

Corso di disegno

Riccardo Migliari

2015 - 2016

Indice

1	Prolusione	1
1.1	Il disegno come tramite tra il pensiero e la realtà	1
1.2	Il disegno dell'architettura	3
2	Lezione 2	7
2.1	I mattoni del modello: fondamenti di geometria elementare e prime costruzioni grafiche.	7
3	Lezione 3	9
3.1	Un approccio teorico: l'operazione di proiezione e sezione.	9
4	Lezione 4	11
4.1	Un approccio pratico: l'impostazione diretta della prospettiva frontale	11
4.2	Alcune esempi tratti da vecchi lavori degli studenti	14
5	Lezione 5	17
5.1	Sintesi di alcuni concetti fondamentali	17
5.2	Completamento della macchina prospettica	18
5.3	La costruzione della prospettiva di rette del geometrale oblique rispetto al quadro	19
5.4	La rappresentazione del piano	20

5.5	La ricostruzione nello spazio di rette e piani, data la loro prospettiva	21
5.6	La misura dei segmenti che appartengono a rette perpendicolari al quadro	22
5.7	Conclusioni di carattere generale	23
6	Lezione 6	25
6.1	L'impostazione diretta della prospettiva d'angolo	25
7	Lezione 7	29
7.1	29
8	Lezione 8	31
8.1	31
9	Apparati	33
9.1	Alcune costruzioni graigifiche elementari	33
9.2	La veduta vincolata	33
9.3	Unicità della prospettiva	33
9.4	La polemica di Panofsky contro la prospettiva 'legittima'	33
9.5	L'anamorfosi	33
9.6	La prospettiva solida	33
9.7	Pagine di storia	33

Capitolo 1

Prolusione

1.1 Il disegno come tramite tra il pensiero e la realtà

Il 'disegno', negli studi e nella pratica dell'architettura, ha due modi diversi di operare: quello che parte dalla realtà per arrivare alla sua rappresentazione attraverso il pensiero, e quello che parte dal pensiero per arrivare alla rappresentazione, che si concretizza nella realtà costruita.

Questi due modi si possono assimilare ai diversi percorsi che ammette il ciclo realtà/pensiero/disegno, variando il punto di partenza, e cioè:

- dalla realtà, attraverso il pensiero, per arrivare al disegno;
- dal pensiero, attraverso il disegno, per arrivare alla realtà.

In questa rappresentazione del disegno di architettura ogni attore è essenziale, ogni attore è complesso.

Ogni attore è essenziale perché il disegno di architettura non può esistere senza un soggetto e senza una elaborazione logica; e perché l'architettura stessa non si può realizzare senza una elaborazione mentale e senza un disegno.

Ogni attore è complesso, perché comprende innumerevoli e diversi aspetti. La realtà dell'architettura è fatta di forme solide e spazi, di pieni e di vuoti, di grandi masse e dettagli, di tessiture materiali e decorative, di rapporti geometrici e modulari, di luci e ombre ...

Il pensiero elabora la selezione degli elementi da rappresentare, le sintesi grafiche e geometriche che li rappresentano, il gioco delle proporzioni, la resa della luce e delle profondità dello spazio ...

Il disegno, infine, non è solo carta e matita, ma anche elaborazione digitale, in due o tre dimensioni, matematica o numerica, è modello virtuale o modello fisico, è disegno

allusivo assai prossimo all'espressione artistica o disegno tecnico, verificato come un'esperienza scientifica.

Con una sintesi estrema, ma efficace, possiamo chiamare il primo percorso, che parte dalla realtà, 'rilievo' e il secondo percorso, che parte dal pensiero per tornare alla realtà, 'progetto'.

Nel primo di questi processi, il rilievo, il dato di partenza è un oggetto solido che possiamo osservare e misurare.

Nel secondo, il progetto, il dato di partenza è una idea, confusa all'inizio, che possiamo gradualmente definire e arricchire di dettagli attraverso una successione di disegni, sempre più accurati, dallo schizzo di invenzione, al progetto esecutivo.

