli a denominatore nella colonna dB-

Nome parametro	dB+	dB -	Unità di misura
A	10		W
B	-5		-
C	2		m ²
D		4	-
E		-23	m ²
F		15	-
Parziali	7	-4	
Totale	11		dBW

Equazione Radar (I)

- L'equazione radar pone in relazione la distanza radar-bersaglio e le caratteristiche del sistema radar (trasmettitore, ricevitore e antenna), del bersaglio e dell'ambiente circostante.
- L'equazione radar è utile sia alla determinazione della massima distanza alla quale il radar è in grado di “vedere” (portata radar) che alla progettazione e dimensionamento del sistema stesso.

a radar→bersaglio a distanza R con antenna isotropa:

$$p_t(R, \phi, \theta) = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

$p_t(R, \phi, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione (ϕ, θ) .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

b radar→bersaglio a distanza R con antenna direttiva:

$$p_t(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2}$$

$p_t(R, \phi, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione (ϕ, θ) .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).
 $G(\phi, \theta)$: guadagno d'antenna in direzione (ϕ, θ) .

C potenza intercettata dal bersaglio con Radar Cross Section σ e reirradiata isotropicamente:

$$p_t(R, \phi, \theta)\sigma = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \sigma$$

$p_t(R, \phi, \theta)$: densità di potenza a distanza R in direzione (ϕ, θ) .
 P_t : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).
 $G(\phi, \theta)$: guadagno d'antenna in direzione (ϕ, θ) .
 σ : Radar Cross Section (RCS) del bersaglio.

Equazione Radar (II)

d bersaglio a distanza R→radar:

$$p_r(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2}$$

$p_r(R, \phi, \theta)$: densità di potenza al radar dalla distanza R in direzione (ϕ, θ) .

P_t : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

$G(\phi, \theta)$: guadagno d'antenna in direzione (ϕ, θ) .

σ : radar cross section bersaglio.

e potenza intercettata dall'antenna:

$$P_r(R, \phi, \theta) = \frac{P_t G(\phi, \theta)}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2} A_e(\phi, \theta)$$

$P_r(R, \phi, \theta)$: potenza al radar dalla distanza R in direzione (ϕ, θ) .

P_t : potenza irradiata dall'antenna (potenza di picco).

$G(\phi, \theta)$: guadagno d'antenna in direzione (ϕ, θ) .

σ : radar cross section bersaglio.

$A_e(\phi, \theta)$: area efficace d'antenna in direzione (ϕ, θ) .

La **portata radar** R_{\max} (maximum radar range) è la distanza oltre la quale il bersaglio non può essere rivelato: questa condizione si verifica quando l'eco ricevuta ha potenza pari al minimo livello rivelabile ($P_r = S_{\min}$).

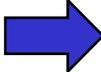
$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 S_{\min}} \right]^{1/4}$$

Equazione Radar (III)

- Il segnale ricevuto è costituito dalla somma del segnale utile (eco dal bersaglio di interesse) e dal rumore termico del ricevitore (sempre presente: trascurati al momento disturbi provenienti dall'esterno)

$P_n = kT_0BF$

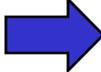
P_n : potenza rumore rx riportata in antenna;
 k : costante di Boltzmann;
 T_0 : 290K;
 B : banda del ricevitore;
 F : figura di rumore del ricevitore;



$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi R^2)^2 kT_0 B F}$$

RAPPORTO SEGNALE-RUMORE

- La **portata radar** R_{\max} può essere ridefinita in funzione del minimo rapporto S/N, $(S/N)_{\min}$, che consente un'opportuna rivelazione:



$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 kT_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

PORTATA RADAR

Equazione Radar (IV)

Varie forme dell'Equazione Radar

L'equazione radar, e di conseguenza l'espressione della portata, può essere particolarizzata in dipendenza delle applicazioni

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_r}{P_n} = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi R^2)^2 k T_0 B F}$$

- 1 Si suppose di aver fissato il massimo valore del guadagno d'antenna G (vincolo la larghezza del fascio e quindi la risoluzione angolare): utilizzando $G=4\pi A_e/\lambda^2$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 k T_0 B F} \quad \Rightarrow \quad R_{\max} = \left[\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Preferibili le basse frequenze

- 2 Si suppose di aver fissato il massimo valore dell'area geometrica e quindi efficace d'antenna A_e : utilizzando $A_e = \lambda^2 G / 4\pi$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_r = \frac{P_t A_e^2 \sigma}{4\pi R^4 \lambda^2 k T_0 B F} \quad \Rightarrow \quad R_{\max} = \left[\frac{P_t A_e^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Preferibili le alte frequenze

Equazione Radar (V)

Fattori di perdita

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 k T_0 B F (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

Portata radar nello spazio libero
⇒ unico disturbo considerato: rumore termico del RX.

La portata radar effettiva è diversa da quella predetta nel caso ideale (propagazione nello spazio libero & disturbo≡rumore termico del RX): i fattori che contribuiscono a modificare la portata sono

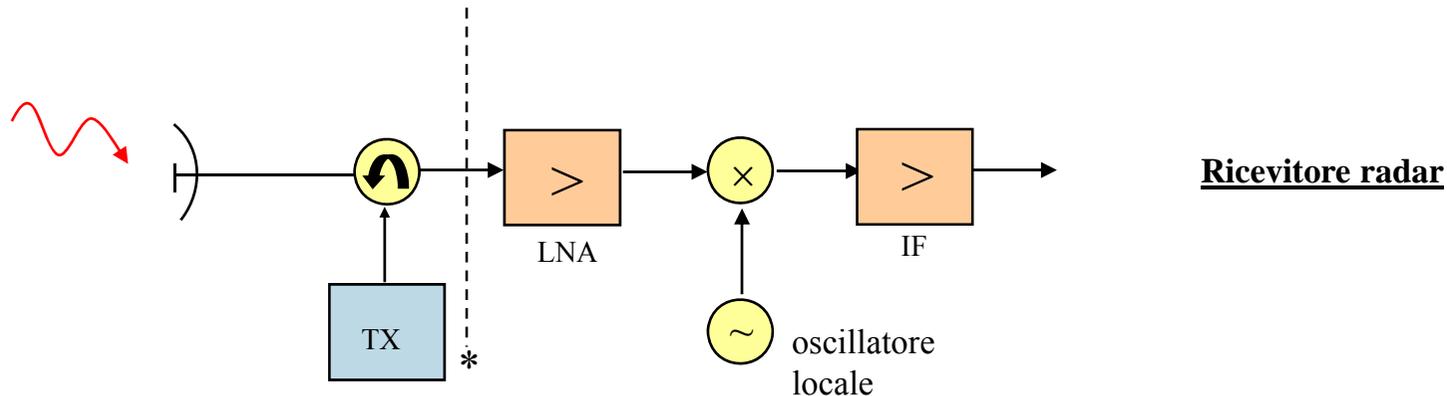
- fattori di perdita dovuti al sistema radar (TX/RX);
- fattori di perdita dovuti a propagazione in atmosfera;
- fenomeni di propagazione anomala (multipath);
- curvatura della superficie terrestre (orizzonte radar);

Inglobando l'effetto di tutti questi fenomeni in un fattore di perdita L, l'espressione della portata nel caso reale diviene:

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 k T_0 B F L (S/N)_{\min}} \right]^{1/4}$$

A seguito della non idealità la portata reale può essere anche la metà di quella ideale.

