Moving Target Indicator (MTI) Limitations

Pierfrancesco Lombardo

Limitations to the Improvement Factor

- **Il valore massimo di Improvement Factor è limitato dall'accuratezza della catena rice-trasmittente:**

A) Instabilità della catena:

- time jitter of transmitted pulse Δt:
- pulse width jitter
- amplitude jitter
- frequency instability

B) conversione A/D

- c'è un rumore di quantizzazione residuo (dipendente dal numero di bit)

- il max SNR che si riesce ad ottenere dipende dal numero di bit

$$IF = \frac{1}{1/IF_{teo} + 1/CNR + 1/IF_Q + 1/IF_{instability}}$$

Instabilità dell'impulso trasmesso

- time jitter of transmitted pulse Δt: una parte (leading and trailing edges) degli impulsi non viene cancellata: per

$$P_{pulse\_time\_jitter} = 2\left(\frac{\Delta t}{\tau_P}\right)^2 P_{in}$$

$$IF_{pulse\_time\_jitter} = P_{in} / P_{pulse\_time\_jitter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\tau_P}{\Delta t}\right) - 3$$

- per impulso codificato, un jitter temporale porta un valore errato più alto di $B\tau_P$
Quindi il limite allo IF diviene:

$$IF_{pulse\_time\_jitter} = P_{in} / P_{pulse\_time\_jitter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\tau_P}{\Delta t}\right) - 3 - B\tau_P\Big|_{dB}$$

- Pulse width jitter of transmitted pulse Δt: solo una metà varia come sopra, quindi metà dell'errore:

$$IF_{pulse\_width\_jitter} = P_{in} / P_{pulse\_time\_jitter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\tau_P}{\Delta t}\right) - B\tau_P\Big|_{dB}$$

Instabilità di ampiezza e A/D jitter

- Amplitude jitter ΔA: l'ampiezza trasmessa è A+ΔA invece di A per uno dei due impulsi successivi. Il residuo di cancellazione è pari a ΔA/A dell'ampiezza di ingresso

$$P_{amplitude\_jutter} = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 P_{in}$$

$$IF_{amplitude\_jutter} = P_{in} / P_{amplitude\_jutter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{A}{\Delta A}\right)$$

- **time jitter J of the A/D:** se compressione è effettuata prima di conversione A/D (o senza compressione):

$$P_{A/D\_jutter} = \left(\frac{\tau_P}{J}\right)^2 \frac{1}{B\tau_P} P_{in}$$

$$IF_{A/D\_jutter} = P_{in} / P_{A/D\_jutter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\tau_P}{J\sqrt{B\tau_P}}\right)$$

- Per compressione effettuata dopo conversione A/D

$$IF_{A/D\_jutter} = P_{in} / P_{A/D\_jutter}\Big|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\tau_P}{J\ B\tau_P}\right)$$

TX phase shift e instabilità di frequenza

- TX Phase shift Δϕ: Phase shift indesiderato aggiunto dagli amplificatori di potenza

$$IF_{TX\_phase\_shift} = P_{in} / P_{frequency\_instability} \Big|_{dB} = -20 \cdot \log_{10}\left(\Delta\phi\right)$$

- Pulse to pulse frequency stability Δf: solo una metà varia come sopra, quindi metà dell'errore:

$$P_{frequency\_instability} = P_{in} \cdot \left|1 - e^{j2\pi\Delta f T}\right|^2 = P_{in} \cdot \left|1 - \cos(2\pi\Delta f\, T) - j\sin(2\pi\Delta f\, T)\right|^2 =$$

$$\cong P_{in} \cdot \left|1 - 1 - j\, 2\pi\Delta f\, T\right|^2 \cong P_{in} \cdot \left(2\pi\Delta f\, T\right)^2$$

$$IF_{frequency\_instability} = P_{in} / P_{frequency\_instability} \Big|_{dB} = -20 \cdot \log_{10}\left(2\pi\Delta f\, T\right)$$

