



- (1) Una cassa di 200 kg dev'essere trainata su un piano orizzontale che presenta un coefficiente d'attrito dinamico  $\mu = 0.40$  con la cassa. Quanta potenza è necessario impiegare affinché la cassa si muova di moto rettilineo uniforme alla velocità costante di 5.0 m/s?

**Suggerimento:** ricordate la definizione di potenza.

- (2) In un recipiente ci sono 110 cm<sup>3</sup> di bibita alla temperatura di 6°C. A questo si aggiungono 60 cm<sup>3</sup> della stessa bibita a 25°C. Trascurando le perdite di calore attraverso le pareti del recipiente, a che temperatura si troverà il liquido quando il sistema avrà raggiunto una condizione d'equilibrio?

**Suggerimento:** la bibita calda cede calore a quella fredda fino a quando entrambe giungono alla stessa temperatura.

- (3) Una spira quadrata di 10 cm di lato è posta in un campo magnetico uniforme in modo che la normale a essa formi un angolo di 60° con la direzione del campo magnetico, che in 3 s passa dal valore iniziale di 4 T al valore finale di 1 T. Che forza elettromotrice media si desta nella spira?

**Suggerimento:** la forza elettromotrice indotta si produce perché cambia il flusso del campo magnetico attraverso la spira.

## Soluzione

- (1) Se tra la superficie e la cassa non ci fosse attrito non occorrerebbe alcuna forza per far muovere la cassa a velocità costante (l'unica forze che servirebbe sarebbe quella per portare la cassa dallo stato di quiete allo stato di moto). La presenza dell'attrito rende necessario applicare una forza che dev'essere tale da rendere nulla l'accelerazione della cassa:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{\mathbf{F}_{att} + \mathbf{F}_{mot}}{m}.$$

Poiché l'accelerazione è nulla è evidente che la forza applicata dal motore  $\mathbf{F}_{mot}$  dev'essere uguale e contraria a quella di attrito  $\mathbf{F}_{att}$ . Poiché il moto si svolge lungo una linea orizzontale possiamo scegliere un sistema di riferimento in cui l'asse 1 è orientato secondo il moto e gli altri assi sono a esso perpendicolari, in maniera tale che due delle coordinate di tutti i vettori coinvolti siano nulle. Possiamo allora scrivere un'equazione scalare del tipo

$$F_{att} = F_{mot}.$$

La forza d'attrito è proporzionale alla componente normale al piano lungo il quale scivola la cassa che vale  $mg$ , se  $m = 200$  kg è la massa della cassa e  $g = 9.8$  ms<sup>-2</sup> l'accelerazione di gravità. Abbiamo perciò che

$$\mu mg = F_{mot}.$$

La potenza necessaria è uguale al lavoro  $\Delta L$  fatto dalle forze applicate per unità di tempo  $\Delta t$ . Il lavoro fatto dalle forze vale

$$\Delta L = F_{mot} \Delta s = \mu mg \Delta s$$

con  $\Delta s$  che rappresenta lo spostamento. Pertanto la potenza è

$$P = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \mu mg \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ed essendo  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  la velocità della cassa possiamo finalmente scrivere che

$$P = \mu mgv = 0.40 \times 200 \times 9.8 \times 5 = 3920 \text{ W}.$$

- (2) Per risolvere questo quesito basta considerare che la bibita fredda acquista calore dalla bibita calda in maniera che quella fredda aumenta la propria temperatura mentre quella calda l'abbassa. È evidente che la quantità di calore  $\Delta Q_f$  acquistata dalla bibita fredda dev'essere uguale a quella  $\Delta Q_c$  persa da quella calda. In generale la quantità di calore si scrive

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

dove  $c$  è il calore specifico,  $m$  la massa e  $\Delta T$  la variazione di temperatura della sostanza. Possiamo quindi scrivere che

$$cm_f(T_e - T_f) = cm_c(T_c - T_e)$$

con evidente significato dei simboli adoperati. Si vede subito che non è necessario conoscere il calore specifico della sostanza per cui, raccogliendo  $T_e$  da una parte, abbiamo

$$T_e(m_f + m_c) = m_f T_f + m_c T_c$$

da cui si ricava

$$T_e = \frac{m_f T_f + m_c T_c}{m_f + m_c}$$

che si può interpretare come una media pesata delle temperature iniziali dei due liquidi. A questo punto dovremmo conoscere le masse, ma trattandosi dello stesso liquido possiamo scrivere la massa come il volume per la densità ed essendo la densità la stessa la relazione si riscrive come

$$T_e = \frac{V_f T_f + V_c T_c}{V_f + V_c}.$$

Non è nemmeno necessario convertire i volumi da  $\text{cm}^3$  a unità SI, perché le unità di volume sono le stesse a numeratore e denominatore quindi scompaiono. È importante solo che si usino le stesse unità.

$$T_e = \frac{110 \times 6 + 60 \times 25}{110 + 60} \simeq 12.7^\circ\text{C}.$$

- (3) Quando cambia il flusso del campo magnetico attraverso una linea conduttrice chiusa, la forza e.m. indotta sulla linea è pari dalla variazione di flusso  $\Delta\Phi$  nell'unità di tempo  $\Delta t$ . Non avendo tutte le unità espresse in un sistema di unità di misura coerente, trasformiamo subito il dato sulla lunghezza  $\ell$  del lato della spira da cm a m:  $\ell = 0.1$  m.

Il flusso attraverso la spira è, per definizione,

$$\Phi = BS \cos \theta$$

dove  $B$  è l'intensità del campo magnetico e  $S = \ell^2$  l'area della spira. Il coseno di  $\theta$  tiene conto della diversa direzione tra la normale alla spira e il campo. Nel nostro caso  $\theta = 60^\circ$ . La variazione di flusso si calcola come la differenza tra il flusso finale e quello iniziale. L'unica cosa che cambia è l'intensità del campo e quindi

$$\Delta\Phi = (B_f - B_i) \ell^2 \cos \theta = (4 - 1) \times 0.1^2 \times \cos 60^\circ = 0.015,$$

in unità SI, che sono quelle di  $\text{Tm}^2$ . La forza e.m. vale quindi

$$V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{0.015}{3} = 0.005 \text{ V}.$$

Vale la pena osservare che il segno  $-$  che usualmente si trova nell'espressione della fem determina soltanto il verso della corrente che circola nella spira che in questo caso è irrilevante.