Cerchiamo ora di dare un senso concreto alle considerazioni teoriche svolte sin qui e, per far ciò, immaginiamo di porci davanti a un edificio o a un suo dettaglio. La forma, intesa come ciò che appare ai nostri occhi, cambia secondo il punto dal quale la osserviamo, seguendo le leggi della prospettiva. Eppure, noi tutti siamo ben consapevoli di trovarci di fronte a un oggetto statico, che presenta caratteristiche geometriche e dimensionali costanti.

L'osservazione del mondo che ci circonda ci porta dunque, immediatamente, a considerare una possibile ambivalenza: come esso appare e come esso è. Cito un saggio di Rudolph Arnheim [1] nel quale il concetto è sottoposto ad un'ampia lettura critica: vi sono due modi per vedere il mondo, *as it looks* e *as it is*.

A questi due modi corrispondono i due momenti del guardare quasi inconsapevolmente, e del vedere, comprendendo ciò che si osserva.

Il primo momento si attesta sull'immagine visiva e prospettica a due dimensioni, sia essa statica o dinamica e perciò composta di innumerevoli immagini in sequenza dinamica.

Il secondo momento si sviluppa nell'immagine mentale a tre dimensioni, che è tanto più completa quanto più è ricca di informazioni non solo visive, ma attinenti le proprietà geometriche, statiche, fisiche e l'evoluzione che le stesse hanno subito nella storia dell'edificio.

A questi due momenti corrispondono disegni diversi: la prospettiva al primo, la pianta e l'alzato associati, al secondo.

Nei due processi del rilievo e del progetto i due disegni suddetti si susseguono in ordine inverso, vale a dire:

- nella lettura della realtà (rilievo) viene prima la prospettiva che documenta l'architettura come appare, e poi la pianta e l'alzato, che documentano l'architettura come è;
- nella creazione e lettura dell'immagine mentale avviene di solito il contrario: viene prima la pianta e l'alzato, che cerca di definire la forma come è, e da ultimo viene la prospettiva, che cerca di verificare come essa apparirà.

La prospettiva è sintesi, la pianta e l'alzato sono strumenti di analisi.

Perciò, limitandoci all'ambito del disegno, che è quello che ci interessa, dovremo sempre distinguere tra questi due modi di vedere l'architettura (come appare e come è) e dovremo padroneggiare i due disegni come espressione della medesima forma, ponendoli in relazione l'uno con l'altro: il primo disegno, cioè la prospettiva, servirà a mostrare il rapporto, anche dimensionale, che l'oggetto ha con noi stessi e con lo spazio che lo contiene; il secondo disegno, cioè la pianta e l'alzato associati, servirà per mostrare l'oggetto in sé, ovvero le relazioni che intercedono tra le sue parti.

1.2 Il disegno dell'architettura

Il disegno dell'architettura è un'attività che richiede l'armonioso concorso di sensibilità, competenze, abilità manuali e conoscenze teoriche e tecniche. Di certo non è facile, ma almeno tutti possono imparare, con un po' di esercizio e con un po' di studio.

Cosa intendo per 'sensibilità'? Intendo, essenzialmente, la capacità di vedere la terza dimensione e la capacità di immaginare i corpi solidi.

Per rendere l'idea, farò un esempio. Nel mondo reale ogni corpo ha uno spessore, anche il più sottile. Se disegno una sedia come se fosse fatta di fil di ferro commetto una

ingenuità evidente a tutti: una sedia ha gambe e schienale e piano di seduta fatti per reggere il peso di un uomo.

D'altra parte, se disegno un foglio di carta come fosse un semplice rettangolo o una lastra di vetro di piccolo spessore non rendo l'idea, e allora è meglio ch'io lo disegni con un solo tratto, ma come fosse spiegazzato ai bordi. Ripiegandosi nello spazio, il foglio di carta abita lo spazio tridimensionale.

Se disegno un cubo in modo da mostrare tutti i suoi spigoli come sono, e cioè di eguale lunghezza, probabilmente nessuno capirà che si tratta di un cubo, ma se al medesimo disegno aggiungo le ombre e il chiaroscuro, la figura sarà a tutti evidente.

