

Dispense del Corso di Disegno, tenuto da Riccardo Migliari
nella Facoltà di Architettura 'Ludovico Quaroni' della 'Sapienza' Università di Roma
nell'Anno Accademico 2009 -2010

La prospettiva

e i suoi strumenti teorici e tecnici



Primi passi verso la prospettiva di un oggetto che non esiste

Il reticolo di Dürer, insieme alle osservazioni empiriche che abbiamo proposto, sarebbe di per sé sufficiente per tracciare la prospettiva di un qualsiasi spazio reale, ma, come abbiamo detto, l'applicazione più intrigante della prospettiva è un'altra: rappresentare uno spazio che non esiste nella realtà, ma nella mente di chi lo ha immaginato.

Per far questo, bisogna rimuovere la macchina di Dürer, e servirsi unicamente del foglio da disegno e della matita.

Nella nostra precedente esperienza, il reticolo e la carta, erano, di fatto, la stessa cosa: un supporto sul quale proiettare gli oggetti osservati (fig. 2.1). Chiameremo questo supporto: *piano di quadro* e sarà contrassegnato sempre dal simbolo π' (leggi pi greco primo). Nella macchina di Dürer il piano di quadro, cioè il reticolo, e l'occhio, che indicheremo con il punto O' , sono rigidamente associati per mezzo del mirino. Possiamo stabilire un'associazione simile anche tra il disegno e l'occhio di chi esegue e poi osserva una prospettiva illusoria.

Immaginiamo di condurre per l'occhio una retta perpendicolare al foglio da disegno, cioè al piano di quadro: il punto in cui questa retta incontra il quadro, cioè il piede della perpendicolare, si chiamerà *punto principale* e lo individueremo sempre con il simbolo O° (leggi O con zero). Naturalmente, se il mirino è ben centrato rispetto al reticolo, il punto principale O° si troverà esattamente al centro del foglio, ma se, come accade nel disegno qui riprodotto, questo centraggio non è accurato, il punto principale potrà assumere altre posizioni. Nel nostro disegno, ad esempio, è prossimo al punto $I'a$.

La distanza dell'occhio dal punto principale, ovvero la lunghezza del segmento $O'O^\circ$ si chiama *distanza principale* o *lunghezza focale* della prospettiva.

Disegniamo ora il cerchio che ha centro nel punto principale e raggio pari alla distanza dell'occhio dal quadro: chiameremo questo cerchio, *cerchio di distanza*.

È evidente che, grazie al cerchio di distanza, potremo sempre ricostruire la posizione dell'occhio rispetto al piano di quadro, così come nella macchina di Dürer era sempre possibile ritrovare la posizione dell'occhio rispetto al reticolo, grazie al mirino ben fis-



Fig. 2.1 Il piano di quadro, nel reticolo di Dürer è la rete dei fili, nel disegno è il foglio di carta.

sato davanti al telaio. Per questa ragione, il cerchio di distanza dovrà sempre far parte, della nostra prospettiva; non occorre che sia disegnato per intero, è sufficiente segnare il centro e tracciare un arco, più o meno ampio, come è consentito dalle dimensioni del foglio.

D'ora in avanti, chiameremo il punto O' , dal quale l'occhio osserva lo spazio, il reticolo, e la prospettiva, *centro di proiezione*.

Si noti che O' è un punto che si trova nello spazio, non sulla prospettiva, e perciò potrà figurare solo su disegni che rappresentano, da un punto di vista esterno, quello che stiamo facendo. Sulla prospettiva è ben marcato, invece, il punto principale O^o che, come abbiamo detto, è il piede della perpendicolare condotta da O' al quadro.

L'operazione di proiezione e sezione di un punto dello spazio

Quando abbiamo osservato lo spazio attraverso il reticolo di Dürer, ponendo l'occhio al mirino, abbiamo collimato punti caratteristici dell'oggetto osservato con punti della prospettiva. Per comprendere meglio questo concetto, supponiamo che un punto P dello spazio abbia come immagine, nel reticolo, un punto che cade esattamente all'incrocio di due fili (fig. 2.2): chiameremo questo punto immagine P' (leggi P primo), dove l'indice 'primo' indica appunto che si tratta di un punto della prospettiva e non del corrispondente punto reale.

