

---

# Integrazione coerente

## Parte 2

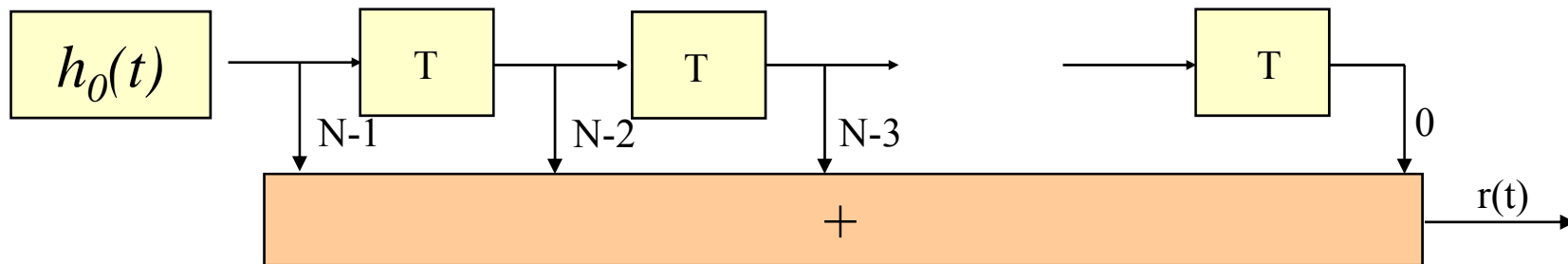
*Pierfrancesco Lombardo*

# Filtro adattato alla sequenza (I)

$$s_{0N}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} s_0(t - n \cdot T) \quad \Downarrow \quad s_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} e^{j\phi(t)} \text{rect}_{\tau_p} \left( t - \frac{\tau_p}{2} \right)$$

$$h(t) = s_{0N}^*[(N-1)T + \tau - t] = \sum_{n=0}^{N-1} s_0^*[(N-1)T + \tau - t - n \cdot T]$$

$$h(t) = s_0^*[\tau_p - t] * \sum_{n=0}^{N-1} \delta[t - (N-1-n)T] = h_0(t) * \sum_{n=0}^{N-1} \delta[t - (N-1-n)T]$$

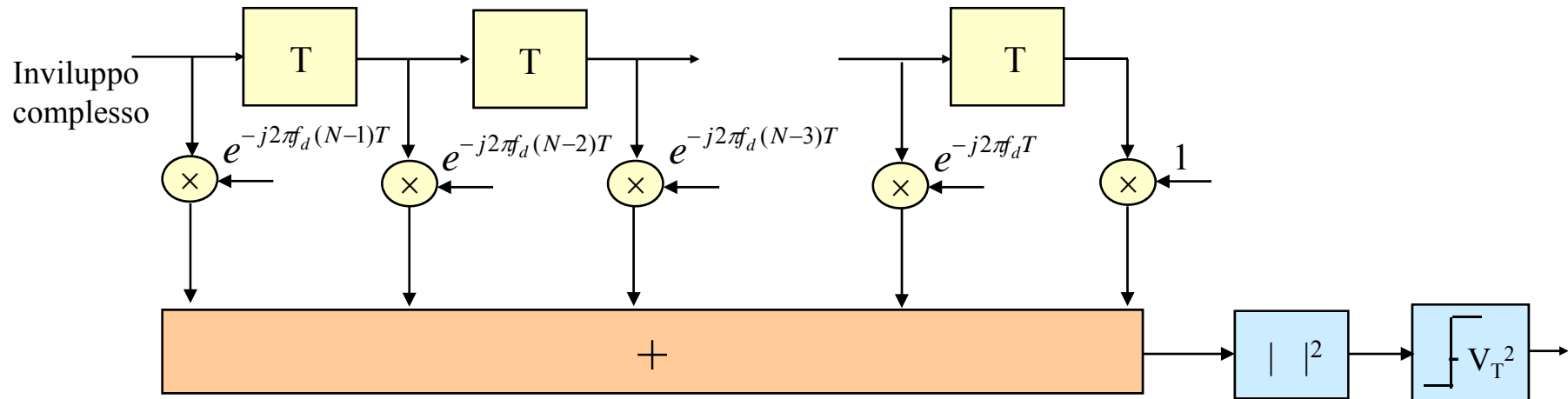


$$h_0(t) = s_0^*(\tau_p - t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} e^{-j\phi(\tau_p - t)} \text{rect}_{\tau_p} \left( \frac{\tau_p}{2} - t \right)$$

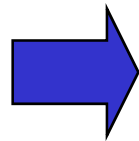
Sistemi Radar

# Filtro adattato alla sequenza (V)

Per poter operare coerentemente è necessario riallineare in fase i ritorni cioè considerare lo schema (filtro):



frequenza Doppler  $f_d$   
del bersaglio incognita



- Si considera un insieme discreto di valori della frequenza Doppler e si compensano i valori selezionati

Insieme dei valori considerati i cui corrispondenti sfasamenti sono compensati (N schemi come sopra ciascuno relativo a uno degli N valori di  $f_d$  presi in considerazione: **banco di N filtri**).

$$f_d = \frac{k}{NT} \quad k = 0 \dots N-1$$

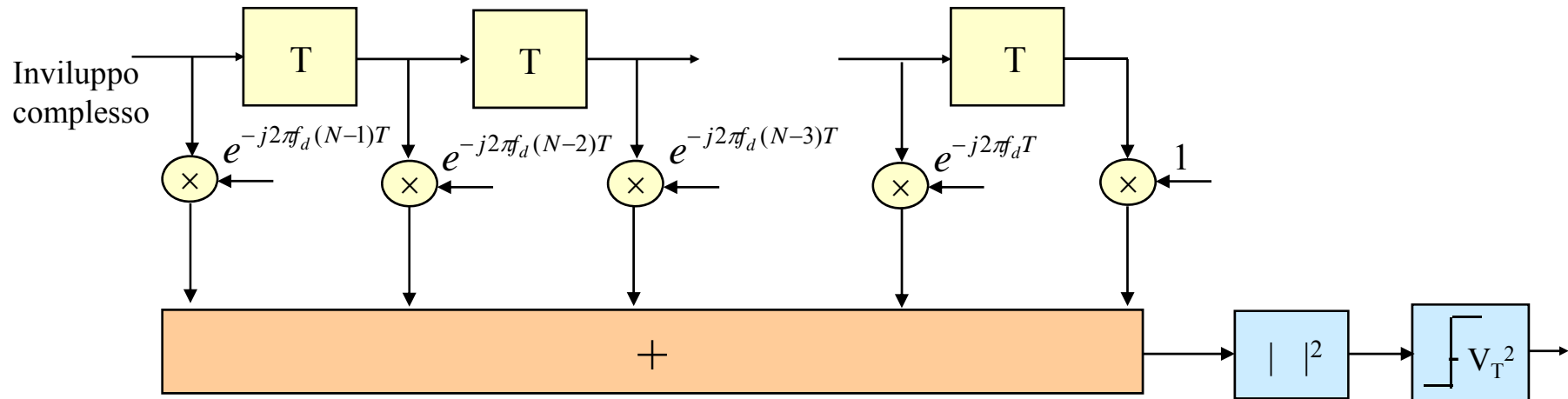
$$\Rightarrow e^{-j2\pi f_d nT} = e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

Generico termine di riallineamento della fase dell'n-esimo impulso

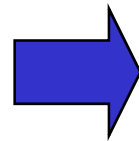
## Sistemi Radar

# Filtro adattato alla sequenza (V)

Per poter operare coerentemente è necessario riallineare in fase i ritorni cioè considerare lo schema (filtro):



frequenza Doppler  $f_d$   
del bersaglio incognita



- Si considera un insieme discreto di valori della frequenza Doppler e si compensano i valori selezionati

Insieme dei valori considerati i cui corrispondenti sfasamenti sono compensati (N schemi come sopra ciascuno relativo a uno degli N valori di  $f_d$  presi in considerazione: **banco di N filtri**).

$$f_d = \frac{k}{NT} \quad k = 0 \dots N-1$$

$$\Rightarrow e^{-j2\pi f_d nT} = e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

Generico termine di riallineamento della fase dell'n-esimo impulso

## Sistemi Radar

# Filtro adattato alla sequenza (VII)

A meno della portante la forma d'onda trasmessa è del tipo:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f(t-nT)$$

Per il nostro caso particolare  $f(t)=\text{rect}_\tau(t)$  ma il discorso che segue è valido qualunque sia la forma d'onda trasmessa sulla singola interrogazione.

