

---

# Rivelazione e Funzione di Ambiguità

*Pierfrancesco Lombardo*

# Filtro adattato

---

Il contributo di segnale utile nel rivelatore, quando in ingresso si ha un segnale con ritardo  $\tau$  e Doppler  $v$  è:

$$e^{j2\pi f_0 \xi} e^{j2\pi v t_d} \int s_0(t') s_0^*(t'+\tau) e^{j2\pi v t'} dt'$$

pari all'uscita del filtro adattato a segnale in ingresso con Doppler  $v$

$$e^{j2\pi f_0 \xi} e^{j2\pi v t_d} \int s_0(t') s_0^*(t'-\xi) e^{j2\pi v t'} dt'$$

per ritardo  $\xi=-\tau$ :

# Funzione di ambiguità (I)

---

$$|\chi(\tau, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} s_0(t) s_0^*(t + \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right|$$

– **Tagli della funzione di ambiguità:**

(assumendo che l'energia di  $s_0(t)$  sia unitaria)

**Taglio a Doppler zero:**  
**Autocorrelazione del segnale**

$$|\chi(\tau, 0)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} s_0(t) s_0^*(t + \tau) dt \right| = |R(\tau)|$$

**Taglio a ritardo zero:**  
**Autocorrelazione del segnale**

$$|\chi(0, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |s_0(t)|^2 e^{j2\pi\nu t} dt \right|$$

# Funzione di ambiguità (II)

- **Funzione di Ambiguità:**  
**Impulso rettangolare a frequenza costante**

$$s_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} \text{rect}_{\tau_p}(t)$$

$$\begin{aligned}
 |\chi(\tau, \nu)| &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} s_0(t) s_0^*(t + \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right| = \frac{1}{\tau_p} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}_{\tau_p}(t) \text{rect}_{\tau_p}(t + \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right| = \frac{1}{\tau_p} \left| \int_{\max\left\{-\frac{\tau_p}{2}, -\frac{\tau_p}{2} - \tau\right\}}^{\min\left\{\frac{\tau_p}{2}, \frac{\tau_p}{2} - \tau\right\}} e^{j2\pi\nu t} dt \right| = \\
 &= \frac{1}{\tau_p} \left\{ \left| \int_{-\tau_p/2 - \tau}^{\tau_p/2} e^{j2\pi\nu t} dt \right|, \quad \tau \leq 0 \right. \\
 &\quad \left. \left| \int_{\tau_p/2}^{\tau_p/2 - \tau} e^{j2\pi\nu t} dt \right|, \quad \tau \geq 0 \right\} = \frac{1}{\tau_p} \left\{ \begin{aligned} &(\tau_p + \tau) \sin c[\pi\nu(\tau_p + \tau)], & \tau \leq 0 \\ &(\tau_p - \tau) \sin c[\pi\nu(\tau_p - \tau)], & \tau \geq 0 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