In questo caso è immediato segnare P' su foglio da disegno e lo si può fare con precisione. I tre punti O' , P' e P sono allineati su una retta e perciò collimano. Il punto P' si chiama semplicemente *immagine o proiezione* di P .

Possiamo ora definire la proiezione geometrica di un punto P dello spazio, su un piano di quadro π' , da un centro di proiezione O' :

proiettare P da O' su π' significa costruire la retta $O'P$ e la sua intersezione P' con π' .



Fig. 2.2 I punti dello spazio, come P , e le loro prospettive, come P' , sono allineati con il centro di proiezione O' che si trova nello spazio davanti al quadro e può essere ricostruito per mezzo del cerchio di distanza.

La veduta vincolata

E' evidente che, ponendo l'occhio in O' e osservando il punto P' si avrà l'impressione di vedere P nello spazio, perché i tre punti saranno allineati, e così per tutti gli altri punti dello spazio la cui immagine sia stata correttamente costruita, e su questo semplice principio si fonda il potere illusorio della prospettiva. Quando poniamo il nostro occhio in O' , ricostruendone la posizione a mezzo del cerchio di distanza, si dice che osserviamo la prospettiva in *veduta vincolata*.

E' lecito chiedersi: quando poniamo l'occhio in O' , possiamo ruotare lo sguardo a destra, a sinistra, in alto e in basso per osservare meglio la scena? Possiamo osservare la prospettiva da un altro punto, che non sia O' , e con quali effetti? La risposta alla prima domanda è affermativa, come ognuno può verificare nell'esperienza del reticolo di Dürer: se ruotiamo lo sguardo, non viene meno la collimazione di P con P' . La risposta alla seconda domanda, invece, è più articolata e merita una discussione approfondita che sarà fatta più avanti. Piccoli spostamenti non influiscono sul potere illusorio della prospettiva, mentre grandi spostamenti producono distorsioni che si chiamano *deformazioni apparenti*. Naturalmente gli aggettivi piccolo e grande sono sempre relativi alle dimensioni del quadro e anche alla distanza principale. Per questo motivo, grandi prospettive, come quelle affrescate su intere pareti (fig. 2.3), creano una illusione più potente di quella creata da piccole prospettive, come quelle tracciate su un foglio di carta.



Fig. 2.3 La parete Est della Sala delle prospettive, affrescata da Baldassarre Peruzzi, alla Farnesina in Roma, tra il 1509 e il

L'angolo di campo

Si chiama *angolo di campo* l'angolo sotteso nell'occhio dai limiti della prospettiva. Questo angolo misura l'ampiezza dello spazio osservato.

I limiti della prospettiva sono i bordi del foglio da disegno, quelli di una fotografia o anche i bordi dello schermo al cinema, sul computer, o sulla stampa di un *rendering* o anche i limiti del boccascena a teatro. Ora è chiaro che l'angolo di campo si può misurare rispetto a tutti questi limiti e, se essi delimitano un rettangolo, come di solito avviene, si può misurare sul piano proiettante orizzontale, sul piano proiettante verticale o anche sui due piani proiettanti diagonali.

L'angolo di campo dipende da due valori: la distanza principale o lunghezza focale (**f**), di cui si è detto, e la distanza dei limiti (**d**). Supponiamo, ad esempio, che il formato della prospettiva sia 40 per 30 cm e che la distanza focale eguale a 50 cm, si possono, in tal caso, misurare i seguenti angoli di campo:

angolo di campo orizzontale: circa 43 gradi;

angolo di campo verticale: circa 33 gradi;

angolo di campo diagonale: circa 53 gradi.