La funzione di trasferimento del filtro adattato è quindi data da:

$$H_{MF}(f) = F^*(f) \left[ \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi f n T} \right]^* = F^*(f) \left[ \frac{1 - e^{-j2\pi f N T}}{1 - e^{-j2\pi f T}} \right]^*$$

$F^*(f) e^{j\pi f (N-1) T}$

$\frac{\sin(\pi f N T)}{\sin(\pi f T)}$

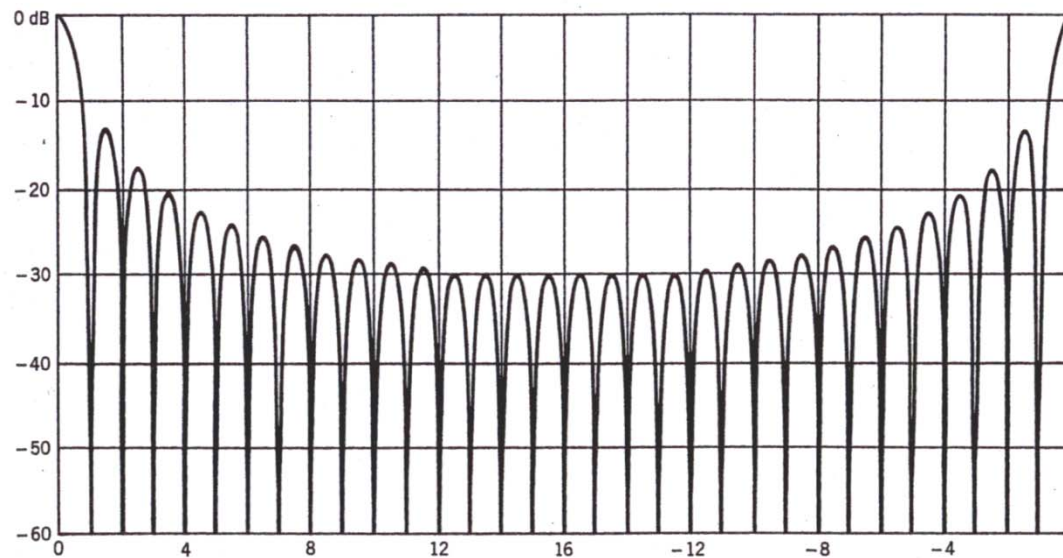
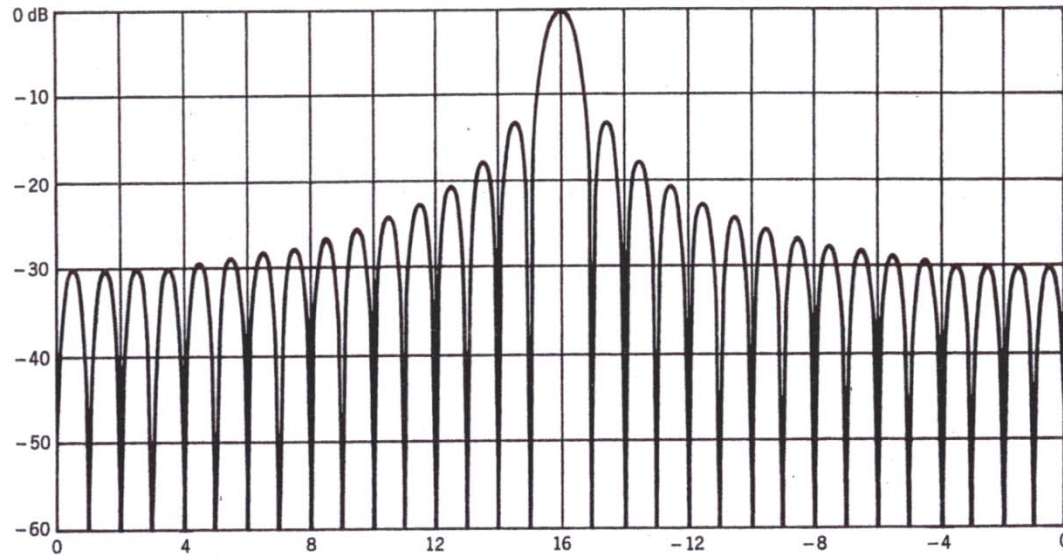
Filtraggio adattato alla  
forma d'onda  
trasmessa

Filtraggio  
azimutale

Il filtro adattato ad un treno di interrogazioni si decompone nel filtro adattato alla forma d'onda trasmessa sulla singola interrogazione ( $F^*(f)$ ) e nel filtro che opera l'integrazione azimutale ( $\sin(\pi f N T)/\sin(\pi f T)$ ): nel caso che la forma d'onda trasmessa sia un impulso rettangolare si ha

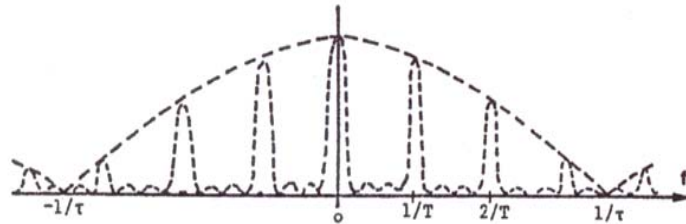
$$H_{MF}(f) = \text{sinc}(\pi f \tau) \frac{\sin(\pi f N T)}{\sin(\pi f T)}$$

# Filtro adattato alla sequenza (VIII)



# Filtro adattato alla sequenza (IX)

## FILTRO A PETTINE



filtro adattato un treno di impulsi rettangolari con Doppler nulla  $\Rightarrow$  per tenere conto delle diverse Doppler si utilizza un banco di  $N$  filtri centrati sulle frequenze  $k/NT$  con  $k=0\dots N-1$  ciascuno largo  $1/NT$

Lettura in termini del teorema del campionamento:

- ▶ frequenza di campionamento PRF: lo spettro è periodico con periodo PRF (quindi si considera una sola campata tra 0 e PRF ad es.);
- ▶ campionamento tramite impulsi rettangolari di durata  $\tau$  anziché impulsi di Dirac: lo spettro è involuppato dal  $\text{sinc}(\pi f\tau)$ ;
- ▶  $N$  campioni anziché infiniti campioni: lo spettro ha le righe costituite da forme di tipo  $\text{sinc}(\pi fNT)$  (è il generico filtro del banco: quando  $N \rightarrow \infty$  il  $\text{sinc}(\pi fNT)$  diventa un Dirac e il potere risolutore in Doppler  $\rightarrow 0$ );

