Soluzione Compito A

1. Per verificare che l'aereo B venga colpito dobbiamo scrivere le equazioni del moto per l'areo B ed i proiettili sparati dall'areo A. Chiamiamo t_V il tempo impiegato dai proiettili a colpire B una volta abbandonato A, e t_F il tempo dopo cui A spara. Proiettando sugli assi abbiamo per l'aereo B:
   $x_B(t)=x_0-v_a(t_V+t_F)$
   $y_B(t)=d$
   per i proiettili:
   $x_P(t)=v_at_F + (v_a+v_P\cos\alpha)t_V$
   $y_P(t)= v_P\sin\alpha\ t_V$
   dall'ultima relazione possiamo ricavare il tempo di volo ponendo $y_p(t_V)=d=y_B(t_V)$:
   $t_V=d/(v_P\sin\alpha)= 1.697s$
   ora non resta che eguagliare le coordinate x_P e x_B dopo il tempo t_F+t_V ed otteniamo:
   $v_at_F + (v_a+v_P\cos\alpha)t_V= x_0-v_a(t_V+t_F)$
   $v_at_F + (v_a+v_P\cos\alpha)*d/(v_P\sin\alpha)= x_0-v_a(d/(v_P\sin\alpha)+t_F)$ da cui
   $\mathbf{t_F= x_0/2v_a - d/(v_P\sin\alpha)- d\ tg\alpha/2v_a = 0.103\ s}$
   dalla relazione per $x_B(t)$ si ricava che l'aereo B viene colpito alla coordinata:
   $\mathbf{x_B = x_0-v_a(t_V+t_F) = 750\ m}$
2. Per ottenere la condizione richiesta cioè che m_2 non si muova rispetto a m_1 dobbiamo imporre che l'accelerazione fornita ad m_2 dalla forza di attrito tra m_1 ed m_2 sia massima ed uguale ed opposta al valore dell'accelerazione del sistema m_1+m_2:
   $a_{(1+2)}= - kx_M/(m_1+m_2)$ mentre $a_2=m_2\mu_sg/m_2=\mu_sg$
   da cui eguagliando si ottiene che l'elongazione massima vale:
   a) $\mathbf{x_M = (m_1+m_2)\mu_sg/k = 0.63\ m}$ (una soluzione alternativa si può ottenere dalle equazioni del moto armonico)
   per calcolare la velocità massima basta ora ricordare che il sistema (m_1+m_2) si muove di moto armonico la cui velocità vale $A\omega \cos(\omega t + \phi)$. Il massimo di tale funzione vale $A\omega$ ed essendo $\omega=\sqrt{(k/(m_1+m_2))}$ si ottiene:
   b) $\mathbf{v_{Max}= \mu_sg\sqrt{(m_1+m_2)}/\sqrt{k}=1.57\ m/s}$
3. Dall'equazione per la rotazione del corpo rigido si ricava che:
   $M=I\alpha \qquad I = 1/2mR^2 = 0.225\ kgm^2$
   mettendo in relazione il momento incognito e l'accelerazione. Il moto è quindi di tipo uniformemente decelerato e si può calcolare il tempo dopo cui il corpo si ferma dall'equazione per le velocità angolari $\omega_0=10.*2\pi/1 = 62.8$ rad/s
   $\omega_F=\omega_0-\alpha t=0$ da cui $t=\omega_0/\alpha= I\omega_0/M$
   Il disco ruoterà quindi per un angolo totale di:
   $\theta= \omega_0t-1/2\ \alpha t^2=I\omega_0^2/M-1/2I^2\omega_0^2/M^2*M/I = I\omega_0^2/(2M)$ da cui si ricava che:
   $\mathbf{M=I\omega_0^2/(2\theta) = 2.5\ Nm}$ (questa eq. si può anche ottenere dal Wn.c. vedi fila B)
   Usando la prima relazione si ricava $\mathbf{\alpha=M/I= 11.1\ rad/s^2}$
4. a) Il calore assorbito dal proiettile di piombo, pari all'energia cinetica E_K persa, vale
   $Q = mc_{Pb}\Delta T = \Delta E_K =1/2mv^2$
   La variazione di temperatura vale dunque
   $\Delta T = v^2/2c_{Pb} = 154.08$ °C
   da cui si ricava la temperatura finale:
   $T_f = 20$ °C + 154.08 °C = 174.08 °C
   b) Nel caso in cui il blocco scorre su di un piano scabro il valore dell'energia dissipata termicamente direttamente dal proiettile diminuisce del lavoro compiuto per spostare