Fattori di perdita TX/RX



La figura di rumore del RX è valutata in genere a partire dal primo elemento attivo della catena ricevente (a valle del punto *: a partire dal Low Noise Amplifier-LNA): vanno quindi considerate le seguenti ulteriori perdite

- potenza di rumore captata dall'antenna (dipende dalla frequenza e dal modo di funzionamento dell'antenna-puntamento cielo/terra);
- perdite dovute all'antenna: non tutta la potenza incidente è fornita al RX (già tenute in conto dall'uso del guadagno in potenza anziché della direttività);
- perdite dovute al giunto rotante, alla linea di tx che connette antenna al RX e al duplexer che disaccoppia TX e RX;

⇒ valutazione della F_{tot} e inserimento nella equazione radar.

Definizione di Radar Cross Section

- La radar cross section di un bersaglio è definita come l'area proiettata di una sfera metallica che se messa al posto del bersaglio fornisce al radar lo stesso segnale di ritorno

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_0|^2}$$

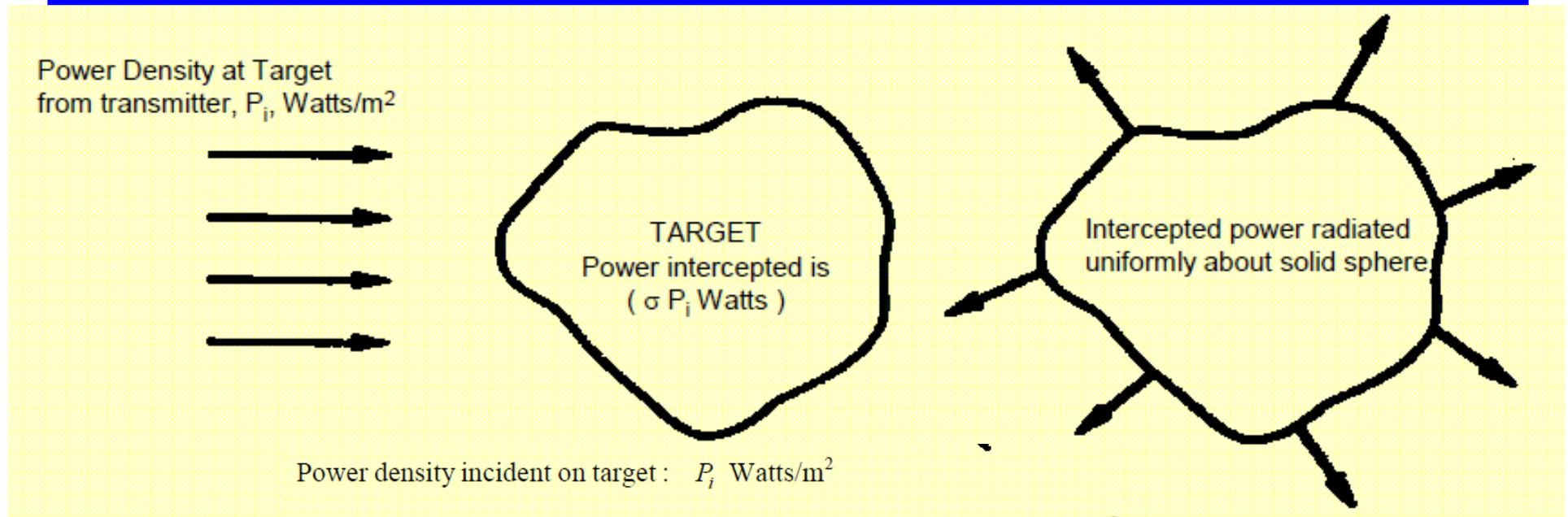
R: distanza radar-bersaglio;

E_0 : ampiezza campo elettrico incidente al bersaglio;

E_s : ampiezza campo elettrico scatterato dal bersaglio incidente sul radar;

- mentre una sfera dà un ritorno indipendente dall'angolo di vista tutti i bersagli danno ritorni che variano con tale angolo \Rightarrow in dipendenza del tipo di bersaglio queste variazioni possono essere più o meno veloci.

Radar Cross Section



Power density scattered by target : $P_s = \frac{\sigma P_i}{4\pi R^2}$ Watts/m²

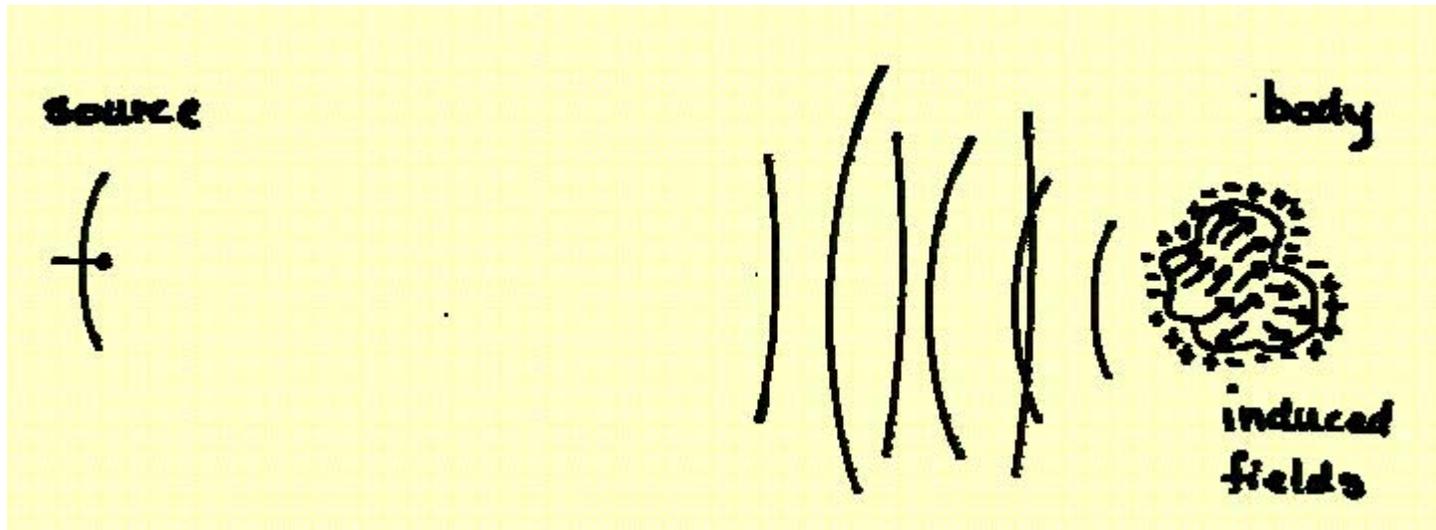
Solve for RCS :