(sezione della FdA per ritardo nullo)

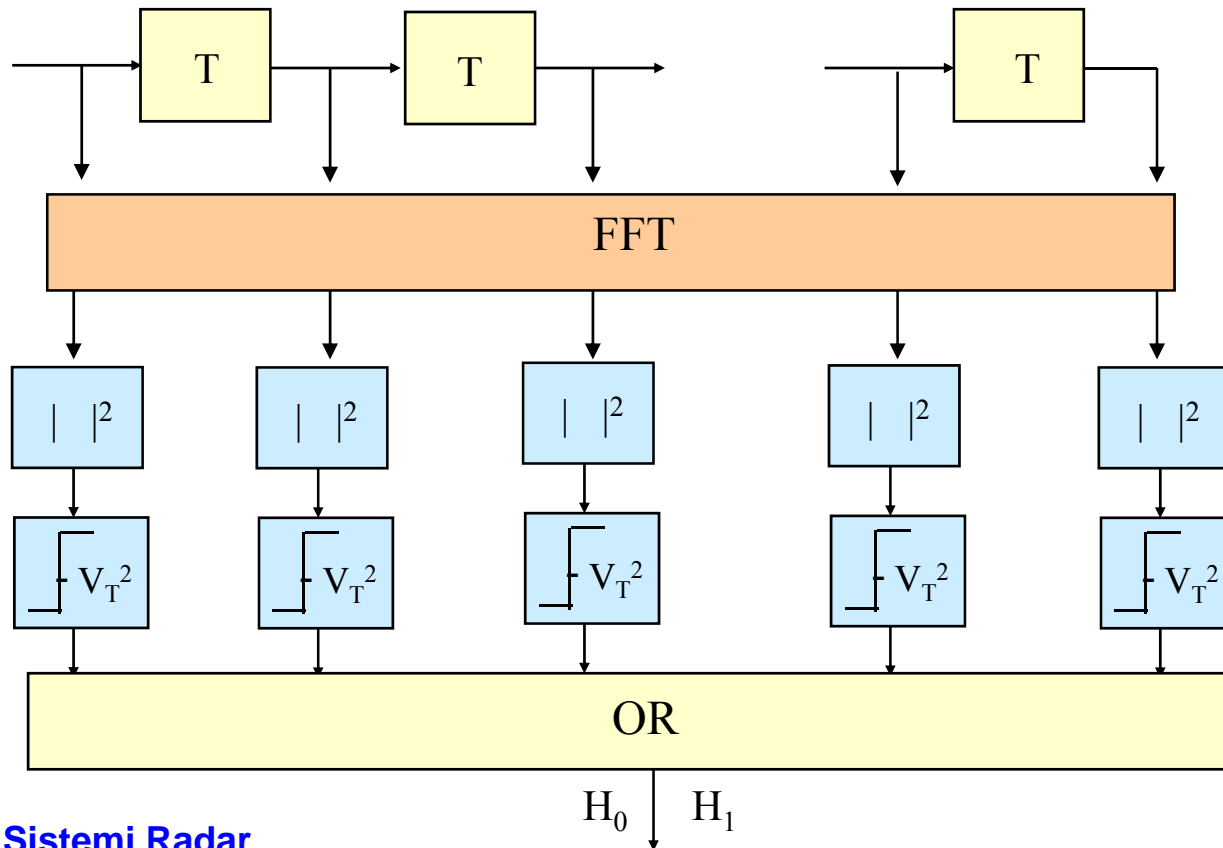
# Filtro adattato alla sequenza (VI)

Sono considerati N diversi rami ciascuno dei quali calcola:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \bar{w}(t-nT) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \quad k = 0 \dots N-1$$

Trasformata discreta di Fourier valutata alla frequenza  $k/N$

Lo schema di elaborazione per l'integrazione coerente diviene:



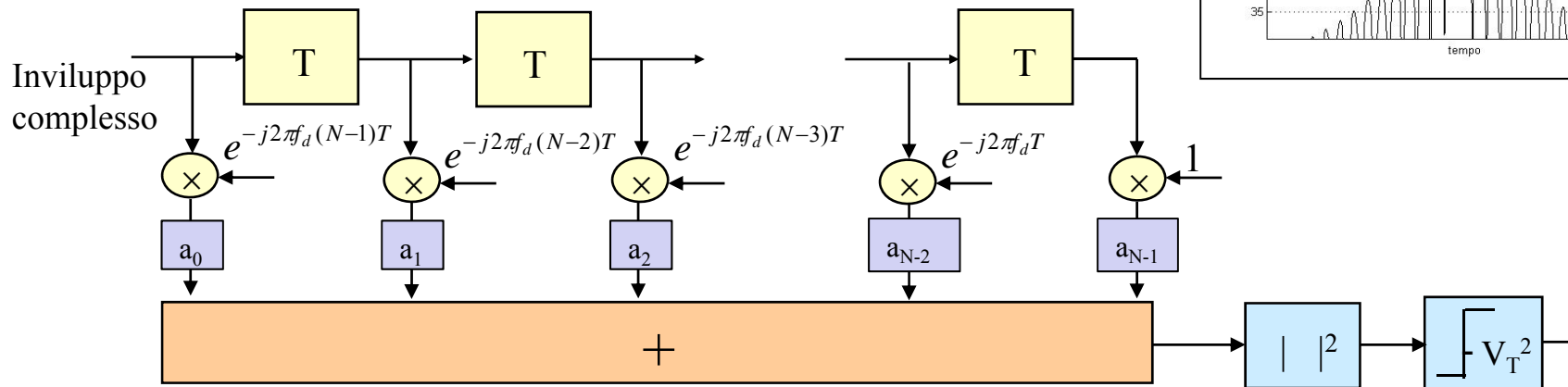
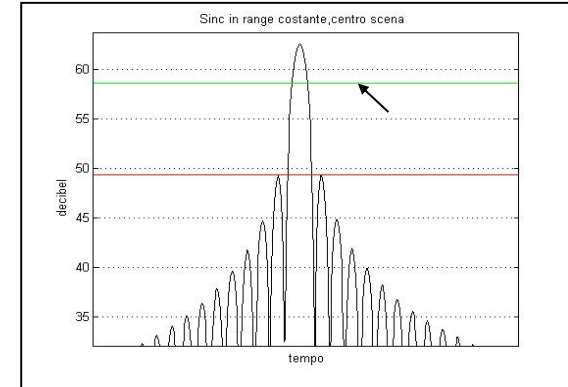
- Si decide per  $H_1$  se almeno una delle uscite da 1 (OR)
- Dalla conoscenza dell'uscita che da 1 è possibile stimare la Doppler del bersaglio e quindi la sua velocità radiale



# Frequency sidelobes: pesare la sequenza (I)

Filtro adattato = Riallineamento delle fasi = uscita FFT

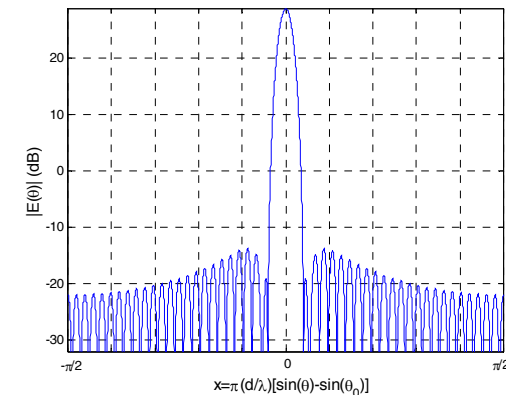
➔ Lobi laterali in frequenza a -13 dB



Pesatura di ampiezza sulla sequenza ➔

Trade-off con:

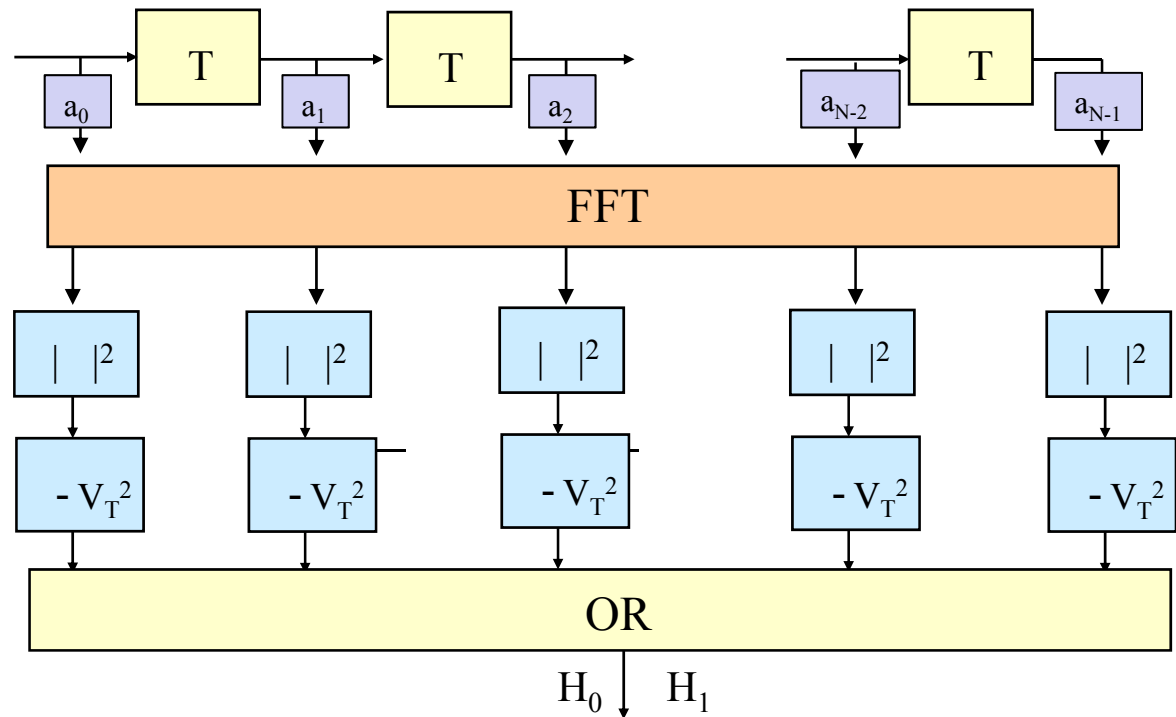
- perdita in SNR
- perdita di risoluzione in frequenza (overlap filtri)



Sistemi Radar

# Frequency sidelobes: pesare la sequenza (II)

## Implementazione con FFT

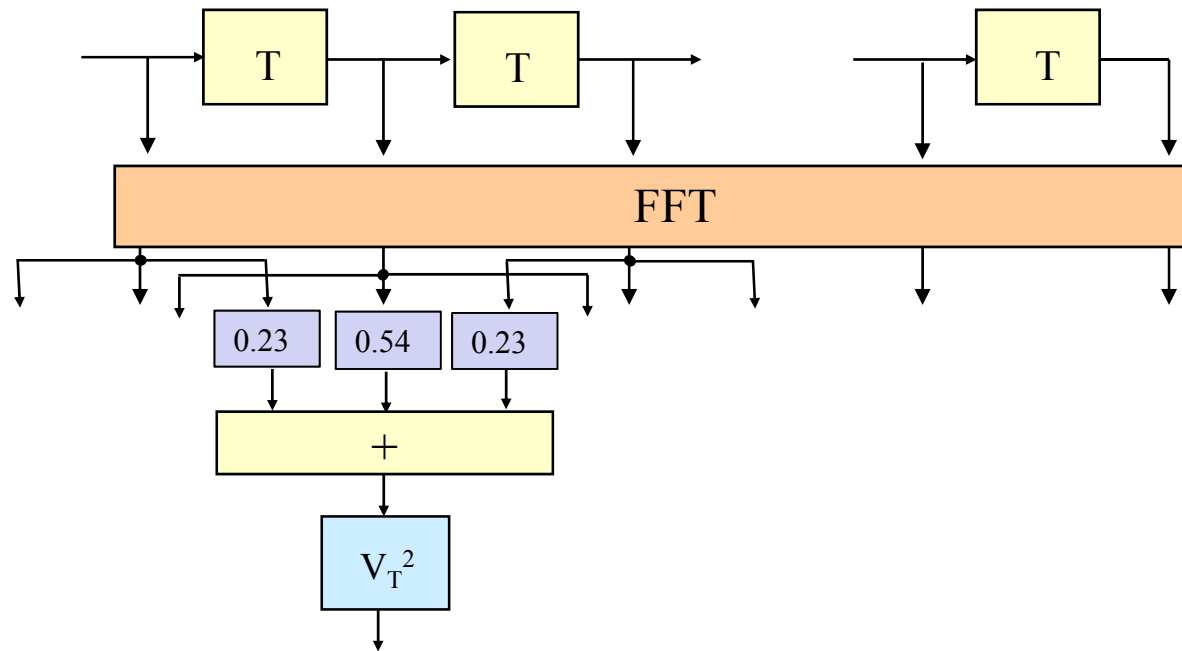


Pesatura e sfasamenti sono due prodotti e sono interscambiabili in ordine,

Quindi effettuo prima pesatura e poi FFT (sfruttando efficienza di algoritmi FFT)

# Frequency sidelobes: pesare la sequenza (III)

Implementazione  
con FFT  
alternativa  
per  $\cos^2$  su  
pedistallo

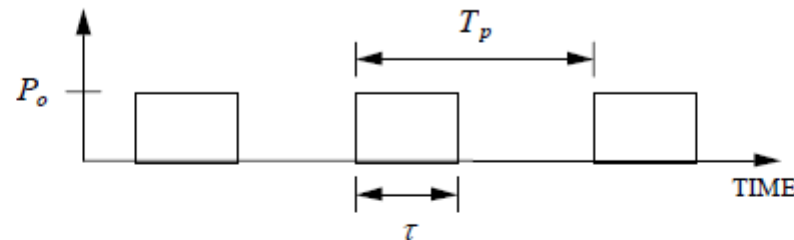


Esempio con Hamming

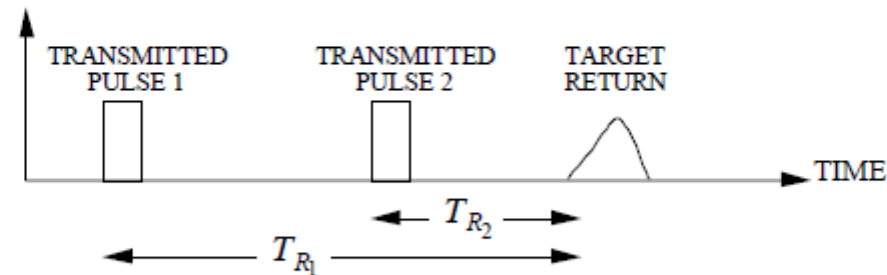
$$\text{Hamming} \left\{ \begin{aligned} w_k &= 0.54 + 0.46 \cos \left[ \frac{2k}{N-1} \pi \right] & k = -\frac{N-1}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2} \\ g(t_n) &= \left\{ 0.54 D(x) + \frac{1}{2} 0.46 \left[ D \left( x + \frac{\pi}{N} \right) + D \left( x - \frac{\pi}{N} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right.$$

# Range Ambiguities

- For convenience we omit the sinusoidal carrier when drawing the pulse train



- When multiple pulses are transmitted there is the possibility of a range ambiguity.



