

Quartili campionari, percentili
campionari



Mediana

- Mediana: divide i valori ordinati dei dati in due parti di uguale numerosità

Esempio. Voti conseguiti all'esame di MMIB da un CCS di 11 studenti

18, 18, 19, 21, 22, **22**, 23, 25, 26, 28, 30

La mediana è il valore maggiore o uguale di almeno il 50% dei valori dei dati e minore o uguale di almeno il 50% dei valori dei dati

(22 è maggiore o uguale di 6 valori: 18, 18, 19, 22, 22 ed è più piccolo o uguale di 6 valori: 22, 23, 25, 26, 28, 30)

$(0,5 \times 11 = 5,5 < 6)$



Mediana

- Mediana: divide i valori ordinati dei dati in due parti di uguale numerosità

Esempio. Voti conseguiti all'esame di MMIB da un CCS di 11 studenti

18, 18, 19, 21, 22, **22**, 23, 25, 26, 28, 30

La mediana è il valore maggiore o uguale di almeno il 50% dei valori dei dati e minore o uguale di almeno il 50% dei valori dei dati

(22 è maggiore o uguale di 6 valori : 18, 18, 19, 22, 22 ed è più piccolo o uguale di 6 valori 22, 23, 25, 26, 28, 30)

$(0,5 \times 11 = 5,5 < 6)$



Quartili campionari

I quartili (Q1, Q2, Q3) dividono i valori ordinati dei dati in quattro parti di uguale numerosità.
Q2=med

Esempio (11 studenti)

18, 18, 19, 21, 22, 22, 23, 25, 26, 28, 30
 Q1 Q2 Q3

Il primo quartile è il valore maggiore o uguale di almeno il 25% dei valori e minore o uguale di almeno il 75% dei valori

(19 =Q1 è maggiore o uguale di 3 valori (18,18, 19) ed è minore o uguale di 9 valori.

$0,25 \times 11 = 2,25 < 3$, $0,75 \times 11 = 8,25 < 9$)



Quartili campionari

I quartili (Q1, Q2, Q3) dividono i valori ordinati dei dati in quattro parti di uguale numerosità.
Q2=med

Esempio (11 studenti)

18, 18, 19, 21, 22, 22, 23, 25, 26, 28, 30
 Q1 Q2 Q3

Il primo quartile è il valore maggiore o uguale di almeno il 25% dei valori e minore o uguale di almeno il 75% dei valori

(19 =Q1 è maggiore o uguale di 3 valori (18,18, 19) ed è minore o uguale di 9 valori.

$0,25 \times 11 = 2,25 < 3$, $0,75 \times 11 = 8,25 < 9$)



Quartili campionari

I quartili (Q1, Q2, Q3) dividono i valori ordinati dei dati in quattro parti di uguale numerosità. Q2=med

Esempio (11 studenti)

18, 18, 19, 21, 22, 22, 23, 25, 26, 28, 30
 Q1 Q2 Q3

Il terzo quartile è il valore maggiore o uguale di almeno il 75% dei valori e minore o uguale di almeno il 25% dei valori

(26=Q3 è maggiore o uguale di 9 valori – più dei $\frac{3}{4}$ dei valori- ed è minore o uguale di più di $\frac{1}{4}$ dei valori)



Quartili campionari

Esempio. (12 studenti)

18, 18, 19, | 21, 22, 22, | 23, 25, 26, 28, 29, 30
 Q1 med

$$\text{Med} = (22 + 23) / 2 = 22,5$$

$$\text{Q1} = (19 + 21) / 2 = 20$$

($0,25 \times 12 = 3$; $0,75 \times 12 = 9$ ci sono due valori che sono maggiori o uguali di 3 valori e contemporaneamente minori o uguali di 9 valori) $\text{Q1} = (19 + 21) / 2$



Quartili campionari

Esempio. (12 studenti)

18, 18, 19, | 21, 22, 22, | 23, 25, 26, | 28, 29, 30
 Q1 med Q3

$$\text{Med} = (22 + 23) / 2 = 22,5$$

$$\text{Q1} = (19 + 21) / 2 = 20$$

$$\text{Q3} = (26 + 28) / 2 = 27$$

($0,25 \times 12 = 3$; $0,75 \times 12 = 9$ ci sono due valori che sono maggiori o uguali di 9 valori e contemporaneamente minori o uguali di 3 valori)



Quartili campionari: come calcolarli.

- Ordiniamo i valori dei dati in ordine crescente.
N:= numero totale dei dati (taglia del campione)

Q1

- se $0,25 \times N$ è un numero intero, Q1 è la media dei valori nelle posizioni $0,25 \times N$ e $(0,25 \times N) + 1$
- se $0,25 \times N$ non è intero, prendiamo il più piccolo intero maggiore di $0,25 \times N$.
Q1 è il valore in questa posizione



Quartili campionari: come calcolarli.