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{P_s}{P_i} = 4\pi R^2 \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} = 4\pi R^2 \frac{|H^s|^2}{|H^i|^2}$$

Power ratio, independent of distance to radar, $R \Rightarrow \infty$

Units of AREA, typically square meters

Fisica dello scattering (I)



- **Boundary condition for perfect conductor:**
 - Tangential electric field is zero, i.e., surface is a short circuit, $(E^{\text{total}})_{\text{tan}}$
 - Faraday shield, no fields inside closed PEC (perfect electric conductor)
- Incident wave on conductor induces electric currents and charges which enforce boundary conditions

Fisica dello scattering (II)

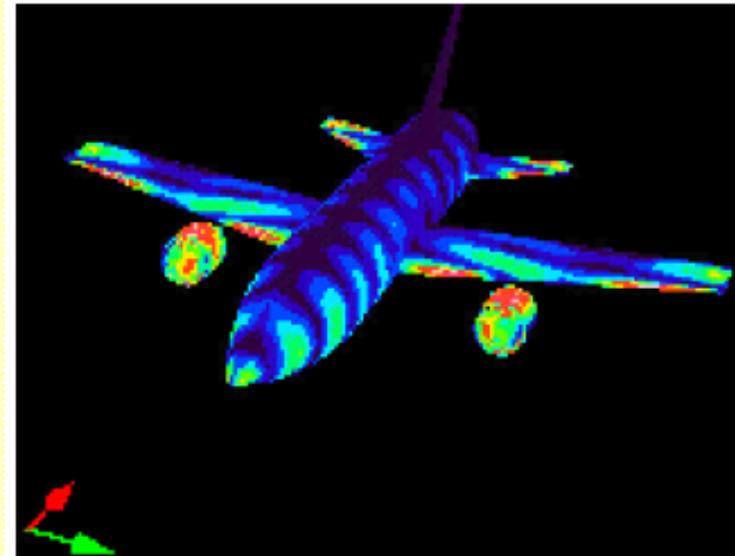
- Maxwell's equations, integral form:

$$\vec{E}^{scat}(\vec{R}_f) = \int \left(-j\omega\mu \vec{J} g - \vec{M} \times \nabla g + \frac{\rho}{\epsilon} \nabla g \right) dS$$

$$\vec{H}^{scat}(\vec{R}_f) = \int \left(-j\omega\epsilon \vec{M} g + \vec{J} \times \nabla g + \frac{\rho^*}{\epsilon} \nabla g \right) dS$$

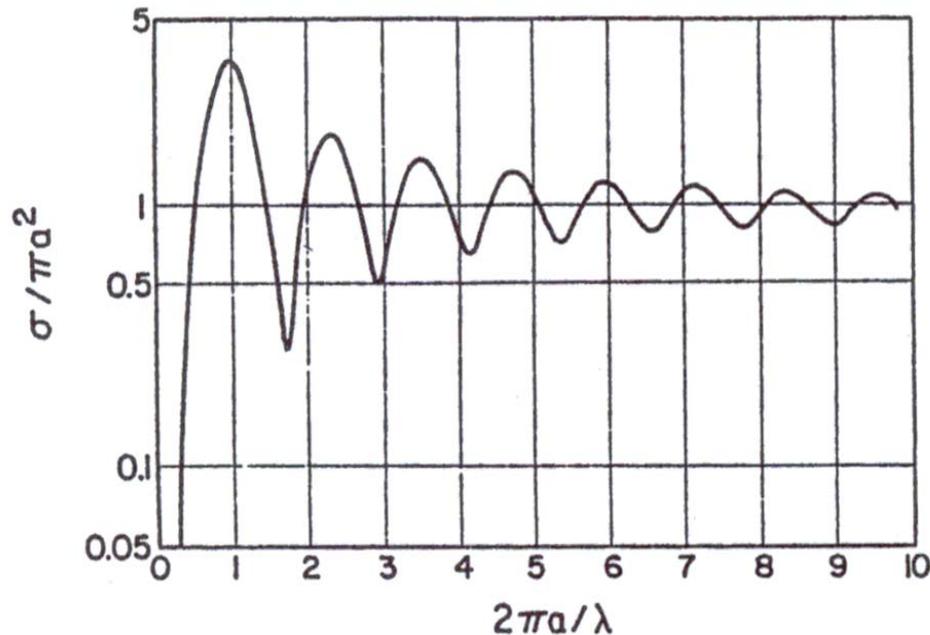
- Green's function is a "Huygen's spherical wavelet"

$$g = \frac{e^{j\vec{k} \cdot (\vec{R}_f - \vec{R}_s)}}{4\pi(R_f - R_s)}$$



737 Currents

RCS di una sfera



Sfera metallica di raggio a

Si individuano 3 diverse regioni:

► **regione ottica:** $\lambda \ll a \Rightarrow \sigma = \pi a^2$;

► **regione di Rayleigh:** $\lambda \gg a \Rightarrow \sigma = \pi a^2 9 (ka)^4$
 $k = 2\pi/\lambda$;

► **regione di Mie:** andamento oscillatorio \Rightarrow fenomeni di interferenza costruttiva o distruttiva tra l'onda riflessa dalla parte frontale della sfera con quella che si propaga nella parte posteriore.

Osservazioni:

- a causa della simmetria la sfera ha lo stesso comportamento per tutti gli angoli di aspetto;
- nella regione ottica la radar cross section è indipendente dalla frequenza: utile per la calibrazione di radar.