La capacità di rendere sempre la solidità dei corpi fa parte della sensibilità che l'esercizio permette di acquisire.

Proviamo ora a immaginare un cubo. Credo sia facile per chiunque, almeno apparentemente.

Contiamo le facce, gli spigoli, i vertici: è già meno facile, richiede concentrazione; bisogna 'guardare' e 'vedere' nella propria mente.

Proviamo ora a immaginare una figura solida formata da otto facce triangolari eguali, cioè un ottaedro: ecco che il compito si fa più difficile.

Proviamo con una figura formata da venti facce triangolari eguali: contare gli spigoli e i vertici è quasi impossibile per chi non abbia già studiato questa figura, che si chiama icosaedro.

Questa capacità di immaginare le figure a tre dimensioni è un altro aspetto della sensibilità sopra accennata.

Ora: disegnare un cubo è facile, meno facile disegnare un ottaedro, difficile o difficilissimo disegnare un icosaedro. Perché?

Perché possiamo disegnare bene solo ciò che conosciamo bene.

Qualcuno sostiene che, in realtà, la stessa cosa vale per il 'vedere', che è ben diverso dal 'guardare'.

Possiamo 'vedere' solo ciò che conosciamo bene. Di conseguenza, possiamo disegnare bene solo ciò che conosciamo bene.

E allora, come si fa a 'conoscere' la forma che si vuole disegnare?

In primo luogo, bisogna osservarla da molti punti di vista diversi, nell'insieme e nel dettaglio.

Poi bisogna valutarne le proporzioni, cioè i rapporti interni.

Poi bisogna scoprirne le proprietà: ad esempio, nel caso dell'icosaedro, quelle geometriche; nel caso di una struttura architettonica, quelle statiche; nel caso di una architettura complessa e dei suoi spazi, quelle plastiche, quelle distributive, quelle percettive etc. etc.

In altre parole, occorre formare quelle 'competenze' alle quali si è fatto cenno.

Ma tutto ciò ancora non basta. Infatti, posto che si sia padroni della forma, nella propria testa, bisogna trasferire questa forma su un supporto fisico, che la renda visibile

anche ad altri. E, per far questo, occorre abilità manuale, teoria e tecnica.

L'abilità manuale serve a manovrare una matita come un computer; la teoria aiuta a risolvere i problemi che affronta con soluzioni che, anziché essere improvvisate di volta in volta, sono solidamente fondate su principi generali; infine la tecnica fornisce soluzioni pronte per i casi più comuni e non richiede altro che uno sforzo di memoria, poiché non vi è nulla che debba esser capito.

Sempre per rimanere sugli esempi che abbiamo proposto: la teoria permette di costruire ogni solido regolare e perciò anche l'icosaedro, mentre la tecnica permette di tradurre in segni quelle operazioni che, nella loro logica successione, conducono alla forma finita. E tutto ciò è valido sia ch'io stia usando una matita, sia ch'io stia usando un computer, sia ch'io stia lavorando il legno per montare un modello fisico dell'icosaedro.

Approfittiamo, allora, di questo esempio, per introdurre un altro verbo che sta a fondamento del disegno di architettura: il verbo 'costruire'. Questo verbo si adopera, indifferentemente, per la geometria e per l'edilizia:

... costruisco la perpendicolare a una retta;

... costruisco un pilastro di cemento armato.

Non è un caso. Quando si disegna l'architettura la si 'costruisce' idealmente, o la si 'ricostruisce', se si disegna qualcosa che si ha davanti agli occhi. Infatti il disegno

di architettura non è semplice imitazione della natura, come potrebbe essere un disegno pittorico, ma è lettura; è un processo di comprensione progressiva; è registrazione di questo processo e documentazione, anche metrica, delle conoscenze acquisite.

Capitolo 2

Lezione 2

2.1 I mattoni del modello: fondamenti di geometria elementare e prime costruzioni grafiche.

Punto, retta, piano, direzione di una stella di rette, giacitura di un fascio di piani. Parallelismo, nel piano e nello spazio. Perpendicolarità, nel piano e nello spazio.

