



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
INGEGNERIA DELLE NANOTECNOLOGIE**

Bilanci di materia, energia e popolazione

PROF. MARCO STOLLER

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CHIMICA MATERIALI AMBIENTE

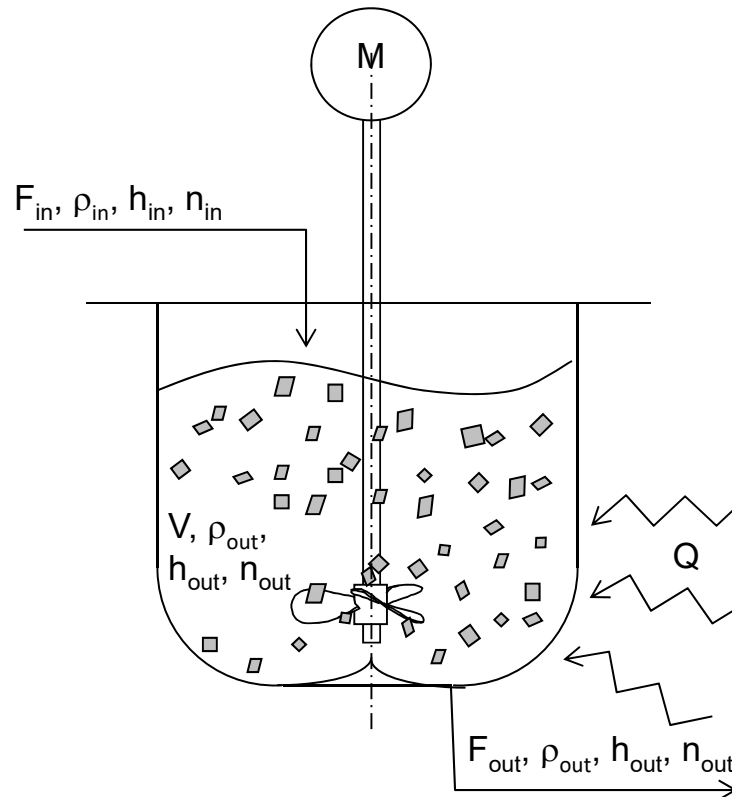
PIANO 2 -UFFICIO 204b

TEL: +390644585580

MARCO.STOLLER@UNIROMA1.IT

Equazioni

- Classicamente, I bilanci coinvolti per ogni apparecchiatura sono di materia e di energia.
- Nel caso della cristallizzazione, si aggiunge il bilancio della popolazione del solido
- I bilanci verranno visti per un cristallizzatore di tipo MSMPR (Mixed suspension mixed product removal)



Equazioni

- Bilancio di materia:

$$F_{in} = F_{out} \quad \rho_c \frac{dV}{dt} = F_{in} \cdot \rho_{in} - F_{out} \cdot \rho_{out}$$

Dove la massa dei cristalli $M = \rho_c V$

- Bilancio di energia (entalpico):

$$H_{feed} - H_{slurry} - Q_{raffreddamento} + Q_{cristallizzazione} = 0$$

$$V\rho c_p \frac{d(T)}{dt} = F_{in} \cdot \rho_{in} \cdot h_{in} - F_{out} \cdot \rho_{out} \cdot h_{out} + Q$$

Dove Q è il calore esterno, h entalpia specifica. Il calore di cristallizzazione è trascurato in caso di reattori adiabatici.