RCS di una superficie piana

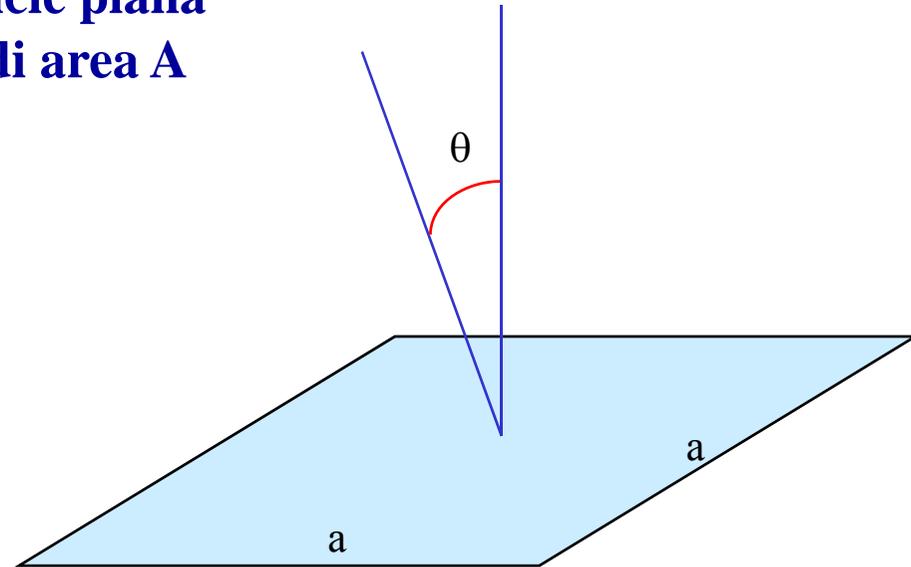
Superficie piana liscia di area A

- ▶ Caso di incidenza normale:

$$\sigma = A \cdot G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2$$

- ▶ Caso di incidenza con angolo θ :

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2 \text{sinc}(k a \sin\theta)$$

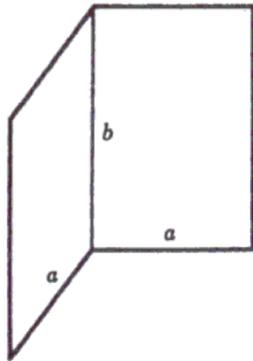


Osservazioni:

- il pattern di reirradiazione va come una forma d'onda di tipo sinc con il primo nullo a $1/2a$: tanto maggiore è la superficie tanto più la risposta è concentrata intorno a $\theta=0$;
- la superficie piana utilizzata prevalentemente per incidenza normale: per avere elevati valori di cross section su un ampio intervallo di angoli di aspetto si utilizzano in genere dei corner reflectors.

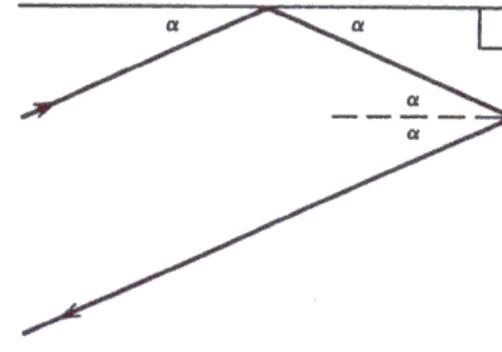
RadioTecnica e RadioLocalizzazione

RCS di un corner reflector (I)



Corner reflector diedro

Corner reflector diedro



Riflessione da un angolo

- Indipendentemente dal valore di α dopo due riflessioni il raggio riflesso esce parallelo al raggio incidente.
- La radar cross section può essere calcolata tramite l'area efficace del corner reflector cioè l'area che partecipa alla riflessione proiettata normalmente alla direzione di incidenza:

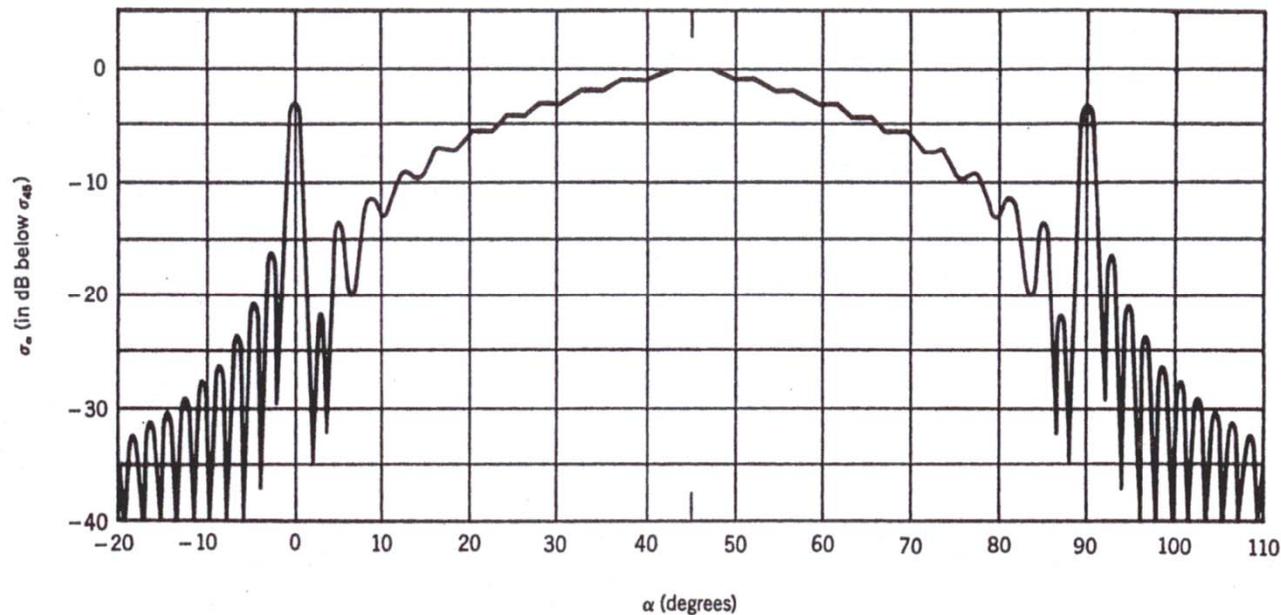
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} (2absin\alpha)^2 \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$$

$$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad \alpha \rightarrow 90^\circ - \alpha$$

- In realtà si hanno ritorni anche per $\alpha=0^\circ$ e 90° (una sola superficie riflette specularmente) e per $\alpha<0^\circ$ e $\alpha>90^\circ$ fintanto che non subentrano fenomeni d'ombra.
- La direzione di incidenza del raggio deve essere normale alla direzione dell'intersezione delle due superfici costituenti il corner.

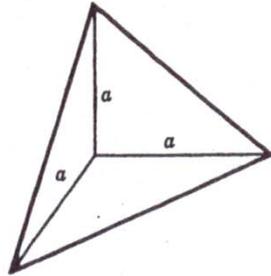
RadioTecnica e RadioLocalizzazione

RCS di un corner reflector (II)



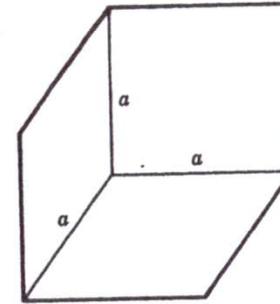
Calculated radar cross section of a dihedral corner reflector.