Capitolo 3

Lezione 3

3.1 Un approccio teorico: l'operazione di proiezione e sezione.

Proiezione centrale o conica, cilindrica o parallela. Sezione della stella di rette e di piani proiettanti con il quadro. L'operazione di proiezione e sezione come modello geometrico della visione, della fotografia, della proiezione fotografica e cinematografica.

Ragionamenti sopra la prospettiva di una retta: la relazione biunivoca che intercede tra la retta oggettiva e la sua proiezione; la fuga come immagine della direzione.

Capitolo 4

Lezione 4

4.1 Un approccio pratico: l'impostazione diretta della prospettiva frontale

Costruzione della macchina prospettica: il centro di proiezione, il quadro e il cerchio di distanza. La proiezione di una retta incidente il quadro. L'impostazione della prospettiva a quadro verticale. Il problema della inaccessibilità delle tracce e la conseguente necessità di una riduzione in scala dello spazio prospettico. Prospettiva dello spazio illusorio, quando non vi è riduzione in scala. Prospettiva dello spazio virtuale, quando vi è riduzione in scala e perciò si rappresenta un modello.

Siamo seduti al tavolo da disegno e vogliamo disegnare la prospettiva della stanza nella quale ci troviamo. Per prima cosa dobbiamo rilevare:

- la larghezza della stanza;
- l'altezza della stanza;
- la nostra distanza dalla parete di fondo (d);
- l'altezza del nostro occhio rispetto al pavimento (h);
- la distanza del nostro occhio da una delle pareti laterali (s).

Immaginiamo, ora, di ridurre le dimensioni della stanza nella quale ci troviamo (e di noi stessi al suo interno) in modo che una sua qualsiasi sezione possa essere contenuta nel foglio da disegno. Per far ciò bisogna calcolare un rapporto di riduzione costante. Ad esempio, se la stanza è

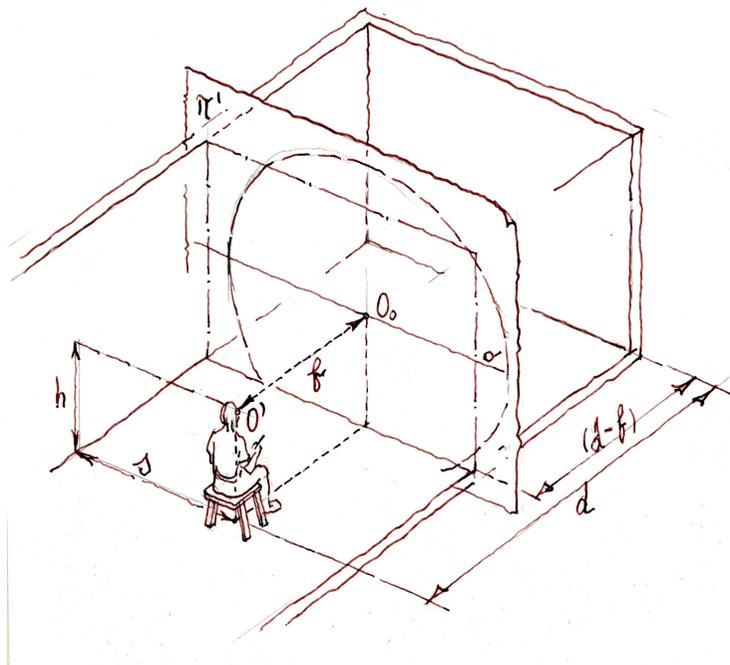


Figura 4.1: La costruzione della prospettiva di uno spazio virtuale.

larga 3 metri e il foglio da disegno misura 42 cm per 29,7 cm (formato A3) potremo utilizzare un rapporto o 'scala' pari a 1:10. Infatti, in questo modo la larghezza del modello della stanza risulterà pari a 30 cm e sarà agevolmente contenuta nella larghezza del foglio da disegno, che è il piano di quadro.

La figura 4.1 mostra la situazione che sto descrivendo.