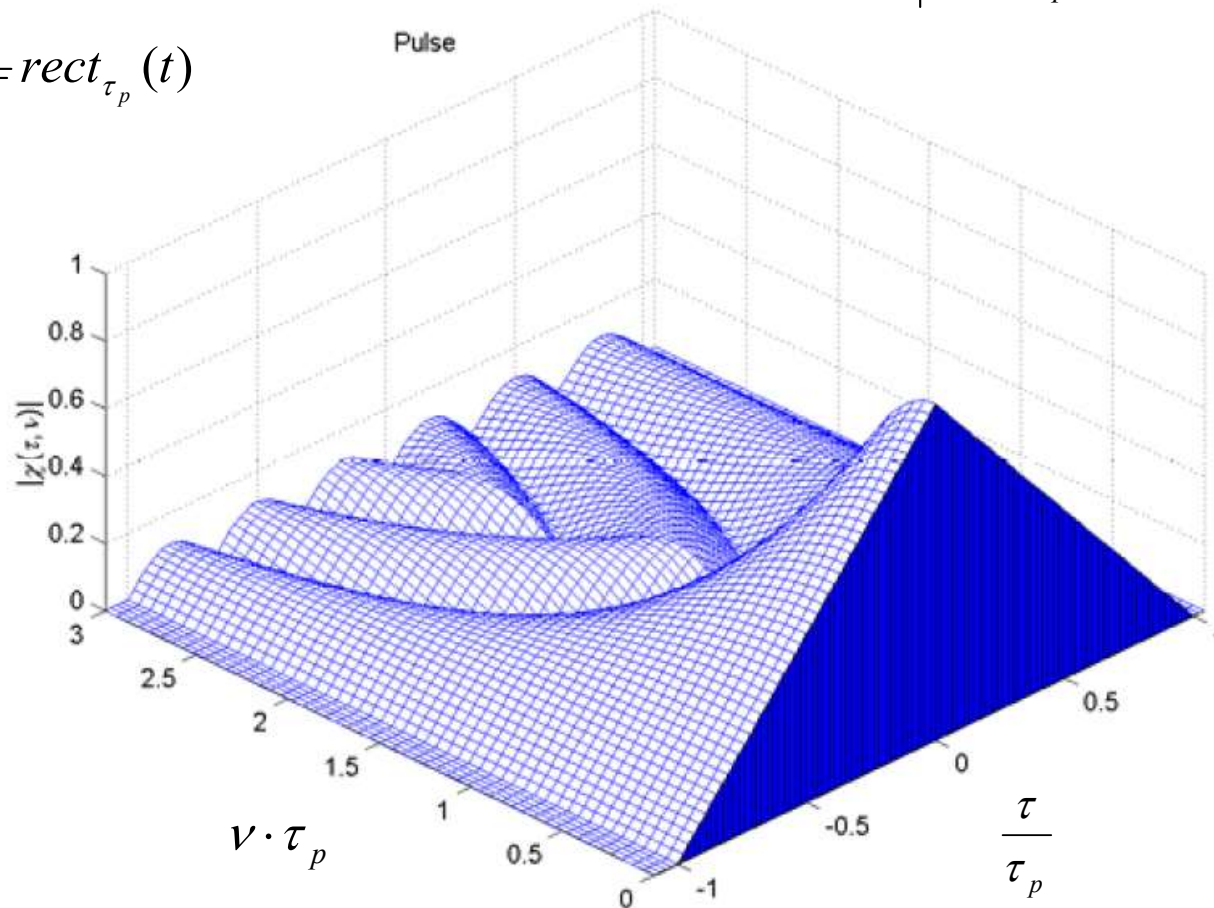
$$|\chi(\tau, \nu)| = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_p}\right) \sin c\left[\pi\nu\tau_p\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_p}\right)\right] \right|$$

# Funzione di ambiguità (III)

- Funzione di Ambiguità:  
Impulso rettangolare a frequenza costante

$$|\chi(\tau, \nu)| = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_p}\right) \sin c\left[\pi \nu \tau_p \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_p}\right)\right] \right|$$

$$s_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} \text{rect}_{\tau_p}(t)$$

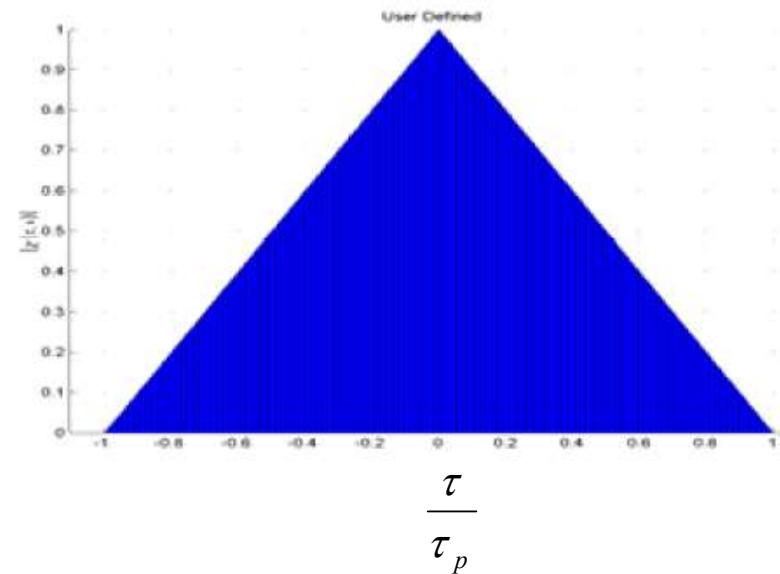
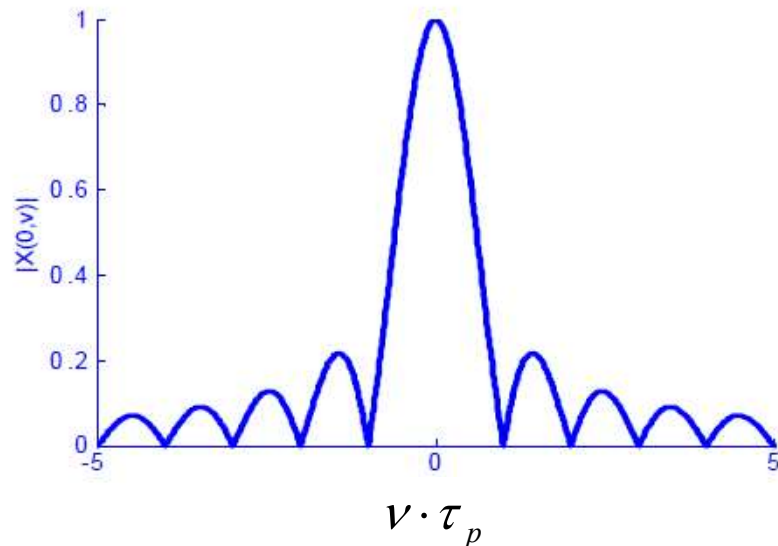