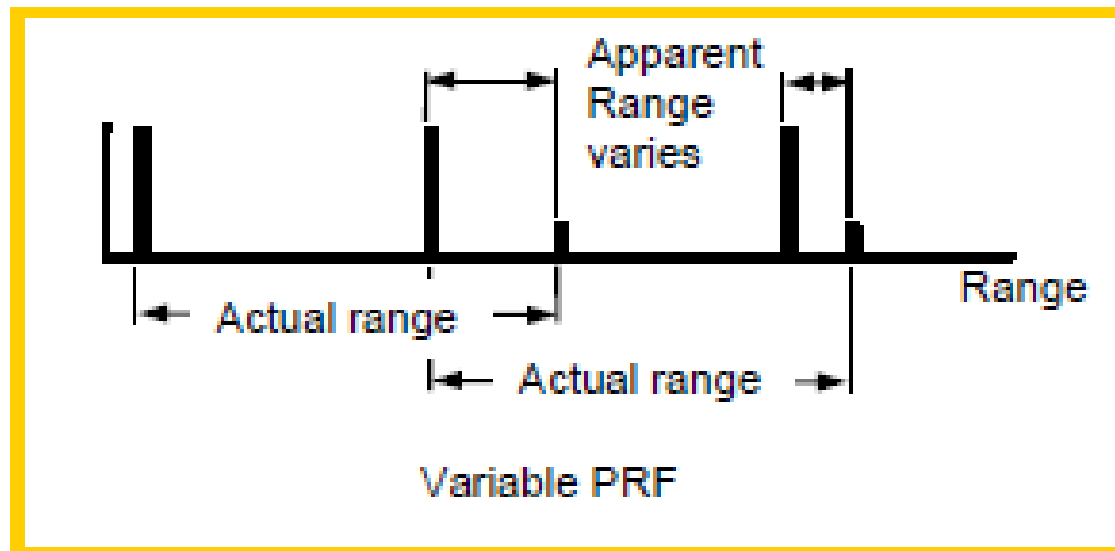
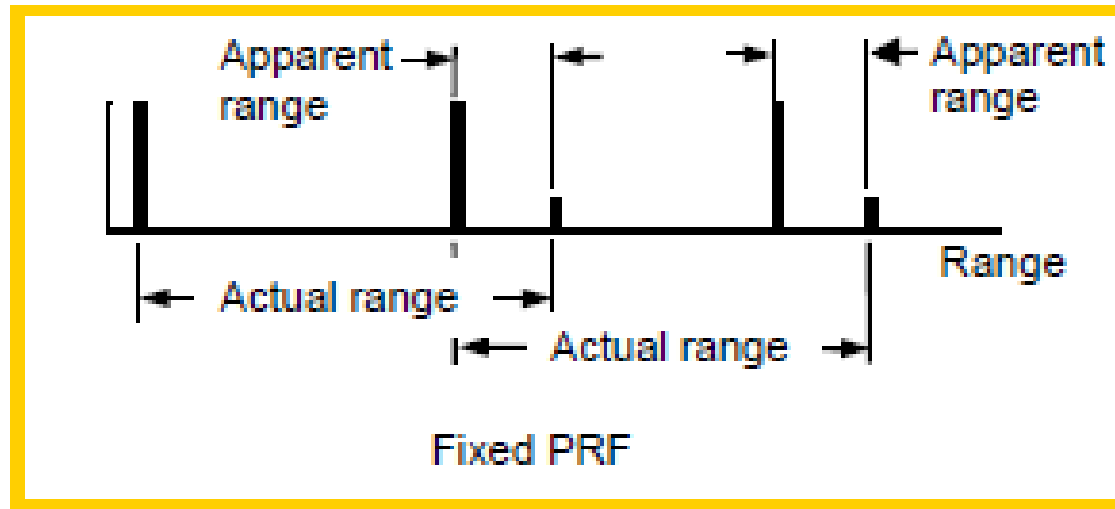
- To determine the range unambiguously requires that  $T_p \geq \frac{2R}{c}$ . The unambiguous range is

$$R_u = \frac{cT_p}{2} = \frac{c}{2f_p}$$

# Source of Multiple-Time Around Returns

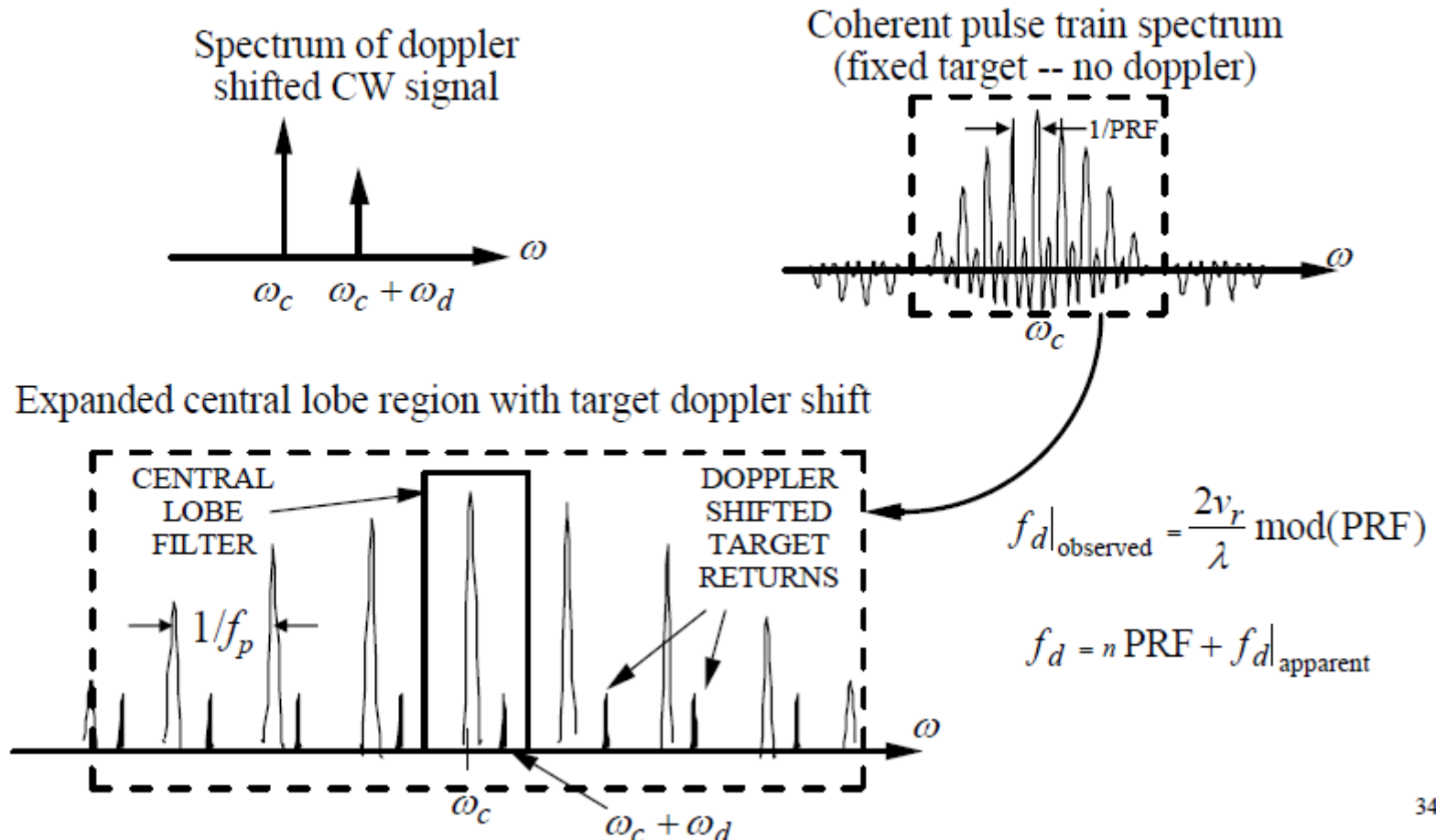
- Radar Pulses Often Transmitted at Periodic Intervals
  - Defined by the Pulse-repetition Interval
  - $PRI = 1 / PRF$
- Signal From Target at  $R > c PRI / 2$  Arrives After Next Pulse Is Transmitted
  - May Be Interpreted As Return From the Later Pulse
  - Apparent Range Much Shorter Than Actual Range
- Mitigation Techniques
  - Variable PRF (Apparent Range Varies)
  - Frequency Agility (Not Applicable With Coherent Processing, e.g., MTI)