La semplice formula che fornisce questi valori è:

$$\alpha = 2 \arctg (d/2) / f$$

dove α è l'angolo di campo,

d è la distanza tra i limiti (40, 30 o 50 nell'esempio precedente),

f la distanza focale.

In fotografia, si usa il terzo valore, quello misurato sulla diagonale. Consideriamo i limiti caratteristici del formato Leica, quello delle più diffuse macchine analogiche, che misura 36 per 24 mm, e supponiamo di montare un obiettivo che abbia una lunghezza focale di 21 mm; in tal caso l'angolo di campo sarebbe pari a:

$$\alpha = 2 \arctg (43.26/2) / 21 = 90.35 \text{ gradi sessadecimali.}$$

Ma, se la nostra è una macchina digitale, che monta un sensore di 27 per 18 mm, il medesimo obiettivo coprirà un angolo di 75 gradi circa e avrà l'effetto che, nel formato Leica, si ottiene con una focale più lunga.

Nella prospettiva, il cerchio di distanza racchiude un angolo di campo di 90° esatti, infatti il raggio è, per costruzione, eguale alla distanza principale che è la lunghezza focale della prospettiva. Secondo alcuni sarebbe opportuno limitare questo angolo a 60 gradi, per evitare deformazioni e perché questo sarebbe l'angolo visuale dell'occhio umano che guarda fisso in un punto.

Si tratta di affermazioni senza fondamento scientifico. L'angolo di campo coperto dagli occhi di un uomo è vicino a 180 gradi, benché la visione distinta sia limitata ad una zona molto più piccola, la *fovea centralis*¹. Inoltre, come si è detto, l'occhio può ruotare liberamente nella veduta vincolata e perciò, in teoria, è possibile superare ampiamente il limite del cerchio di distanza.

E' però evidente che non si può costringere un qualsiasi spettatore ad assumere la veduta vincolata e questa è l'unica ragione che può indurre a limitare l'angolo di campo in modo da evitare deformazioni apparenti eccessive, quando la prospettiva viene osservata da un punto lontano dal centro di proiezione. Anzi, questi effetti dovuti alla dislocazione dell'occhio sono sapientemente utilizzati in certi disegni e pitture, dette anamorfosi, il cui significato riesce evidente solo a chi conosca la posizione giusta per osservarle.

La veduta vincolata o, meglio una veduta prossima a quella corretta, è utilizzata inoltre, ogni volta che si desidera indurre nell'osservatore la sensazione di essere completamente immerso nello spazio rappresentato: così, ad esempio, nelle proiezioni che fanno uso di schermi avvolgenti o panoramici.

Come si costruisce la prospettiva di una retta

Riprendiamo la macchina di Dürer per un altro esperimento: sistemiamola in uno spazio di piccole dimensioni, come la stanza nella quale lavoriamo e disegniamo la prospettiva con l'aiuto del reticolo (vedi l'immagine in copertina).

Supponiamo ora di applicare il disegno a una lastra di vetro grande quanto la stanza esattamente nella posizione occupata dal reticolo e chiediamoci: che relazione hanno gli spigoli delle pareti e degli arredi che abbiamo disegnato, con le relative immagini prospettiche?

¹ L'occhio di una persona sana ha un angolo di campo che misura almeno 150° in orizzontale (90 dal lato della tempia e 60 da quello del naso) e 120° in senso verticale (55° in basso, 65° in alto) - Cfr. La nuova enciclopedia delle scienze, Garzanti, Milano 1988.

Sulla fisiologia e psicologia della percezione visiva vedi R. L. Gregory, *Occhio e cervello*, Il Saggiatore, Milano 1966

Fig. 2.4 (alto) La prospettiva di una retta, che incontra il quadro in un punto, passa per il punto che una parallela alla retta stessa, condotta per il centro di proiezione, ha in comune con il quadro: questo punto si chiama *fuga* della retta.