# Funzione di ambiguità (IV)

- Funzione di Ambiguità:  
Impulso rettangolare a frequenza costante

$$s_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} \text{rect}_{\tau_p}(t)$$

$$|\chi(\tau, 0)| = 1 - \frac{|\tau|}{\tau_p}, \quad |\tau| \leq \tau_p$$



$$|\chi(0, \nu)| = \left| \text{sinc}[\pi \nu \tau_p] \right|$$

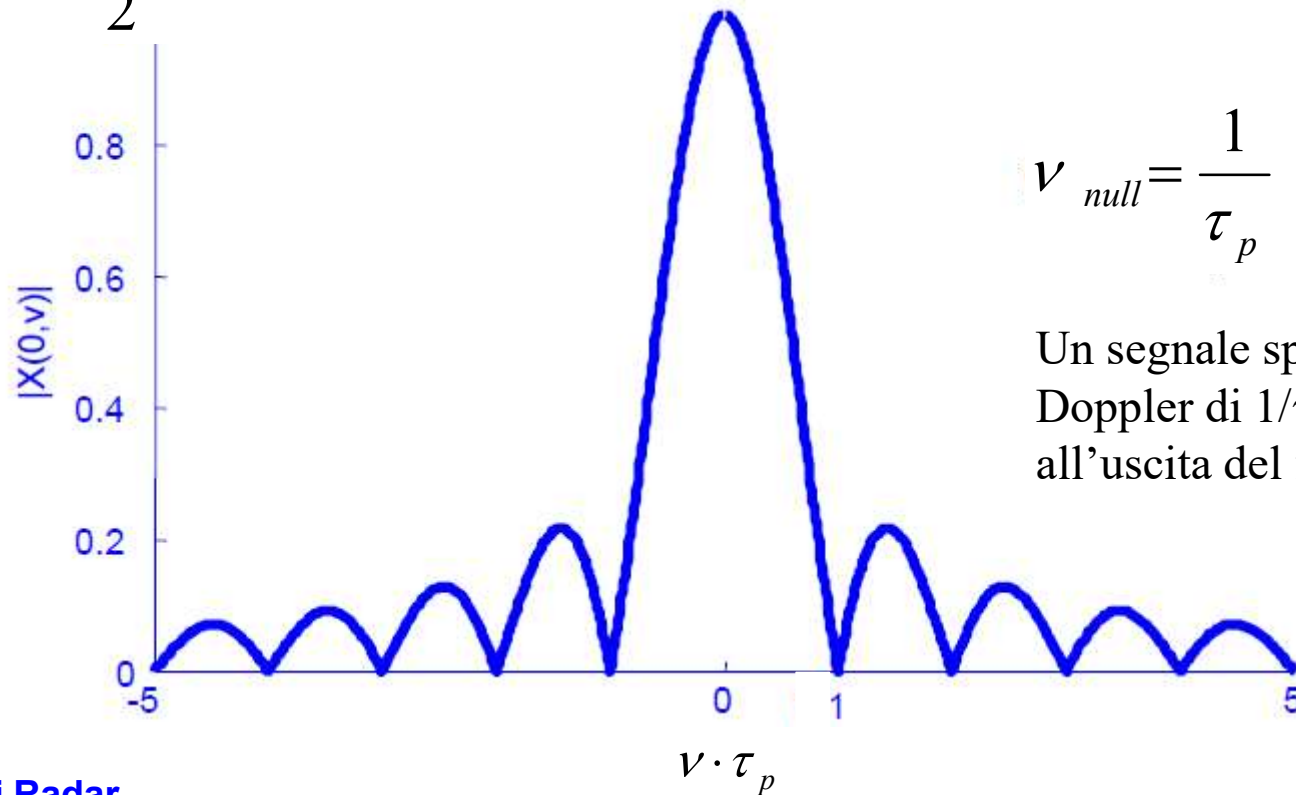
# Funzione di ambiguità (V)

- **Funzione di Ambiguità:**  
**Impulso rettangolare a frequenza costante**

$$s_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_p}} \text{rect}_{\tau_p}(t)$$

$$|\chi(0, \nu)| = |\sin c[\pi \nu \tau_p]|$$

$$V_{null} = \frac{\lambda}{2} \nu_{null}$$



$$\nu_{null} = \frac{1}{\tau_p}$$

Un segnale spostato in Doppler di  $1/\tau_p$  va a zero all'uscita del filtro adattato

