

Scritto di Analisi Vettoriale (11.07.2016)
Proff. A. Dall'Aglio, F. Lanzara, E. Montefusco - ◇

COGNOME e NOME:

MATRICOLA:

DOCENTE: Dall'Aglio Lanzara Montefusco

Se ammesso, sosterrò la prova teorica: in questo appello in un appello successivo

Istruzioni: il testo d'esame deve essere riconsegnato insieme all'elaborato, tutti i ragionamenti devono essere adeguatamente spiegati!

Esercizio 1. Determinare per quali valori del parametro a l'equazione

$$e^{z+x^2} + ax + y^2 - z^2 = 1$$

definisce una funzione implicita $z = f(x, y)$ tale che $f(0, 0) = 0$ e che ha in $(0, 0)$ un estremo relativo. In corrispondenza di questi valori del parametro a , dire se si tratta di un massimo o minimo relativo.

Esercizio 2. Data la serie di funzioni

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (k+1)^\alpha \phi_k(x), \quad \text{con} \quad \phi_k(x) = \begin{cases} 0 & |x| < k \\ 1 & |x| \geq k \end{cases},$$

determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge puntualmente in tutto \mathbb{R} , poi per quali valori del parametro α la convergenza in tutto \mathbb{R} è totale. **Facoltativo:** Dire per quali α la convergenza è uniforme su \mathbb{R} .

Esercizio 3. Disegnare il seguente sottoinsieme di \mathbb{R}^3

$$O = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}.$$

Poi, considerando la densità di massa $\mu(x, y, z) = |z|$, calcolare il momento d'inerzia di O rispetto all'asse z .

Esercizio 4. Calcolare

$$\iiint_E z dx dy dz$$

con

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x+1, z \geq 0\}$$

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$y' = \frac{2y}{t} + 2t\sqrt{y}, \quad y(1) = 1$$

- a) discutere l'esistenza e l'unicità della soluzione;
- b) determinare tutte le soluzioni del problema.