- Ordiniamo i valori dei dati in ordine crescente.
N:= numero totale dei dati (taglia del campione)

Q3

- se $0,75 \times N$ è un numero intero, Q3 è la media dei valori nelle posizioni $0,75 \times N$ e $(0,75 \times N) + 1$
- se $0,75 \times N$ non è intero, prendiamo il più piccolo intero maggiore di $0,75 \times N$.
Q3 è il valore in questa posizione



Esempio

Abbiamo i valori

16 11 25 22 13 15 21 19

Numero dei dati $N=8$

Ordiniamo i valori dal più piccolo al più grande.

11 13 15 16 19 21 22 25

$$\text{Med} = Q2 = (16 + 19)/2 = 17,5$$

$$0,25 \times N = 2 \quad Q1 = (13 + 15)/2 = 14$$

$$0,75 \times N = 6 \quad Q3 = (21 + 22)/2 = 21,5$$



Esempio

Abbiamo i valori

16 11 25 22 13 15 21 19

Numero dei dati $N=8$

Ordiniamo i valori dal più piccolo al più grande.

11 13 15 16 19 21 22 25

$$\text{Med} = Q2 = (16 + 19)/2 = 17$$

$$0,25 \times N = 2 \quad Q1 = (13 + 15)/2 = 14$$

$$0,75 \times N = 6 \quad Q3 = (21 + 22)/2 = 21,5$$



Esempio

Abbiamo i valori

16 11 25 22 13 15 21 19

Numero dei dati $N=8$

Ordiniamo i valori dal più piccolo al più grande.

11 13 15 16 19 21 22 25

$$\text{Med} = Q2 = (16 + 19)/2 = 17$$

$$0,25 \times N = 2 \quad Q1 = (13+15)/2 = 14$$

$$0,75 \times N = 6 \quad Q3 = (21+22)/2 = 21,5$$



Esempio

Abbiamo i valori

16 11 25 22 13 15 21 19

Numero dei dati $N=8$

Ordiniamo i valori dal più piccolo al più grande.

11 13 | 15 16 | 19 21 | 22 25

Q1 Q2 Q3

$$\text{Med} = Q2 = (16 + 19)/2 = 17$$

$$0,25 \times N = 2 \quad Q1 = (13 + 15)/2 = 14$$

$$0,75 \times N = 6 \quad Q3 = (21 + 22)/2 = 21,5$$



Esempio

Altezze in cm di un campione di 11 ballerine di una classe di danza.

162 163 163 164 165 **165** 166 166 167 168 169

$N=11$

Med=Q2=165 ($N \times 0,5=5,5 < 6$)

$N \times 0,25 = 11 \times 0,25 = 2,75 < 3$ $Q1=163$

$N \times 0,75 = 11 \times 0,75 = 8,25 < 9$ $Q3=167$



Esempio

Altezze in cm di un campione di 11 ballerine di una classe di danza.

162 163 **163** 164 165 165 166 166 167 168 169

$N=11$

$\text{Med}=Q_2=165$ ($N \times 0,5=5,5 < 6$)

$N \times 0,25 = 11 \times 0,25 = 2,75 < 3$ $Q_1=163$

$N \times 0,75 = 11 \times 0,75 = 8,25 < 9$ $Q_3=167$



Esempio

Altezze in cm di un campione di 11 ballerine di una classe di danza.

162 163 163 164 165 165 166 166 167 168 169

$N=11$

$\text{Med}=Q_2=165$ ($N \times 0,5=5,5 < 6$)

$N \times 0,25 = 11 \times 0,25 = 2,75 < 3$ $Q_1=163$

$N \times 0,75 = 11 \times 0,75 = 8,25 < 9$ $Q_3=167$



Esempio

Altezze in cm di un campione di 11 ballerine di una classe di danza.

162 163 **163** 164 165 **165** 166 166 **167** 168 169

$N=11$

$\text{Med}=Q_2=165 \quad (N \times 0,5=5,5 < 6)$

$N \times 0,25 = 11 \times 0,25 = 2,75 < 3 \quad Q_1=163$

$N \times 0,75 = 11 \times 0,75 = 8,25 < 9 \quad Q_3=167$



Riassumendo....

I quartili dividono i valori ordinati dei dati in 4 parti, quindi

- Il 25% dei valori dei dati è minore o uguale a $Q1$
- il 25% dei valori dei dati è compreso tra $Q1$ e $Q2$
- il 25% è compreso tra $Q2$ e $Q3$
- Il 25% dei valori dei dati è maggiore o uguale a $Q3$

Osservazione.