# Funzione di ambiguità (VI)

- **Funzione di Ambiguità:**  
**Impulso rettangolare a frequenza costante**

**Impulso da:** A)  $\tau_p=40$  ns  
B)  $\tau_p=100$   $\mu$ s

**Risoluzione in distanza:**

$$A) \quad r_d = \frac{c}{2} \tau_p = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-9} = 6 \text{ m}$$

$$B) \quad r_d = \frac{c}{2} \tau_p = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 15 \text{ Km}$$

**Zona cieca:**

A)  $\tau_p=40$  ns    6 m  
B)  $\tau_p=100$   $\mu$ s    15 Km

$SNR_B/SNR_A=2500$   
 $R_{MB}/R_{MA}=(2500)^{1/4} \cong 7$

**Risoluzione in frequenza Doppler (banda X:  $\lambda=3$ cm):**

$$A) \quad V_{null} = \frac{\lambda}{2} v_{null} = \frac{\lambda}{2 \tau_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-9}} = \frac{15}{4} \cdot 10^5 = 375 \text{ Km/s} \quad (= 375 \cdot 3600 \text{ Km/h} = 1.350.000 \text{ Km/h})$$

$$B) \quad V_{null} = \frac{\lambda}{2} v_{null} = \frac{\lambda}{2 \tau_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \cdot 10^2 = 150 \text{ m/s} \quad (= 150 \cdot 3,600 \text{ Km/h} = 540 \text{ Km/h})$$

**Risoluzione in frequenza Doppler (banda L:  $\lambda=30$  cm):** A)  $V_{null} = 3750 \text{ Km/s}$

B)  $V_{null} = 1,5 \text{ Km/s}$

**Sistemi Radar**



# Funzione di ambiguità (VI)

– **Funzione di Ambiguità:**  
**Impulso rettangolare a frequenza costante**

Impulso da: A)  $\tau_p=40$  ns  
 B)  $\tau_p=100$   $\mu$ s  
 C)  $\tau_p=40$  ms

**Risoluzione in distanza/zona cieca:**

$$A) \quad r_d = \frac{c}{2} \tau_p = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-9} = 6 \text{ m}$$

$$B) \quad r_d = \frac{c}{2} \tau_p = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 15 \text{ Km}$$

$$C) \quad r_d = \frac{c}{2} \tau_p = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 6000 \text{ Km}$$

$$\text{SNR}_B / \text{SNR}_A = 2500$$

$$R_{MB} / R_{MA} = (2500)^{1/4} \cong 7$$

$$\text{SNR}_C / \text{SNR}_A = 1.000.000$$

$$R_{MC} / R_{MA} = (1.000.000)^{1/4} \cong 31.6$$

**Risoluzione in frequenza Doppler (banda X:  $\lambda=3$ cm):**

$$A) \quad V_{null} = \frac{\lambda}{2} v_{null} = \frac{\lambda}{2 \tau_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-9}} = \frac{15}{4} \cdot 10^5 = 375 \text{ Km/s} \quad (= 375 \cdot 3600 \text{ Km/h} = 1.350.000 \text{ Km/h})$$

$$B) \quad V_{null} = \frac{\lambda}{2} v_{null} = \frac{\lambda}{2 \tau_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \cdot 10^2 = 150 \text{ m/s} \quad (= 150 \cdot 3,600 \text{ Km/h} = 540 \text{ Km/h})$$

$$C) \quad V_{null} = \frac{\lambda}{2} v_{null} = \frac{\lambda}{2 \tau_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} = \frac{15}{4} \cdot 10^{-1} = 0,375 \text{ m/s} \quad (= 1,35 \text{ Km/h})$$

**Risoluzione in frequenza Doppler (banda L:  $\lambda=30$  cm):** A)  $V_{null} = 3750 \text{ Km/s}$

B)  $V_{null} = 1,5 \text{ Km/s}$

C)  $V_{null} = 3,75 \text{ m/s}$

Sistemi Radar

- 300 m/s      300 m/s

# Caratteristiche di moto dei bersagli

## – Tipiche caratteristiche di moto dei bersagli

Tipo di bersaglio	Radar cross-section	Velocità (m/s)
Nave	5-200	0
Aereo	1-50	200-300
Elicottero	3-7	100
Missile	0,1 -0,3	200-400
Colpo	0,001-0,003	600-900

**Quindi per singolo impulso:**

- perdita molto limitata a causa della Doppler
- Ma impossibile fornire una risoluzione utile in Doppler