RCS di un corner reflector (III)



Corner reflector triedro triangolare

Corner reflector triedro



Corner reflector triedro quadrato

- Il corner reflector triedro ha un'asse di simmetria: qualunque sia il valore dell'angolo di incidenza in entrambi i piani di azimuth ed elevazione dopo tre riflessioni successive sulle tre pareti il raggio globalmente riflesso esce parallelo a quello incidente.
- Corner reflectors triedri triangolari hanno un valore massimo di radar cross section minore di quello proprio dei corner reflectors quadrati ma una copertura angolare intorno all'asse di simmetria maggiore (circa 20° a -3 dB).

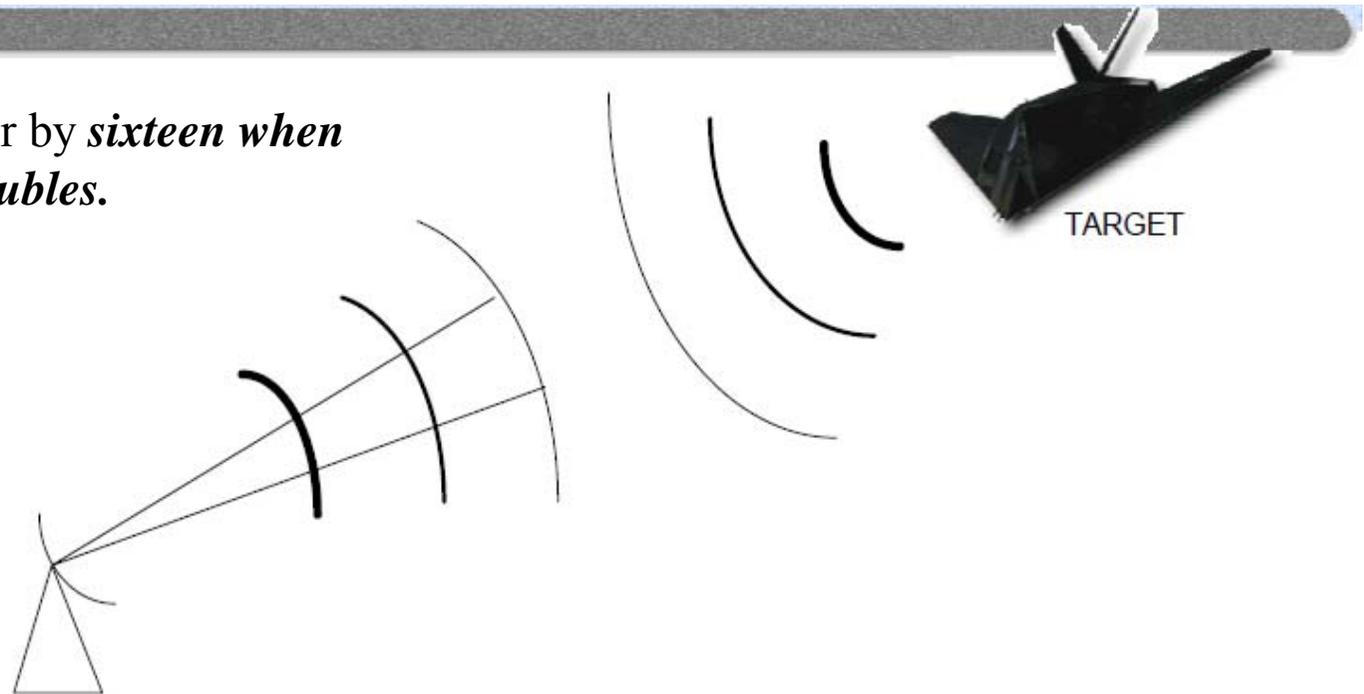
Stealth (I)

- **stealth (stelh) :**

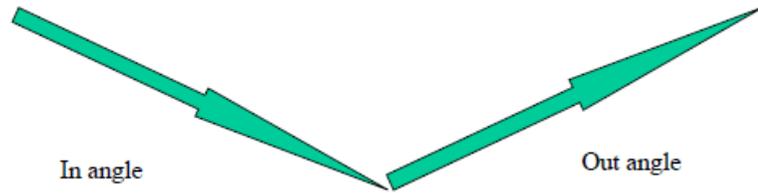
1. *The act of moving, proceeding, or acting in a covert way.*
2. **The quality or characteristic of being furtive or covert.**
3. *Archaic. The act of stealing.*

- The act of proceeding slowly, deliberately, and secretly to escape observation:
 - furtiveness, slinkiness, sneakiness

Echo intensity gets smaller by *sixteen when* radar to target distance *doubles*.

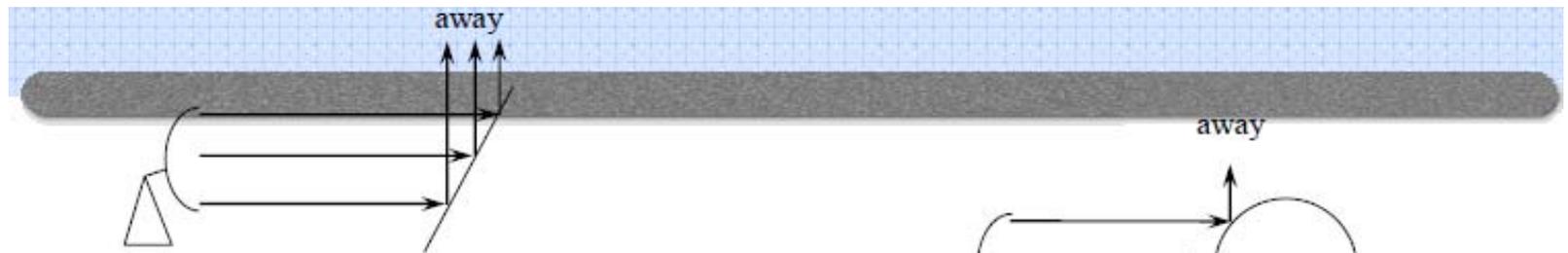


Stealth (II)

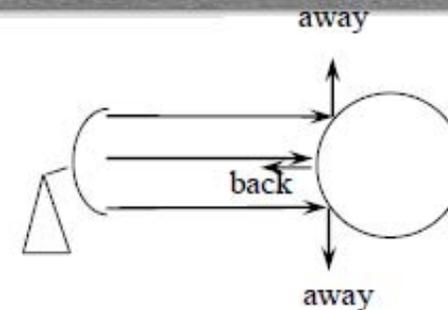


Radar wave bounces like a billiard ball:
 $(\text{in angle}) = (\text{out angle})$

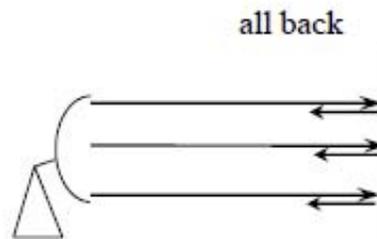
Energy bounces back only when
 “local surface” faces toward radar



Flat plate: Energy bounces away because plate does not point at radar



Curved surface: Energy bounces back and away depending on where “local surface” points