Fig. 2.5 (basso) La prospettiva di una retta, che incontra il quadro in un punto, passa per il punto che una parallela alla retta stessa, condotta per il centro di proiezione, ha in comune con il quadro: questo punto si chiama *fuga* della retta.

E' facile osservare, innanzitutto, che le rette oggettive, quelle reali, e le rispettive prospettive, opportunamente estese, si incontrano sulla lastra di vetro, nei punti $T'a$, $T'b$, $T'c$ (fig. 2.4). Chiameremo questi punti *tracce* delle rette a , b , c (leggi T primo a, etc). A ben vedere potevamo ben aspettarci questo risultato: infatti abbiamo detto che un punto qualsiasi P dello spazio e la sua prospettiva P sono sempre allineati con il centro di proiezione O' , ma dato che le prospettive dei punti stanno tutte sul quadro π' , è chiaro che il punto T , che una retta oggettiva ha in comune con il piano di quadro, ha come prospettiva un punto T' coincidente con T .

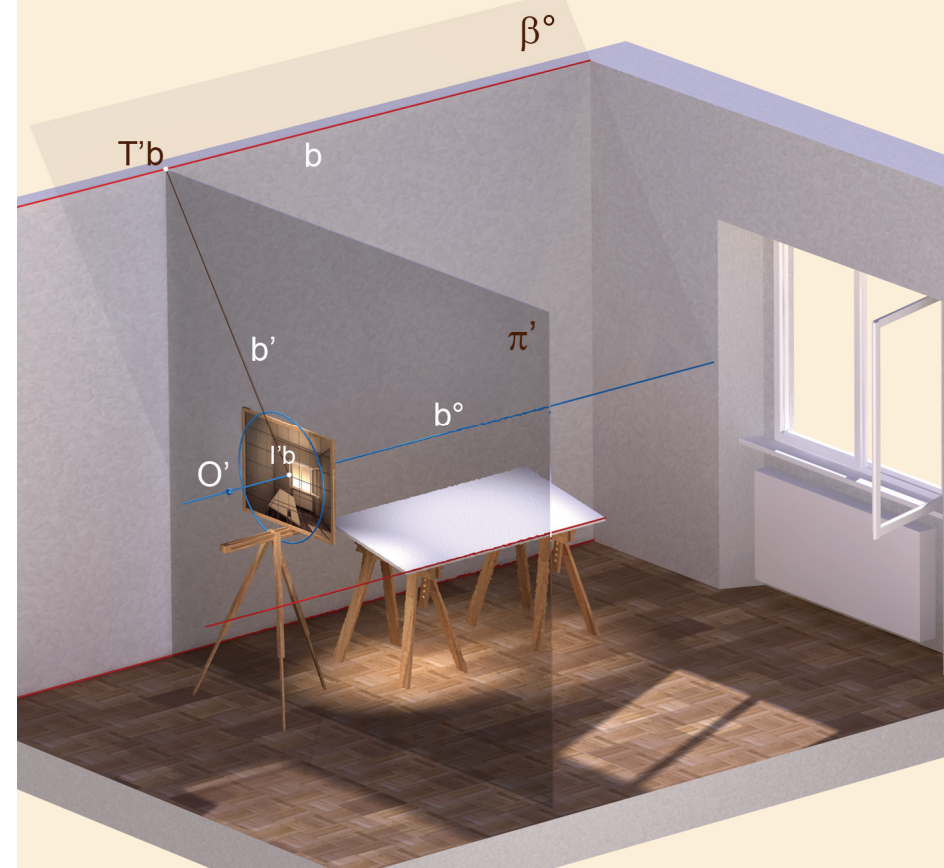
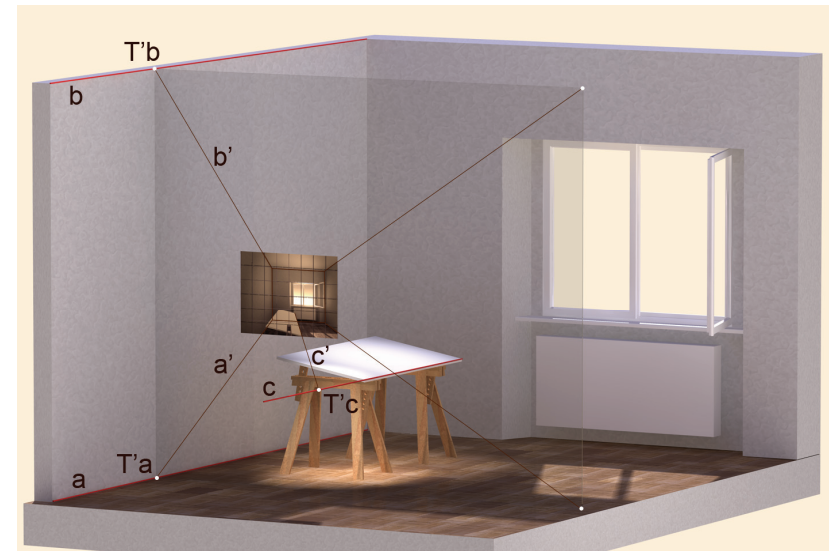
Tuttavia è anche evidente che questi punti, che abbiamo chiamato *tracce*, si possono utilizzare nel disegno solo se dispone di un foglio abbastanza grande, ad esempio come una intera parete, e ciò, evidentemente, è possibile solo in situazioni molto particolari, come quelle della pittura quadraturista¹.