# Multiple-Time Around Return & Variable PRF Mitigation



# Velocity Ambiguities

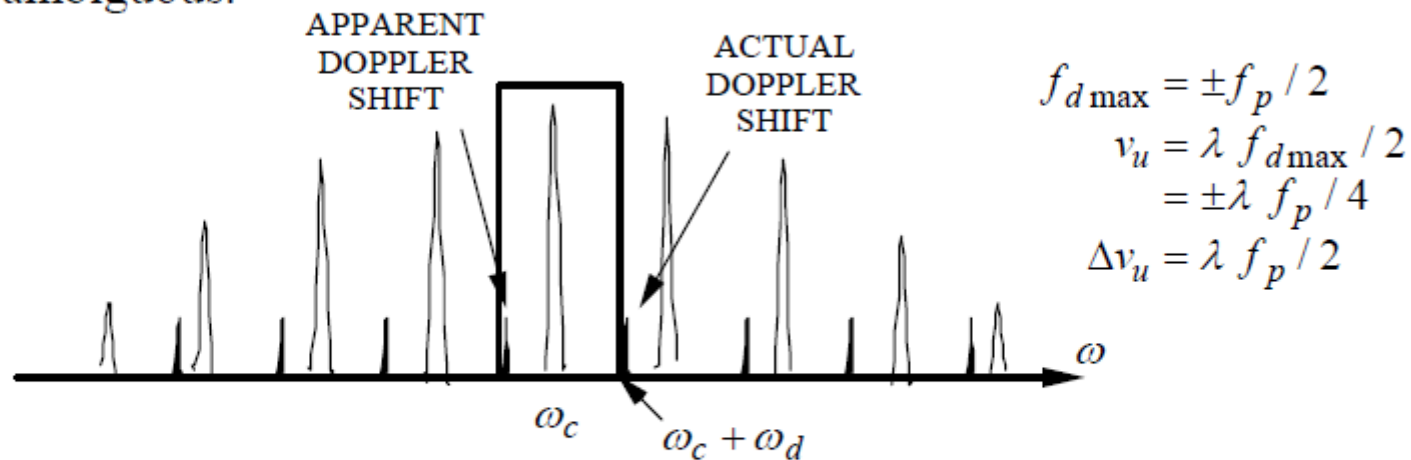
- The spectrum is the Fourier transform of the pulse train waveform.



34

# Low, High & Medium PRF

- If  $f_d$  is increased the true target Doppler shifted return moves out of the passband and a lower sideband lobe enters. Thus the Doppler measurement is ambiguous.



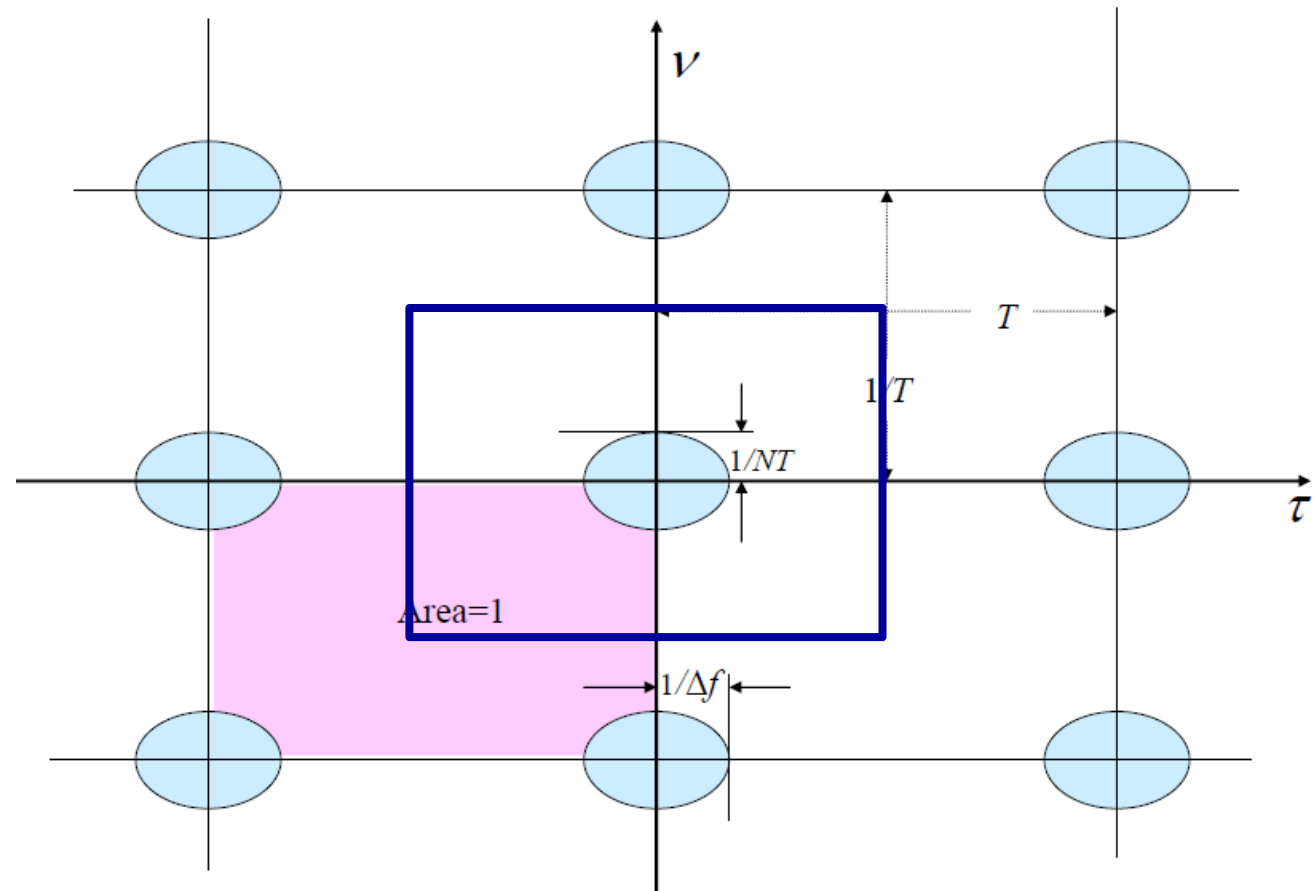
- PRF determines Doppler and range ambiguities:

<u>PRF</u>	<u>RANGE</u>	<u>DOPPLER</u>
High	Ambiguous	Unambiguous
Medium	Ambiguous	Ambiguous
Low	Unambiguous	Ambiguous



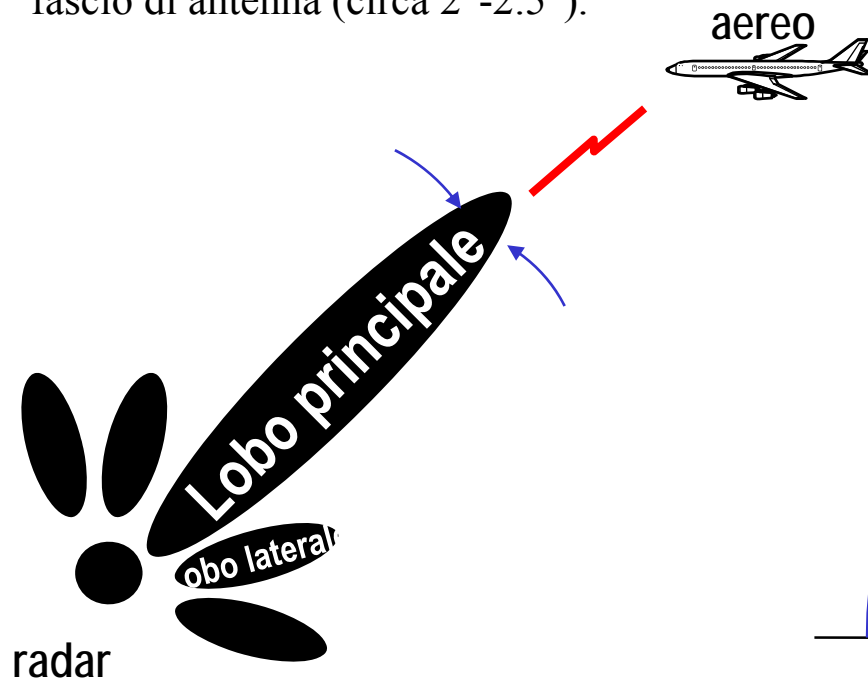
# Area del piano delay-Doppler non ambigua

$N \gg 1$

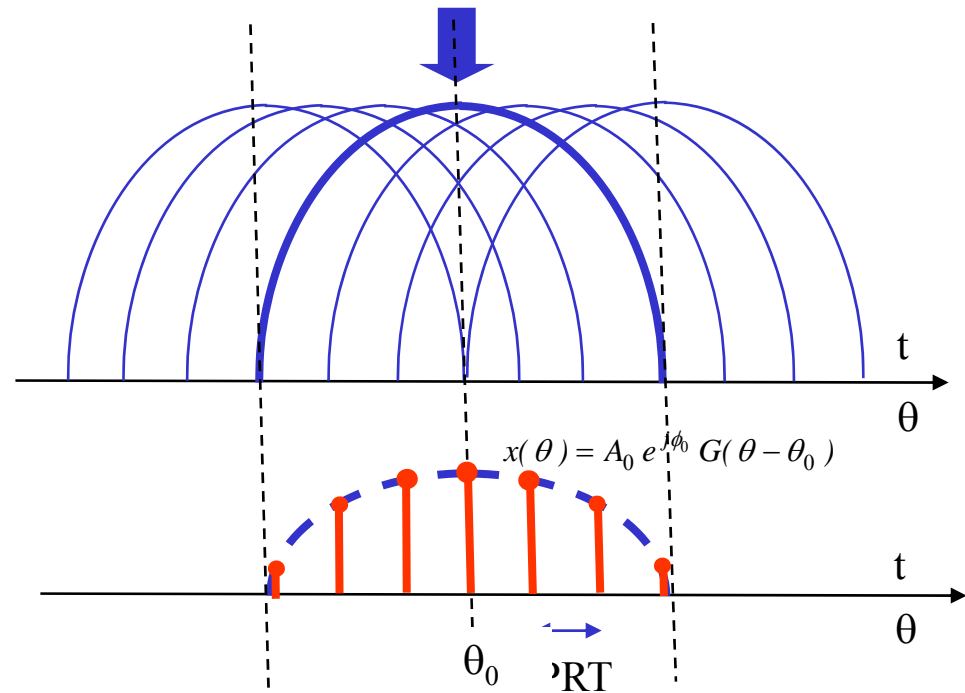


# Stima di azimuth del bersaglio

- Usando il singolo ritorno, l'accuratezza di misura dell'angolo è data dalla larghezza del fascio di antenna (circa  $2^\circ$ - $2.5^\circ$ ).



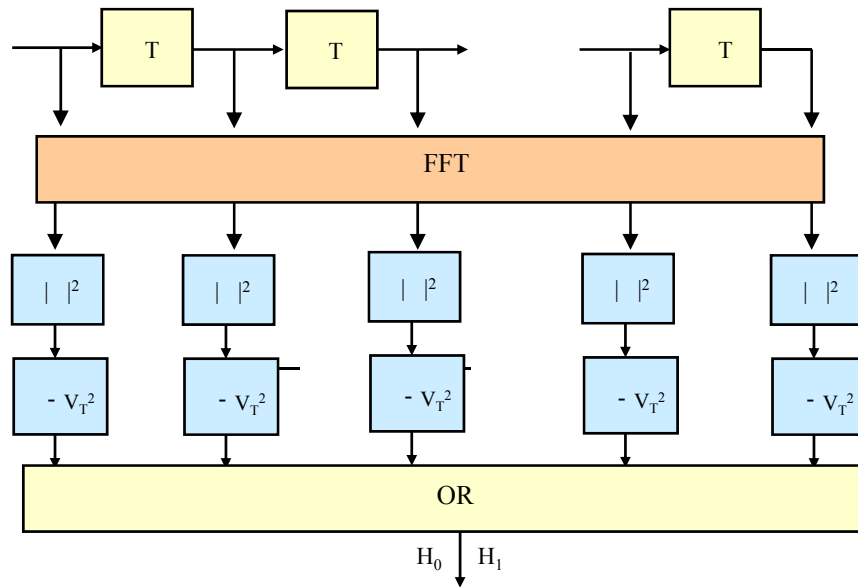
- Si può sfruttare il fatto che l'antenna ruota mentre invia interrogazioni e riceve indietro le relative risposte dal bersaglio (N impulsi nel time-on-target).