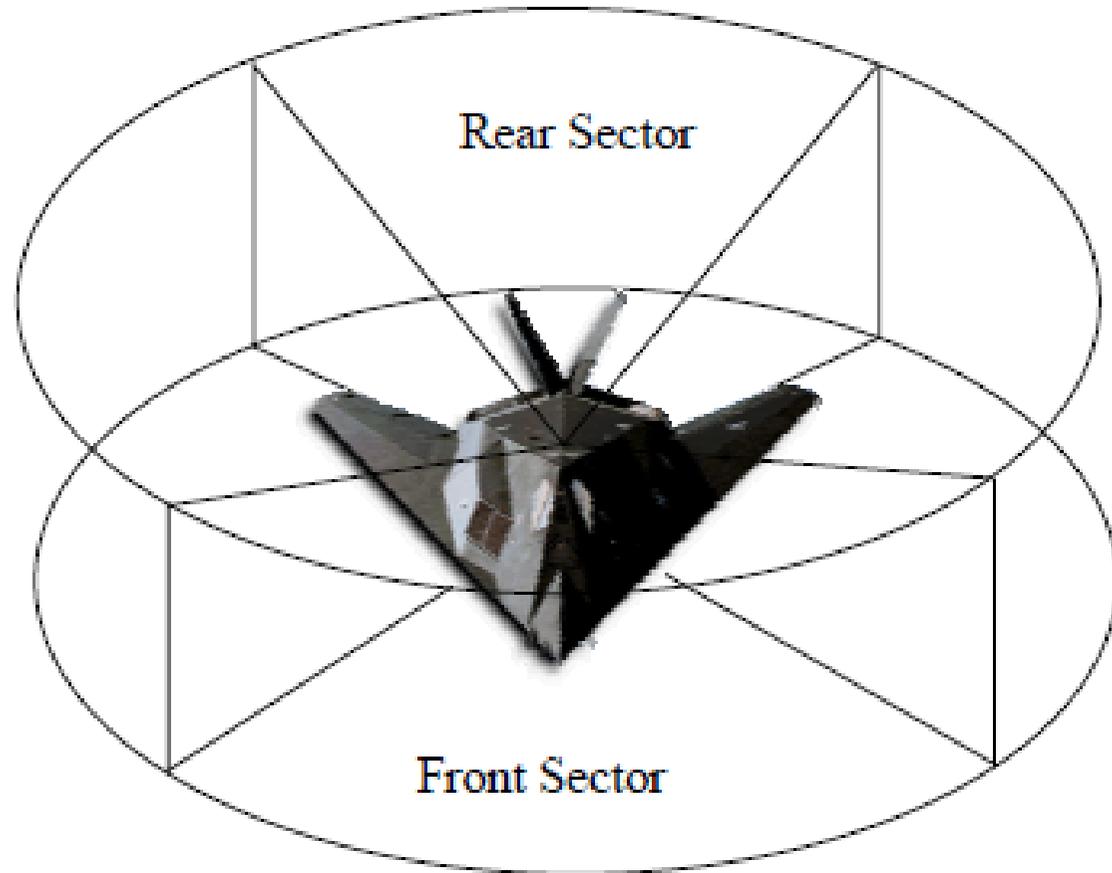


Flat plate: Energy bounces back because plate points at radar

Stealth (III)

Want reduced echo in horizontal plane for: Front, Rear, and Side Sectors

Aircraft radar threats are in the front sector and horizontal plane

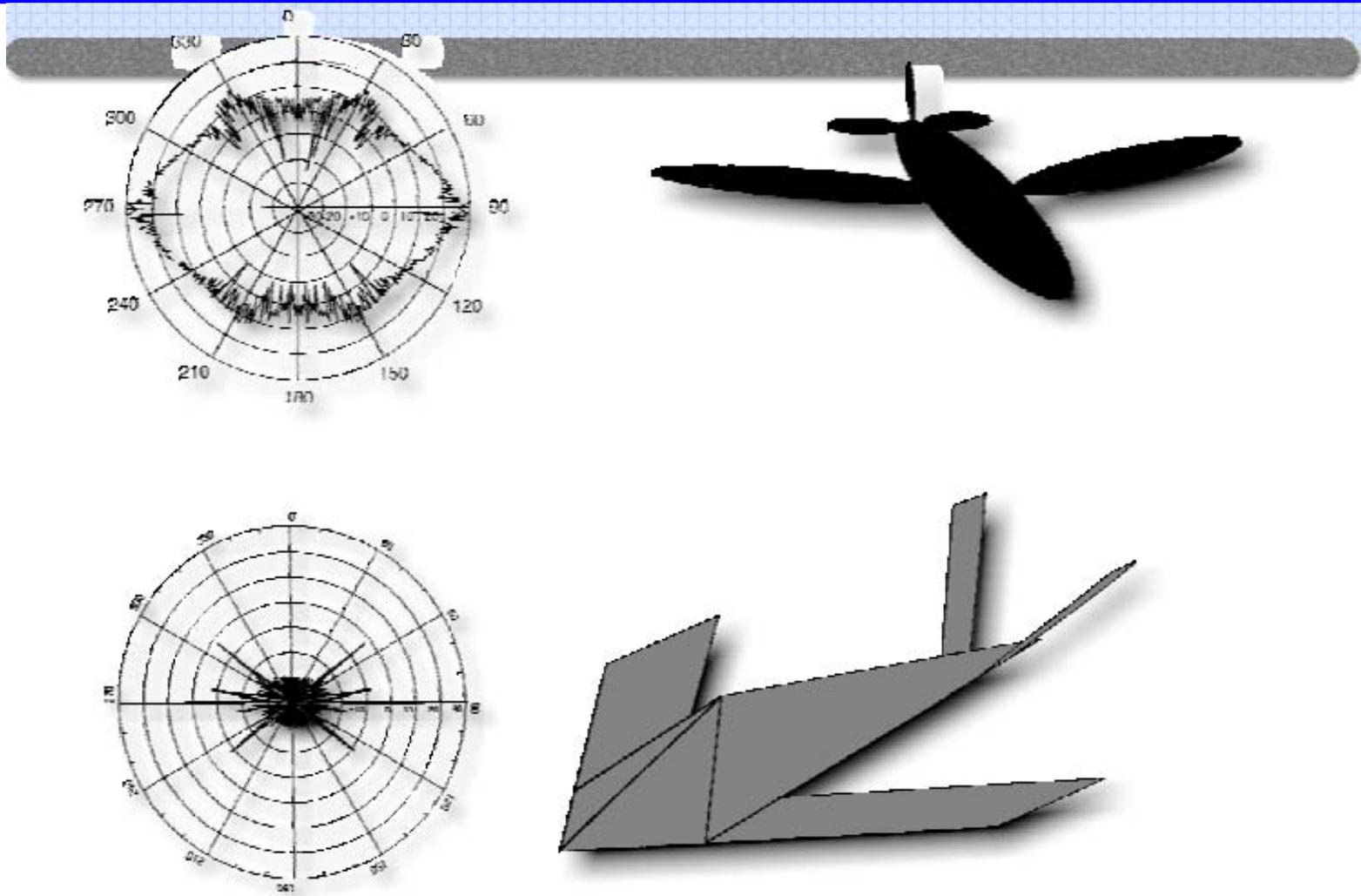


Stealth (IV)