il blocco di legno + proiettile che viene dissipato per attrito dal blocco di legno. Si può allora scrivere:
$Q = mc_{Pb}\Delta T = \Delta E_K - W_{n.c.} = 1/2mv^2 - \mu_d(M+m)g\Delta x$ da cui:
$\Delta T = v^2/(2c_{Pb}) - \mu_d(M+m)g\Delta x/(mc_{Pb})$
Per ricavare la massa del proiettile si puo' scrivere la conservazione della quantità di moto:
$mv=(m+M)v_{CM}$ da cui si ricava che $v_{CM} = m/M\ v$ essendo la massa del proiettile trascurabile rispetto a quella del blocco di legno. Dall'equazione della frenata per il sistema si ottiene ΔE_K=Wn.c.:
$½ (m+M)v_{CM}^2 = \mu_d g(m+M)\Delta x$ da cui $v_{CM}^2 = 2\mu_d g\Delta x$ quindi $v_{CM} = \sqrt{(2\mu_d g\Delta x)} = 1.7$ m/s
Allora la massa del proiettile vale $m=(v_{CM}/v_i)M$= 85.5g <1% della massa del blocco.
A questo punto abbiamo:
$T_f = T + \Delta T$ = 20°C + 152.7°C = 172.7 °C

Si noti che essendo il legno un isolante ed il calore sviluppato per attrito dal blocco di legno distante dal punto di ingresso del proiettile può essere trascurato nel riscaldamento del piombo.

5. La prima trasformazione è una isoterma, in cui la pressione passa da $P_1 = P_A = 1.01\cdot10^5$ Pa a (Legge di Stevino) $P_2 = P_A + \rho gh = 1.01\cdot10^5 + 10^3\cdot9.80\cdot42.6 = 5.18\cdot10^5$ Pa. All'inizio ed alla fine della trasformazione il volume è, rispettivamente:
$V = nRT_A/P_1$ e $V_2 = nRT_A/P_2$.
Per una trasformazione isoterma $\Delta U = 0$, e quindi:
$Q_1 = L_1 = nRT_A \ln(V_2/V_1) = nRT_A \ln(P_1/P_2) = -2.35\cdot10^4$ J (il gas cede calore).
La seconda trasformazione avviene a profondità costante, e quindi a pressione costante quindi:
$Q_2 = nc_p(T_B - T_A) = 1.37\cdot10^4$ J e tale calore è assorbito dal gas

Soluzione Compito B

1. a) Viste dal sistema di riferimento fisso le equazioni del moto del proiettile risultano:
$x_P(t) = v_P\cos\alpha\ t = v_{P,x}t$
$y_P(t) = v_P\sin\alpha\ t - 1/2gt^2 = v_{P,y}t - 1/2gt^2$
in cui **v_P** è la velocità del proiettile vista dal sistema di riferimento fisso e pertanto pari alla somma vettoriale tra la velocità del carrello V e la reale velocità di uscita del proiettile dal cannone v'_p: $v_p = V + v'_p$.
Per risolvere il problema dobbiamo porre che sia $x_p(t_I) = y_p(t_I) = h$ al tempo di impatto t_I infatti il bersaglio si trova alle coordinate (h,h) se si assume l'origine nel pick-up.
Dalla condizione che il punto passi per h alla quota massima si ricava che
$v_{P,y} = (2gh)^{1/2} = 9.90$ m/s.
Dall'equazione delle velocità lungo l'asse y, $v_{P,y} - gt = 0$ ricaviamo il tempo necessario per raggiungere la quota h $t_h = v_{P,y}/g$. Sostituendo in $x_P(t_I)$ si ha:
$x_P(t_I) = h = v_{P,x}v_{P,y}/g$ da cui **$v_{P,x} = gh/v_{P,y} = (gh/2)^{1/2} = 4.95$ m/s**
da cui l'angolo rispetto all'asse x del vettore velocità v_P $\tan(\alpha) = v_{P,y}/v_{P,x}$ da cui:
$\alpha = \mathrm{atan}\ (v_{P,y}/v_{P,x}) = 63.4$ deg
b) Il valore della velocità lungo y è invariato visto che il moto si svolge interamente lungo l'asse x. Lungo x la velocità di uscita è pari a $v'_{P,x} = v_{P,x} - V = 2.95$m/s
Pertanto il modulo della velocità vale $v = \sqrt{(v_{P,x}^2 + v_{P,y}^2)} = 10.33$ m/s