Equazioni

- **Bilancio di popolazione** per una classe dimensionale:

$$F_{in} n_{in} \Delta L \Delta t + V n_{in} G_{in} \Delta t = F_{out} n_{out} \Delta L \Delta t + V n_{out} G_{out} \Delta t$$

Ingresso cristalli
in classe
con la portata

Ingresso
cristalli in
classe
mediante
acrescimento

Uscita cristalli
dalla classe
con la portata

Uscita
cristalli dalla
classe
mediante
acrescimento

→ Eliminando Δt :

$$V (G_{out} n_{out} - G_{in} n_{in}) = (F_{in} n_{in} - F_{out} n_{out}) \Delta L$$

→ Passando alle differenze infinitesimali:

$$V d(G n)/dL = F_{in} n_{in} - F_{out} n_{out}$$

Equazioni

Ponendo $V/F = \tau$ e ritenendo G costante in dL si ottiene:

$$G \tau \left(\frac{dn}{dL} \right) + n = 0$$

Integrando:

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = - \int_0^L \frac{dL}{\tau \cdot G}$$

Formazione di cristalliti
($L \rightarrow 0$) pari a B_0

Si ottiene:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{L}{\tau \cdot G}}$$

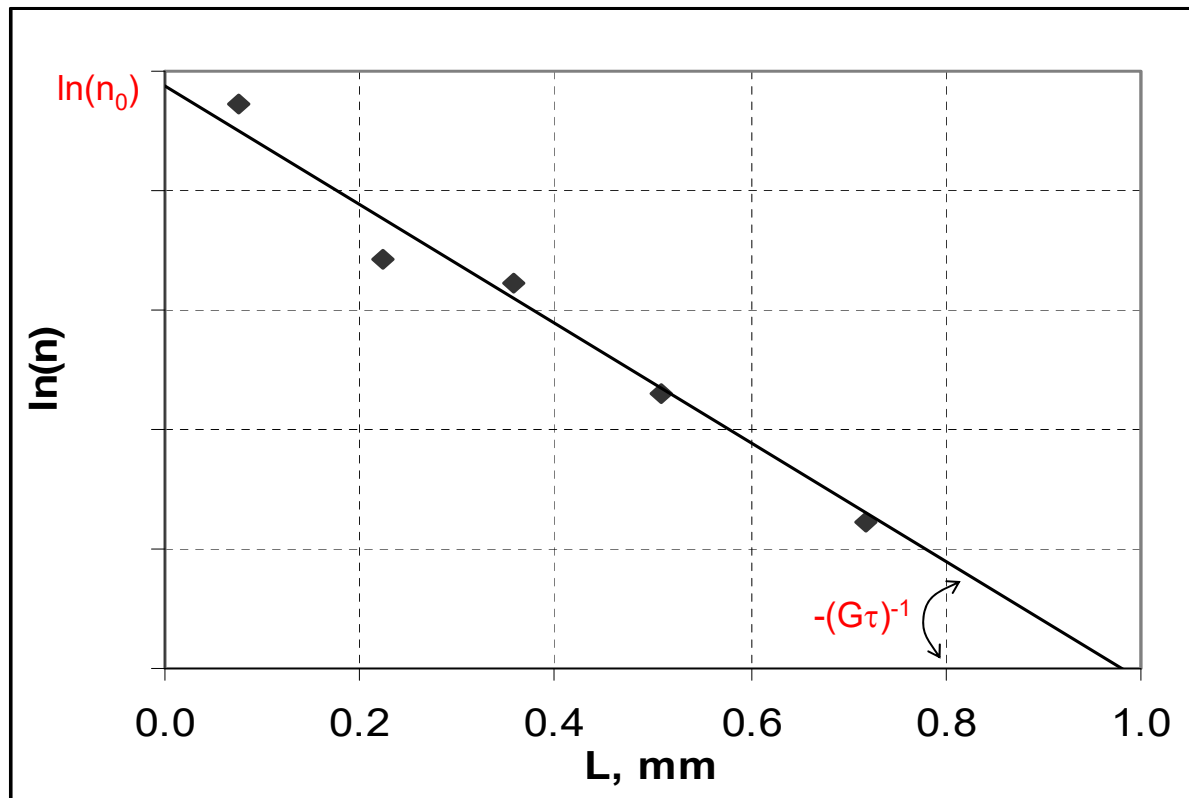
dove

$$n_0 = \frac{B_0}{G_0}$$

Bilancio di popolazione

- Passando ad una rappresentazione semi-logaritmica:

$$\ln(n) = \ln\left(\frac{B_0}{G}\right) - \frac{1}{\tau \cdot G} \cdot L$$



Bilancio di popolazione

$$M_T = \rho_S k_V M_3 = 6 \rho_S k_V n_0 (G \tau)^4$$

$$L_d = \frac{M_4}{M_3} = 3 (G \tau)^3$$

50% della distribuzione granulometrica
cumulativa

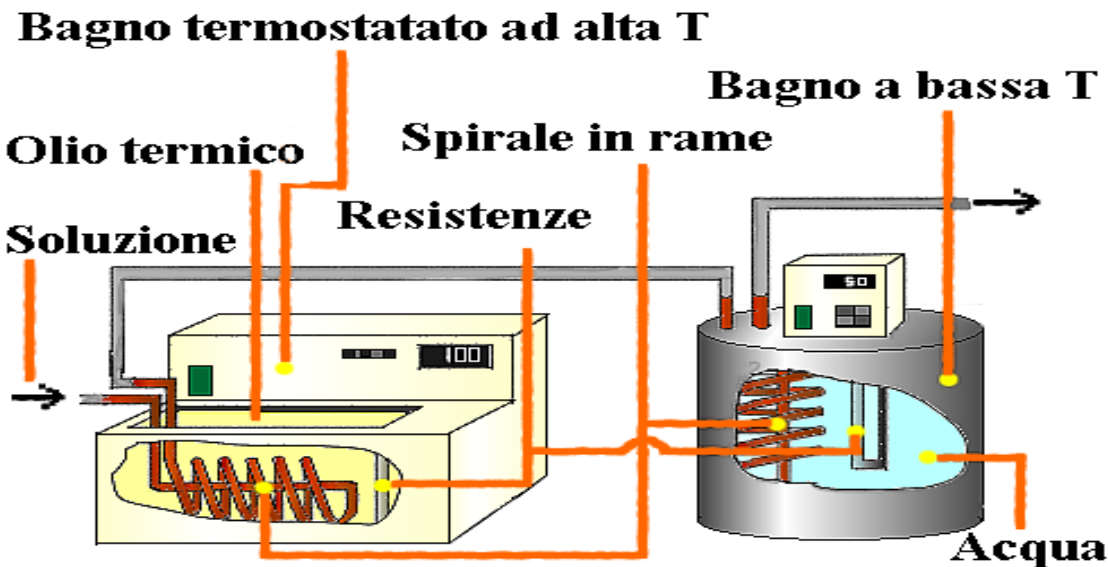
$$L_a = 3.67 (G \tau)$$

dimensione media ponderale

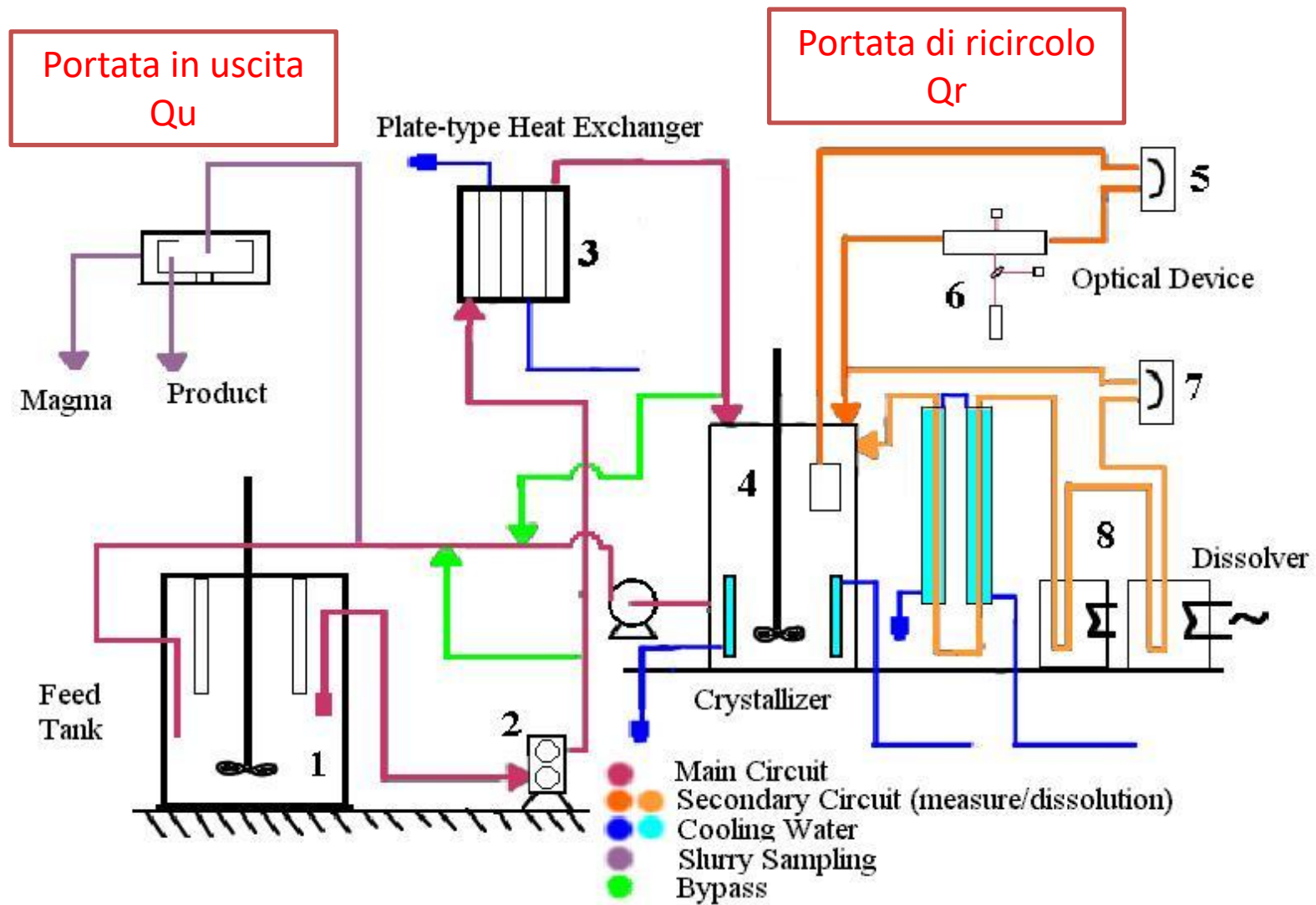
Caso particolare: rimozione dei fini

- E' possibile rimuovere i cristalli più fini, che hanno dimensione inferiore a quello di un sistema filtrante L_C , per promuovere la crescita dei cristalli più grandi e controllare meglio la dimensione media prodotta.
- In questo caso, i fini vengono prelevati dal cristallizzatore ed eliminati mediante un circuito di dissoluzione rappresentato qui sotto.

Circuito di dissoluzione dei fini



Caso particolare: rimozione dei fini



Caso particolare: rimozione dei fini

- Il bilancio di popolazione verrà applicato ai due casi, quando L è minore o maggiore di L_C :

– I tempi di residenza per le due popolazione sono quindi:

- per i cristalli fini $\tau_F = V / (Q_R + Q_U)$

- per i cristalli grossi $\tau_P = V / Q_U$

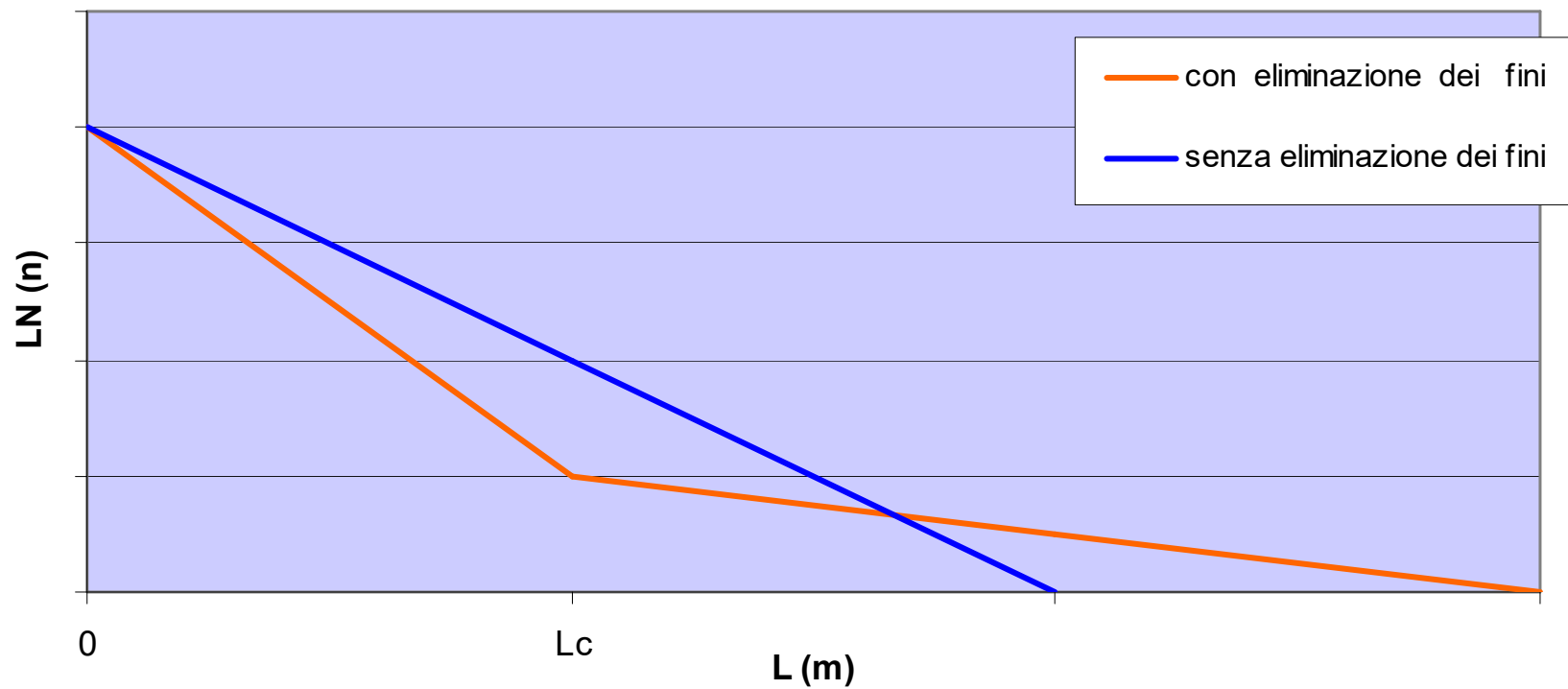
- Si ottiene:

– $n_F = n_0 \exp(-L/G \tau_F)$ per $L < L_C$

– $n = n_0 \exp(-L_C/G \tau_F) \exp(-L/G \tau_P)$ per $L \geq L_C$

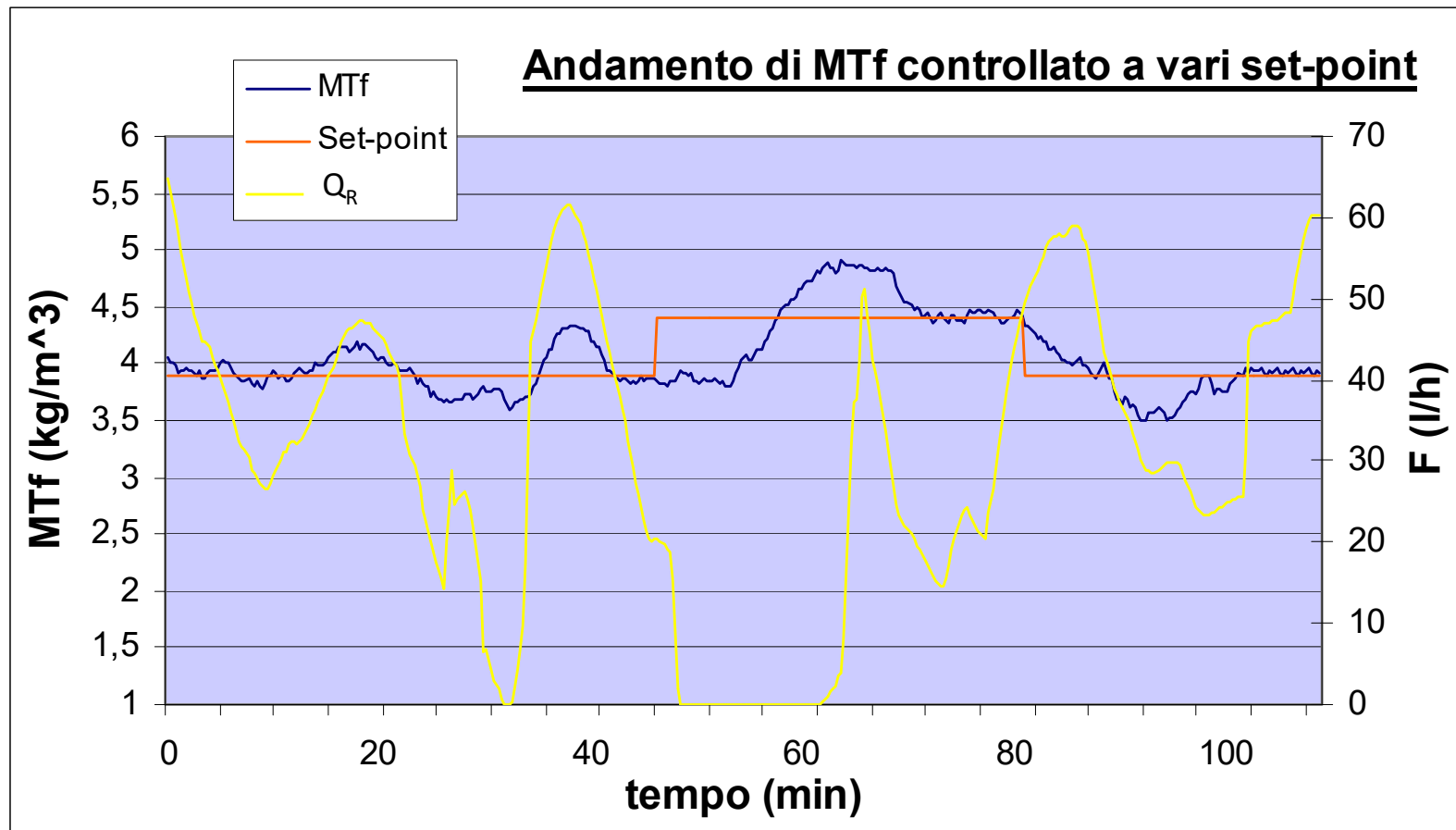
Caso particolare: rimozione dei fini

Distribuzione granulometrica con o senza eliminazione dei fini



Caso particolare: rimozione dei fini

- Il controllo del sistema risulta asimmetrico: una medesima variazione percentuale a gradino verso una direzione piuttosto che un'altra del set-point della magma density mostra variazioni della variabile controllata (Q_R) diverse. Esiste un ritardo intrinseco per aumenti della MTF che non sussiste quando viene abbassata.
- Problema di tuning del PID!



Caso particolare: nucleazione secondaria

- In caso di nucleazione secondaria non trascurabile, l'equazione di bilancio della popolazione diventa:

$$\frac{dn_{out}(L)}{dt} = -\frac{d(Gn_{out})}{dL} + \frac{F_{in}}{V} \cdot n_{in}(L) - \frac{F_{out}}{V} \cdot n_{out}(L) + b(L) - d(L)$$