**Radar front view of stealth.
Surfaces do not point at radar, thus no backward bounce.**

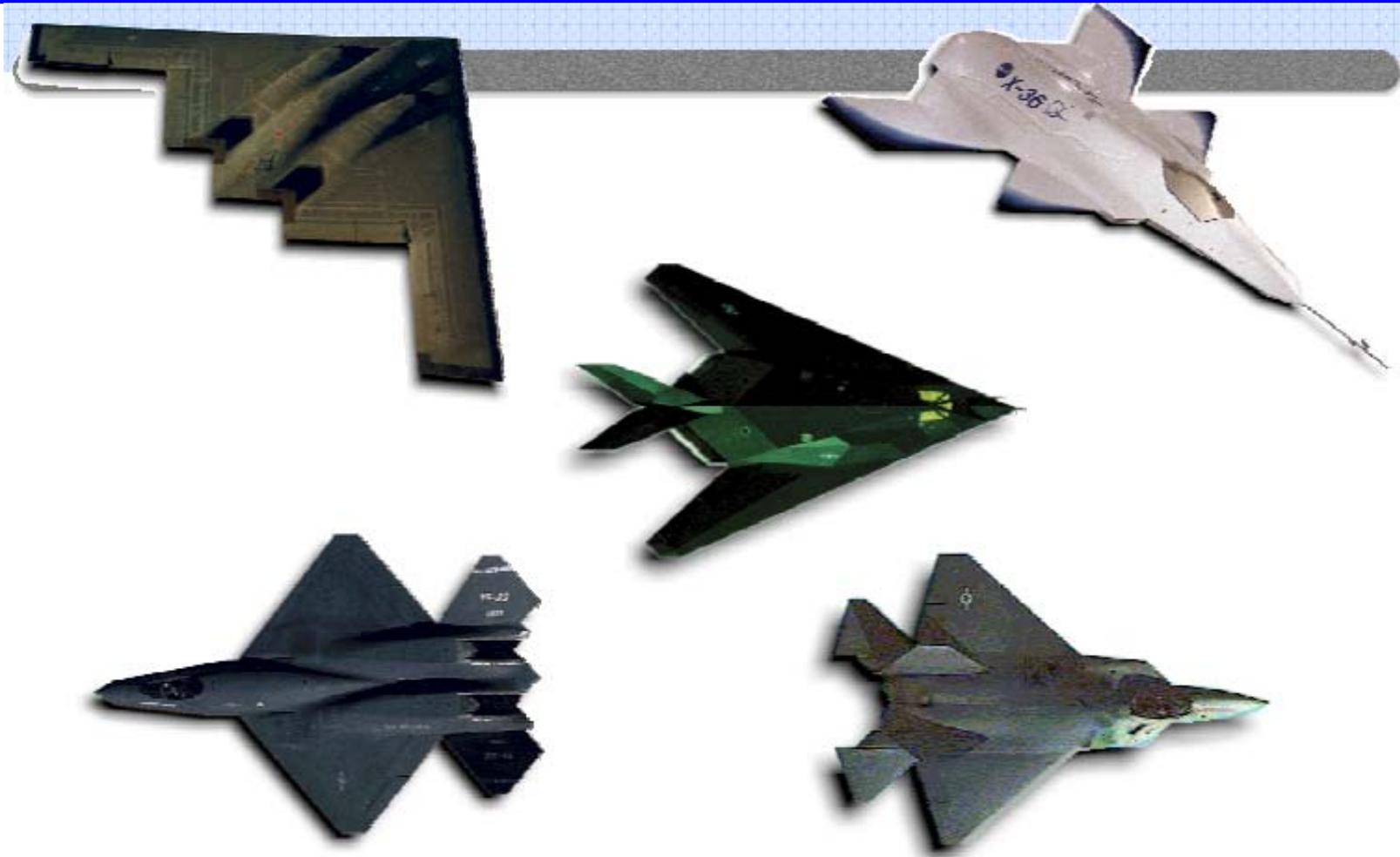
Stealth (V)



Echo pattern for traditional and faceted shapes

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

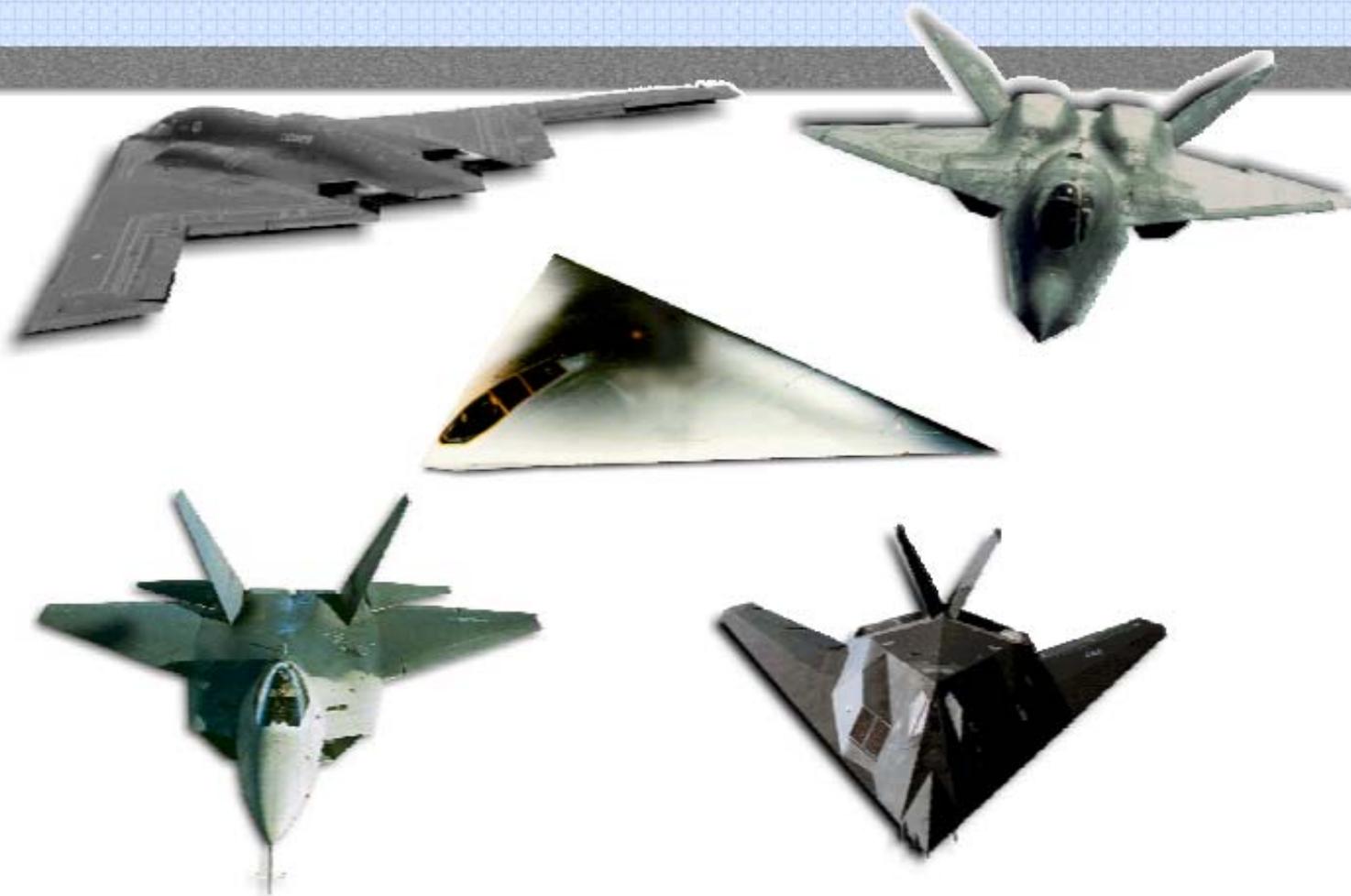
Stealth (VI)