Il 50% dei valori dei dati è compreso tra $Q1$ e $Q3$.

$Q3-Q1:=$ distanza interquartile



Percentili campionari

I percentili sono quei valori che dividono I valori ordinati dei dati in 100 gruppi di uguale numerosità.

Esempio: il 95-esimo percentile campionario è il valore maggiore o uguale di almeno il 95 % dei valori dei dati e minore o uguale di almeno il 5% dei valori dei dati (“lascia alla sua destra” il 5% dei valori più alti)

La mediana è il 50-esimo percentile; Q1 è il 25-esimo percentile; Q3 è il 75-esimo percentile.



Calcolo dei percentili

Insieme di dati di n elementi. Per calcolare il 32-esimo percentile:

- ordino i valori dal più piccolo al più grande
- chiamo $p = 32/100$; calcolo $p \times n = 0,32 n$
- Se $p \times n$ non è un intero determino il più piccolo intero maggiore di $p \times n$. Il 32-esimo percentile è il valore che occupa questa posizione.
- Se $p \times n$ è un intero il 32-esimo percentile è la media dei valori nelle posizioni $p \times n$ e $(p \times n) + 1$



Esempio

I miei dati: 34, 76, 21, 50, 61, 67, 19

$n=7$ valori. Per calcolare il 30-esimo percentile:

- Ordino i valori dal più piccolo al più grande

19, 21, 34, 50, 61, 67, 76

- chiamo $p=30/100=0,3$; calcolo $p \times n = 0,3 \times 7 = 2,1$
- 2,1 non è un intero; $2,1 < 3 \Rightarrow$ scelgo il dato che occupa il posto 3

Il 30-esimo percentile è il valore che occupa la posizione 3, quindi il valore 34



Decili campionari

I decili sono quei valori che dividono i valori ordinati dei dati in 10 gruppi di uguale numerosità.

Esempio: il terzo decile è il valore maggiore o uguale di almeno i $3/10$ dei valori dei dati ed è minore o uguale di almeno i $7/10$ dei valori dei dati (ha "alla sua sinistra" i $3/10$ dei valori)

Osservazione.

Il terzo decile corrisponde al 30 percentile ($3/10=30/100$)



Percentili campionari

A quale percentile corrisponde un particolare valore di un insieme di dati?

Esempio: altezze in cm di un campione di 11 ballerine di una classe di danza

162 163 163 164 165 165 166 166 167 **168** 169

A quale percentile corrisponde il valore 168?

- Si trova nella decima posizione, quindi è maggiore o uguale di 10 valori (i 9 valori alla sua sinistra + sé stesso) => è maggiore o uguale dei $10/11$ dei dati. $10/11=0,91$
- É minore o uguale di 1 dato (il dato alla sua destra)
=> è minore o uguale di $1/11$ dei dati (9 %)
Corrisponde al 91-esimo percentile



Percentili campionari

Tabella delle frequenze per le altezze (cm) di 11 ballerine

Altezza	frequenza	frequenza relat.	freq rel cum.
162	1	1/11	1/11 (9 %)
163	2	2/11	3/11 (27 %)
164	1	1/11	4/11 (36 %)
165	2	2/11	6/11 (54 %)
166	2	2/11	8/11 (73 %)
167	1	1/11	9/11 (81 %)
168	1	1/11	10/11 (91 %)
169	1	1/11	11/11 (100 %)



Percentili campionari

Tabella delle frequenze per le altezze (cm) di 11 ballerine

Altezza	frequenza	frequenza relat.	freq rel cum.
162	1	1/11	1/11 (9 %)
163	2	2/11	3/11 (27 %)
164	1	1/11	4/11 (36 %)
165	2	2/11	6/11 (54 %)
166	2	2/11	8/11 (73 %)
167	1	1/11	9/11 (81 %)
168	1	1/11	10/11 (91 %)
169	1	1/11	11/11 (100 %)



Esempio

- Livelli di cotinina nella saliva (nmol/l) dopo aver fumato

nmol/l	freq.	freq. rel. %	freq. rel. cumulata
18	1	14,29	14,29
33	1	14,29	28,57
58	1	14,29	42,86
67	1	14,29	57,14
73	1	14,29	71,43
93	1	14,29	85,71
147	1	14,29	100,00



Esempio

Verifica: calcolo il 28-esimo percentile di 7 valori ordinati dal più piccolo al più grande ($n=7$)

$$p=28/100=0,28 ; \quad p \times n = 0,28 \times 7 = 1,96$$

1,96 non è un intero; prendo il più piccolo intero maggiore di 1,96

$$1,96 < 2$$

Il 28-esimo percentile è il valore che occupa la seconda posizione