Osserviamo ancora (fig. 2.5) che una retta oggettiva, come lo spigolo b , e la sua prospettiva b' , avendo in comune il punto $T'b$, individuano un piano β° (leggi beta con zero) e che questo piano passa per il centro di proiezione O' , dato che, come abbiamo detto più volte, tutti i punti oggettivi e le prospettive relative ad ognuno di essi sono allineati con O' . Un piano come β° si dice *proiettante*, perché appartiene al centro di proiezione. Ebbene, sul piano suddetto si troverà anche una retta b° , proiettante e parallela alla retta b . Questa retta incontra il piano di quadro nel punto di fuga $l'b$ della retta b , cioè nel punto in cui concorre la prospettiva b' di b come anche la prospettiva di tutte le rette che hanno la medesima di direzione di b , e cioè le sono parallele.

Si noti che, nel caso che stiamo esaminando, il punto di fuga $l'b$ coincide con il punto principale O° : ciò accade perché lo spigolo b è perpendicolare al quadro π' , così come, per costruzione, è perpendicolare al quadro la retta $O'O^\circ$.

Tuttavia, ogni altra retta r dello spazio, che incontra il quadro, e la sua prospettiva r' sono legate dalle medesime relazioni: r' passa per $T'r$ e per $l'r$, cioè per la traccia e per la fuga ed è, r' , la retta intersezione con il quadro del piano proiettante r , individuato dalla retta stessa e dalla retta proiettante che le è parallela, r° .

Dunque, per costruire la prospettiva di una retta, basta conoscere due punti che le appartengono: la traccia T' e la fuga l' . La prima è data dalla forma degli oggetti che dobbiamo disegnare, la seconda si trova conducendo per l'occhio, O' , una retta parallela alla retta di



¹ Il quadraturismo è l'arte di dipingere sulle pareti di una sala prospettive che simulano una estensione dello spazio racchiuso o 'sfondamento'. Spesso le prospettive sono riferite tutte ad un unico punto di vista, come nel caso della sala affrescata dal Peruzzi (vedi fig. 2.3) e creano potenti effetti illusionistici. Vedi AA.VV., *La costruzione dell'architettura illusoria*, a cura di R. Migliari, Gangemi, Roma

cui si vuole la prospettiva e trovando il punto in cui questa retta incontra il quadro.

Possiamo anche dire che la prospettiva di una retta r è determinata dalla parallela r° , condotta per il centro di proiezione, le due rette, infatti, individuano il piano proiettante che taglia il quadro secondo la prospettiva r' .