Instability limitations

Pulse-to-pulse instability	Limit on improvement factor
Transmitter frequency	$I = 20 \log [1/(\pi \Delta f \tau)]$
Stalo or coho frequency	$I = 20 \log [1/(2\pi \Delta f T)]$
Transmitter phase shift	$I = 20 \log (1/\Delta\phi)$
Coho locking	$I = 20 \log (1/\Delta\phi)$
Pulse timing	$I = 20 \log [\tau/(\sqrt{2}\Delta t\sqrt{B\tau})]$
Pulse width	$I = 20\log[\tau/(\Delta PW\sqrt{B\tau})]$
Pulse amplitude	$I = 20 \log (A/\Delta A)$
A/D jitter	$I = 20 \log [\tau(J \sqrt{B\tau})]$
A/D jitter with pulse compression following A/D	$I = 20 \log [\tau/(JB\tau)]$

where	Δf	= interpulse frequency change
	τ	= transmitted pulse length
	T	= transmission time to and from target
	$\Delta\phi$	= interpulse phase change
	Δt	= time jitter
	J	= A/D sampling time jitter
	$B\tau$	= time-bandwidth product of pulse compression system ($B\tau$ = unity for uncoded pulses)
	ΔPW	= pulse-width jitter
	A	= pulse amplitude, V
	ΔA	= interpulse amplitude change

Esempio (I)

- Per radar a 3 GHz, che trasmette impulso non codificato di 2 μs, se si vuole che nessuna delle instabilità da singolo impulso limiti il valore di IF ottenibile ad una distanza di 100 NM a meno di 50 dB.
- The rms pulse-to-pulse transmitter phase-shift change (if a power amplifier) must be less than

$$IF_{TX\_phase\_shift} = -20 \cdot \log_{10}\left(\Delta\phi\right) > 50$$

$$10 \cdot \log_{10}\left(\Delta\phi\right) < -25$$

$$\Delta\phi < 1/300 = 180/300/\pi = 0{,}6/\pi = 0{,}19°$$

Esempio (II)

- The stalo or coho frequency change must be less than

$$R = 1800 Km$$

$$2R/c = 2 \cdot 1{,}8 10^{5} / 3 \cdot 10^{8} = 1{,}2 \cdot\ 10^{-3} \rightarrow 20\log() = -58$$

$$-20 \cdot \log_{10}\left(2\pi \Delta f\, T\right) = -2 \cdot (11-3)\ -20 \cdot \log_{10}\left(\Delta f\right) - 20 \cdot \log_{10}\left(2R/c\right) > 50$$

$$-16\ -20 \cdot \log_{10}\left(\Delta f\right) + 58 > 50$$

$$20 \cdot \log_{10}\left(\Delta f\right) < -8 \qquad \rightarrow 10 \cdot \log_{10}\left(\Delta f\right) < -4 \qquad (= 6 - 10)$$

$$\Delta f\ < 0{,}4\, Hz$$

Impatto A/D su cancellazione (I)

- **Quanto di conversione Δ** **Dinamica max min** $\pm\Delta\cdot\frac{\left(2^{N_b}-1\right)}{2}\cong\pm\Delta\cdot 2^{N_b-1}$
- **Rumore di quantizzazione:** $P_Q=\frac{\Delta^2}{12}$
- **Potenza massima di segnale:** $\frac{1}{2}\left[\Delta\cdot\frac{\left(2^{N_b}-1\right)}{2}\right]^2\cong\frac{1}{2}\Delta^2\cdot 2^{2(N_b-1)}$

Potenza residua è rumore di quantizzazione:

$$IF_Q=P_{in}/P_Q\Big|_{dB}=10\cdot\log_{10}\left(\frac{\Delta^2\,2^{2(N_b-1)}/2}{\Delta^2/12}\right)=10\cdot\log_{10}\left(2^{2(N_b-1)}\;6\right)=$$

$$=2(N_b-1)\cdot 10\cdot\log_{10}\left(2\right)+10\cdot\log_{10}\left(6\right)=6(N_b-1)+8=6\;N_b+2$$

Impatto A/D su cancellazione (II)

- **Se si vuole tenere il rumore termico nella dinamica lineare dello A/D, in modo che occupi i k livelli (quanti) più bassi,**
- **Il massimo rapporto S/N è**

$$\frac{1}{2}\left[\Delta\cdot\frac{\left(2^{N_b}-1\right)}{2}\right]^2\frac{1}{k^2\,\Delta^2}\cong\frac{1}{2\,k^2\Delta^2}\Delta^2\cdot 2^{2(N_b-1)}=\frac{2^{2(N_b-1)}}{2\,k^2}=\frac{2^{2N_b-3}}{k^2}$$

Cioè in dB

$$SNR\big|_{dB}=(2N_b-3)\cdot 3-20\cdot\log_{10}\left(k\right)=6\,N_b-9-20\cdot\log_{10}\left(k\right)$$