(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

ESITI POSSIBILI NEL LANCIO DI DUE DADI (X_1,X_2)

36 casi favorevoli e SE IL DADO NON E' TRUCCATO OVVERO E' BEN EQUILIBRATO

POSSIAMO PENSARE CHE SIANO EQUIPROBABILI E QUINDI $P((X_1,X_2)= (i_1,j_2)) = 1/36$

SOMMA NEL LANCIO DI DUE DADI

(1,1) **2**	**(1,2)** **3**	**(1,3)** **4**	**(1,4)** **5**	**(1,5)** **6**	**(1,6)** **7**
(2,1) **3**	**(2,2)** **4**	**(2,3)** **5**	**(2,4)** **6**	**(2,5)** **7**	**(2,6)** **8**
(3,1) **4**	**(3,2)** **5**	**(3,3)** **6**	**(3,4)** **7**	**(3,5)** **8**	**(3,6)** **9**
(4,1) **5**	**(4,2)** **6**	**(4,3)** **7**	**(4,4)** **8**	**(4,5)** **9**	**(4,6)** **10**
(5,1) **6**	**(5,2)** **7**	**(5,3)** **8**	**(5,4)** **9**	**(5,5)** **10**	**(5,6)** **11**
(6,1) **7**	**(6,2)** **8**	**(6,3)** **9**	**(6,4)** **10**	**(6,5)** **11**	**(6,6)** **12**

da cui per X_1+X_2 SI HA

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

dove $p_i=P(\{X_1+X_2 =i\})$

SI NOTI CHE I CASI POSSIBILI per X_1+X_2 NON SONO EQUIPROBABILI

SPIEGAZIONE

$X_1+X_2 = 2$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,1)$

$X_1+X_2 = 3$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,2)$ oppure $(X_1,X_2)=(2,1)$

$X_1+X_2 = 4$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,3)$ oppure $(X_1,X_2)=(2,2)$ oppure $(X_1,X_2)=(3,1)$

$X_1+X_2 = 5$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,4)$ oppure $(X_1,X_2)=(2,3)$ oppure $(X_1,X_2)=(3,2)$ oppure $(X_1,X_2)=(4,1)$

$X_1+X_2 = 6$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,5)$ oppure $(X_1,X_2)=(2,4)$ oppure $(X_1,X_2)=(3,3)$ oppure $(X_1,X_2)=(4,2)$ oppure $(X_1,X_2)=(5,1)$

$X_1+X_2 = 7$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(1,6)$ oppure $(X_1,X_2)=(2,5)$ oppure $(X_1,X_2)=(3,4)$ oppure $(X_1,X_2)=(4,3)$ oppure $(X_1,X_2)=(5,2)$ oppure $(X_1,X_2)=(6,1)$

$X_1+X_2 = 8$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(2,6)$ oppure $(X_1,X_2)=(3,5)$ oppure $(X_1,X_2)=(4,4)$ oppure $(X_1,X_2)=(5,3)$ oppure $(X_1,X_2)=(6,2)$

$X_1+X_2 = 9$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(3,6)$ oppure $(X_1,X_2)=(4,5)$ oppure $(X_1,X_2)=(5,4)$ oppure $(X_1,X_2)=(6,3)$

$X_1+X_2 = 10$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(4,6)$ oppure $(X_1,X_2)=(5,5)$ oppure $(X_1,X_2)=(6,4)$

$X_1+X_2 = 11$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(5,6)$ oppure $(X_1,X_2)=(6,5)$

$X_1+X_2 = 12$ SE E SOLO SE

$(X_1,X_2)=(6,6)$

PROBABILITA' CONDIZIONATE

$P(\{X_1=1\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 0$

$P(\{X_1=2\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 0$

$P(\{X_1=3\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 1/4$

$P(\{X_1=4\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 1/4$

$P(\{X_1=5\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 1/4$

$P(\{X_1=6\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 1/4$

INFATTI SONO POSSIBILI SOLO I CASI EVIDENZIATI IN GIALLO

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Del resto

$P(\{X_1=1\}|\{X_1+X_2 = 9\})$= $P(\{X_1=1\}$intersezione $\{X_1+X_2 = 9\})/ \{X_1+X_2 = 9\})$

= P(insieme vuoto)/ $\{X_1+X_2 = 9\})= 0$

E similmente $P(\{X_1=2\}|\{X_1+X_2 = 9\}) = 0$

$P(\{X_1=3\}|\{X_1+X_2 = 9\})$ = $P(\{X_1=3\}$intersezione$\{X_1+X_2 = 9\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$

= $P(\{X_1=3\}$intersezione$\{X_2= 6\})/P(\{X_1+X_2 = 9\}) = (1/36)/(4/36) = 1/4$

$P(\{X_1=4\}|\{X_1+X_2 = 9\})$ = $P(\{X_1=4\}$intersezione$\{X_1+X_2 = 9\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$

= $P(\{X_1=4\}$intersezione$\{X_2= 6\})/P(\{X_1+X_2 = 9\}) = (1/36)/(4/36) = 1/4$

$P(\{X_1=5\}|\{X_1+X_2 = 9\})$ = $P(\{X_1=5\}$"intersezione"$\{X_1+X_2 = 9\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$

= $P(\{X_1=5\}$"intersezione"$\{X_2= 4\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$ = (1/36)/(4/36) = 1/4

$P(\{X_1=6\}|\{X_1+X_2 = 9\})$ = $P(\{X_1=6\}$intersezione$\{X_1+X_2 = 9\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$

= $P(\{X_1=6\}$"intersezione"$\{X_2= 3\})/P(\{X_1+X_2 = 9\})$ = (1/36)/(4/36) = 1/4

PROBLEMA:Si lanciano due dadi ben equilibrati. Calcolare la probabilità che esca almeno un 6

PRIMA SOLUZIONE:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Posto E={esce almeno un sei} P(E)=|E|/36 =11/36 (i casi favorevoli ad E sono evidenziati in giallo)

SECONDA SOLUZIONE

Considerando che

E^c={escono solo numeri minori o uguali a 5 } ={escono solo numeri strettamente minori di 6 } = $\{X_1 <6, X_2<6\}$

è facile capire che $|E^c|=5*5=25$ e quindi $P(E^c)=5^2/6^2$. Quindi $P(E)=1- P(E^c)=1-(5^2/6^2)=1-(25/36)= (35-25)/36=11/36$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

I casi evidenziati in celeste sono i casi favorevoli a E^c.

TERZA SOLUZIONE

posto $E_1=\{X_1=6\}$ ed $E_2=\{X_2=6\}$

$E= \{X_1=6$ OPPURE $X_2=6\} = E_1$ "unione" E_2

QUINDI

$P(E)=P(E_1$ "unione" $E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1$ "intersezione" $E_2)$

Chiaramente

$P(E_1) = P(E_2) = 1/6$ mentre , essendo E_1 "intersezione" $E_2 = \{X_1=6$ e $X_2=6\} = \{(6,6)\}$, da cui $P(E_1$ "intersezione" $E_2) = 1/36$

In conclusione

$P(E)=P(E_1$ "unione" $E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1$ "intersezione" $E_2) = (1/6)+(1/6) -(1/36)= (6+6-1)/36=11/36$