2. Per calcolare la massima elongazione possibile dobbiamo determinare il valore minimo dei valori massimi delle forze di attrito dei due corpi. Infatti raggiunto tale valore uno dei due corpi comincerà a muoversi.
$x_{1,Max}= m_1\mu_1 g/k = 0.117$ m
$\mathbf{x_{2,Max}= m_2\mu_2 g/k = 0.106}$ **m**
da cui si ricava che la massima elongazione possibile è **0.106 m** valore per cui entrambe le masse sono in stato di quiete. Se si supera $\mathbf{x_{2,Max}}$ la massa m_2 comincia a muoversi.
Rimosso l'attrito da m_2 per calcolare la velocità massima di m_2 basta ora ricordare che m_2 si muove di moto armonico con velocità $A\omega \cos(\omega t + \phi)$. Il massimo vale $A\omega$ ed essendo $\omega=\sqrt{(k/m_2)}$ si ottiene utilizzando per $A= x_{2,Max}= m_2\mu_2 g/k$:
$\mathbf{v_{Max}= \mu_2 g\sqrt{(m_2/k)} = 0.558}$ **m/s**

3. Il cilindro dissipa la propria energia cinetica ruotando di un angolo θ contro gli attriti, quindi $W_{n.c.}=\Delta E_K$
$M_a\theta =1/2I\omega^2$ da $M_a 2\pi n = 1/2x1/2Mr^2\omega^2$ da cui $\mathbf{M_a = Mr^2\omega^2/(8\pi n) = 0.637}$ **Nm**
Il cilindro può ruotare solo se il momento del peso della massa m supera M_a, cioè se $mgr >Mr^2\omega^2/(8\pi n)$
$\mathbf{m > Mr\omega^2/(8\pi ng) = 0.325}$ **kg** .

4. a) Ricaviamo prima di tutto con quale velocità proseguiranno uniti i due corpi, scrivendo la conservazione della quantità di moto nell'urto, ovvero
$mv = (m+3m)V$, da cui $V=v /4$.
$\Delta E_K =1/2mv^2-1/2\ 4m\ V^2=4mc\Delta t = Q$
$\Delta t = (v^2/2- v^2/8)/4c=3v^2/32c = 1°C$.
La temperatura finale del sistema sarà quindi 18°C.
b) Se il sistema viene arrestato la quantità di calore disponibile è pari all'energia cinetica inziale quindi si può scrivere:
$\Delta E_K=E_K^i=1/2mv^2=4mc\Delta t = Q$ da cui
$\Delta t = v^2/(8c)=1.33$ °C per cui la temperatura finale vale 18.3 °C

5. La temperatura iniziale si calcola considerando che la pressione del gas è la somma di quella atmosferica e di quella dovuta al peso del pistone: $p_1 = p_0 + mg/S = 110kPa$. Utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali si ottiene: $\mathbf{T_i = p_1V/nR = 250}$ **K.** La trasformazione che compie il sistema è una adiabatica reversibile effettuata a pressione costante p_1: infatti la trasformazione è lenta e si può assumere che il gas sia sempre in equilibrio con l'esterno man mano che il volume diminuisce. Essendo $\Delta Q=0$ dal primo principio otteniamo $\Delta U = -L$ e quindi $nc_v\Delta T = -p_1\Delta V$, mentre dall'equazione di stato dei gas ideali otteniamo $p_1V_f = nRT_f$.
Ricavando $V_f=nRT_f/p_1$ e sostituendo in quella del primo principio della TD si ottiene:
$nc_V(T_f-T_i) = - p_1(V_f-V_1)$ da cui si ottiene sostituendo V_f che:
$nc_V(T_f-T_i) = - p_1(nRT_f/p_1 -V_1)$ equazione in T_f soltanto che risolta da:
$T_f = (nc_V\ T_i + p_1V_1) / (n (c_V + R))$ da cui si ottiene $\mathbf{T_f = 250}$ **K**.