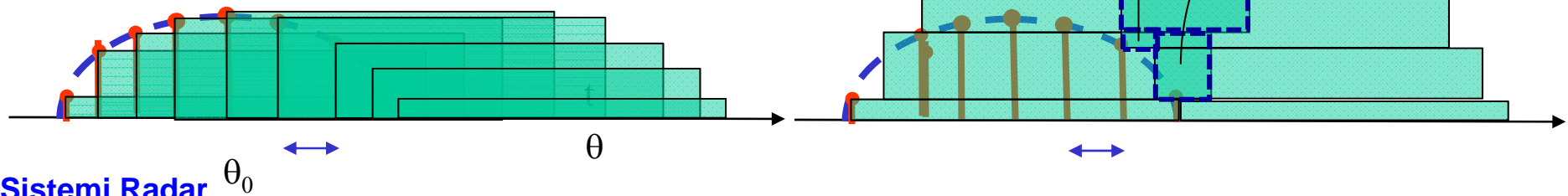
- A grande distanza dal radar, ciò implica una accuratezza di misura in azimuth scarsa.

## Sistemi Radar

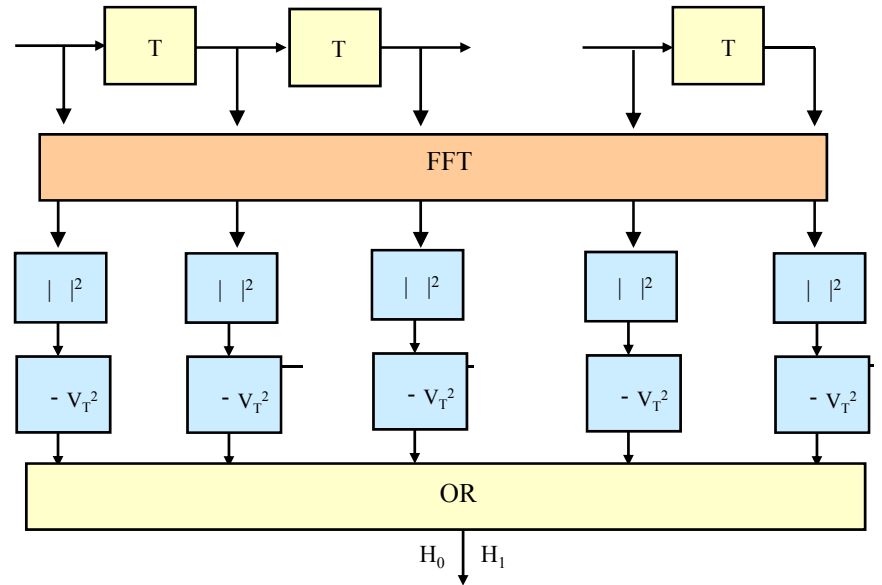
# Stima di azimuth con integrazione coerente (I)



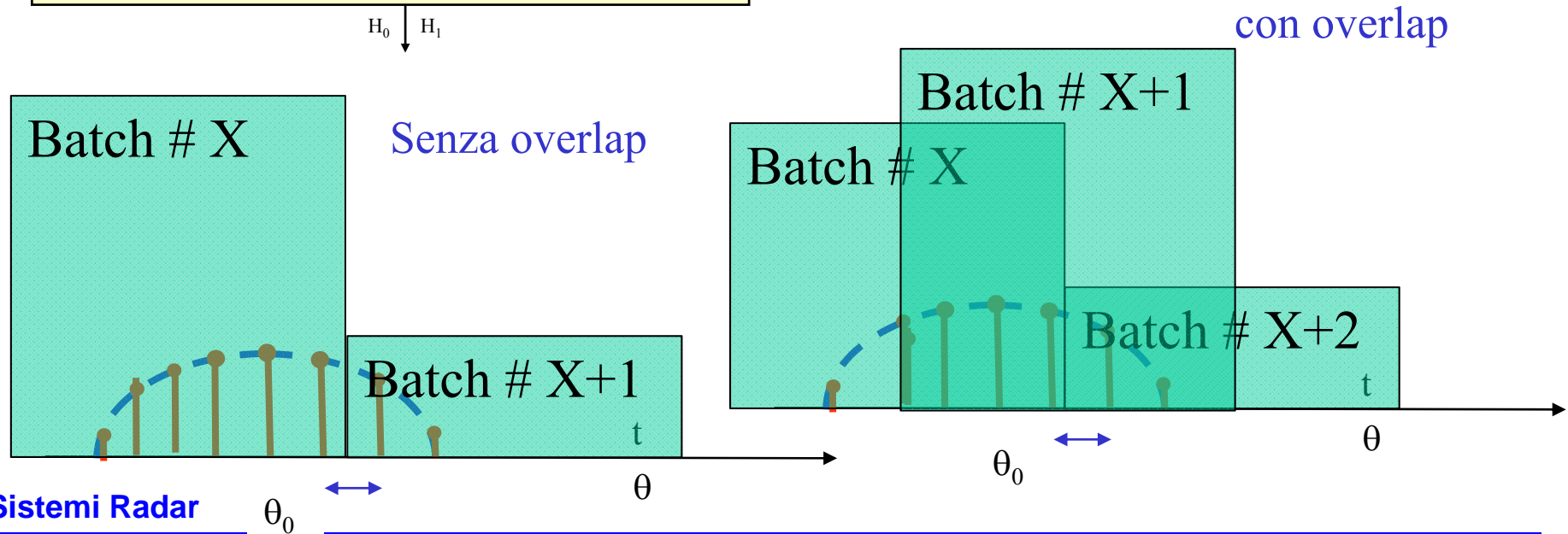
Per uso sliding dell'integratore coerente/FFT, comportamento analogo all'integratore quadratico



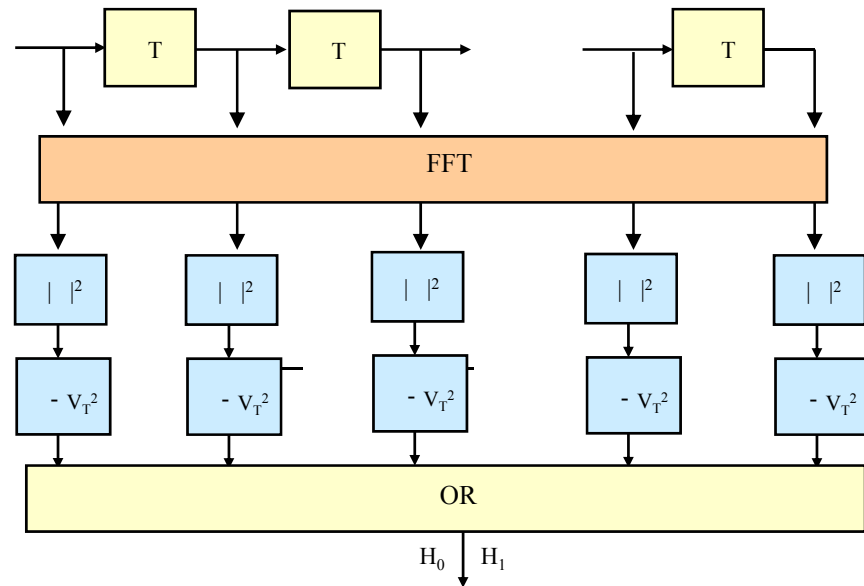
# Stima di azimuth con integrazione coerente (II)



Problema per uso a batch della FFT



# Stima di azimuth con integrazione coerente (III)



Uso di integrazione coerente/FFT su batch di lunghezza  $< N$  (es.  $N/4$ ) da integrare poi in modo non coerente (ad es. quadratico)

## Vantaggi:

- Sui singoli sotto-batch posso usare frequenze portanti diverse (agilità di frequenza)
- Sui singoli sotto-batch posso usare PRF diverse (PRF stagger)