Top view of stealth aircraft showing where echo spikes occur perpendicular to major body edges

RadioTecnica e RadioLocalizzazione

Stealth (VII)



Horizontal view of stealth aircraft.

Esercizio (I)

ESERCIZIO

Un radar di avvistamento ad impulsi non codificati ha le seguenti caratteristiche:

- Probabilità di falso allarme pari a 10^{-5} ;
- Banda L con portante $f_{RF}=2$ GHz;
- Banda utilizzata pari a 1MHz;
- Antenna rettangolare: 12 m dimensione nel piano di azimuth (L_ϕ), 1 m dimensione nel piano di elevazione (L_θ), efficienza pari al 60% (η_a);
- Figura di rumore totale del ricevitore $F_{dB}=4$ dB;
- PRF=500 Hz;

Esercizio (II)

- Quanto deve valere la potenza di picco del trasmettitore se si desidera avere con tale radar una portata, in chiaro, di 150 Km su un bersaglio di 5 m² (RCS) con rapporto segnale a rumore necessario per le prestazioni richieste pari a SNR=12 dB?

L'equazione radar fornisce:

$$SNR = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{\max}^4 K T_0 F B_{IF}}$$

da cui si ottiene

$$P_t = \frac{SNR (4\pi)^3 R_{\max}^4 K T_0 F B_{IF}}{G^2 \lambda^2 \sigma}$$

Esercizio (III)

passiamo quindi a determinare il valore delle diverse grandezze che compaiono nelle precedenti espressioni:

- La lunghezza d'onda λ risulta pari a $\lambda=c/f_{RF}=3\cdot 10^8 \text{ m/s} / 2 \text{ GHz}= 0.15 \text{ m}$ che riportata in dB è pari a $\lambda_{dB}=10\log_{10}(\lambda)=-8.24 \text{ dB}$
- La banda del segnale riportata in dB è pari a $B_{dB}=10\log_{10}(B)=10\log_{10}(10^6)=60\log_{10}(10)= 60 \text{ dB}$
- Il valore del guadagno d'antenna è facilmente calcolabile dai dati forniti:
 $G=(4\pi/\lambda^2)\cdot\eta_a A_g=4\pi/(0.15 \text{ m})^2 \cdot 0.6\cdot 12\text{m}\cdot 1\text{m} \approx 4021 \Rightarrow G_{dB}=10\log_{10}(G)= 36.04 \text{ dB}$
- Il valore della radar cross section riportato in dB è pari a $\sigma_{dB}=10\log_{10}(\sigma)= 6.99 \text{ dB}$
- Il valore KT_0 : $(KT_0)_{dBW/Hz}=10\log_{10}(1.3806505\cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 290\text{K}) \approx -204 \text{ dBW/Hz}$

Esercizio (IV)

A questo punto siamo in grado di valutare la potenza di picco necessaria:

$$\begin{aligned}
 (P_t)_{dBW} &= SNR_{dB} + 10 \log_{10}((4\pi)^3) + 10 \log_{10}[R_{\max}^4] + (KT_0)_{dBW/Hz} + F_{dB} + B_{dB} - \overset{\text{TX}}{\circlearrowleft} G_{dB} - \overset{\text{RX}}{\circlearrowleft} G_{dB} - 2\lambda_{dB} - \sigma_{dB} = \\
 &= SNR_{dB} + 30 \log_{10}(4\pi) + 40 \log_{10}(R_{\max}) + (KT_0)_{dBW/Hz} + F_{dB} + B_{dB} - G_{dB} - G_{dB} - 2\lambda_{dB} - \sigma_{dB} = \\
 &= 12dB + 32.98dB + 207.04dB - 204dBW/Hz + 4dB + 60dB - 36.04dB - 36.04dB + 2 \cdot 8.24dB - 6.99dB = \\
 &= 49.43dBW
 \end{aligned}$$

Riportando il valore 49.43dBW in lineare si ottiene la potenza di picco $P_t=87.7$ kW.

$$P_t = 10^{0.1(P_t)_{dBW}} = 8.77 \cdot 10^4 W \Rightarrow P_t = 87.7 kW$$

Esercizio (V)

	dB+	dB-
P_t	$P_{t dBW}$	
G^2	72.08	
λ^2	-16.48	
σ	6.99	
$(4\pi)^3$		32.98
R_{max}^4		207.04
KT_0		-204
F		4
B_{IF}		60
	$P_{t dBW} + 62.59$	100.02
S/N	$P_{t dBW} - 37.43$	



$$SNR = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{max}^4 KT_0 FB_{IF}}$$

$$12 = P_{t|dBW} - 37.43$$

$$P_{t|dBW} = 49.43$$

$$P_t = \frac{SNR (4\pi)^3 R_{max}^4 KT_0 FB_{IF}}{G^2 \lambda^2 \sigma}$$

	dB+	dB-
S/N	12	
$(4\pi)^3$	32.98	
R_{max}^4	207.04	
KT_0	-204	
F	4	
B_{IF}	60	
G^2		72.08
λ^2		-16.48
σ		6.99
	112.02	62.59
$P_{t dBW}$	49.43	