Per facilitare i calcoli conviene considerare tutte le misure in cm. Perciò: la stanza è larga 300 cm e questa larghezza è rappresentata, nel modello 1:10, da un segmento lungo 30 cm. E così via ...

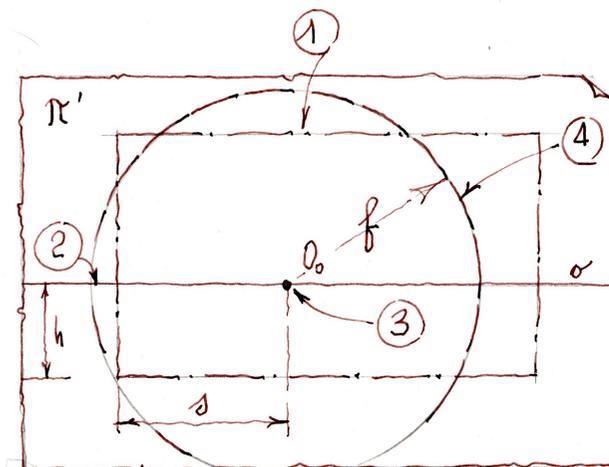


Figura 4.2: Primi elementi della prospettiva: la sezione con il quadro ①, la costruzione dell'orizzonte ②, del punto principale ③ e del cerchio di distanza ④.

Riportiamo ora sul disegno la sezione della stanza con il piano di quadro, rappresentata nella figura che precede, da un segno a tratto e punto. Nella figura 4.2 questa operazione è indicata con il numero ①.

Disegniamo, poi, l'orizzonte \mathbf{o} ②, che dista, dalla sezione del pavimento della stanza, tanto quanto il nostro occhio è alto sul pavimento stesso, ad esempio, se siamo seduti, 120 cm. Questa misura (h) deve essere riportata nella scala del disegno, ovviamente.

Per disegnare il punto principale ③, che rappresenta il piede della perpendicolare condotta dal nostro occhio al quadro, riportiamo sull'orizzonte \mathbf{o} , sempre in scala, la nostra distanza da una delle pareti laterali della stanza (s).

Tracciamo infine il cerchio di distanza ④. Il raggio di questo cerchio potremo sceglierlo come più ci piace. Esso misura, come sappiamo, la nostra distanza dal quadro. Se questa distanza è piccola, il quadro sarà capace di abbracciare una ampia porzione di spazio; se è molto grande, una porzione più piccola.

Per comprendere questo concetto, immaginiamo di trovarci davanti a una finestra: se ci avviciniamo alla finestra, possiamo vedere una parte più grande dello spazio esterno, se ci allontaniamo dalla finestra, una parte più piccola.

Queste porzioni di spazio che è possibile osservare sono misurate da un angolo, che si chiama *angolo di campo* o *visuale*.

Un cerchio di distanza piccolo apre un grande angolo di campo, uno molto grande un piccolo angolo visuale.

Chi possiede una macchina fotografica che abbia la possibilità di cambiare gli obiettivi sa che un obiettivo grandangolare ha una lunghezza focale (distanza principale) corta, mentre un teleobiettivo ha una focale lunga.

In conclusione e ai fini pratici della prospettiva, per ottenere un buon risultato conviene disegnare il cerchio di distanza il più grande possibile, compatibilmente con il formato del foglio. Una buona scelta è quella di far sì che la parte alta del cerchio si avvicini al bordo del foglio, senza preoccuparsi se il bordo inferiore taglia via una parte del cerchio. Non è assolutamente necessario che il cerchio di distanza sia disegnato per intero!

Dopo aver disegnato il cerchio di distanza, misuriamone il raggio: questa misura (f) rappresenta la nostra distanza dal quadro, nella scala del disegno.

Possiamo ora disegnare le prospettive degli spigoli della stanza che sono perpendicolari al quadro ⑤, come si vede nella figura 4.3.

Calcoliamo la differenza tra la distanza d e la lunghezza focale f , ($d-f$): questa è la distanza del quadro dalla parete di fondo della stanza. Consideriamo lo spigolo perpendicolare al quadro che si trova in basso a sinistra: dobbiamo staccare su questa retta un punto \mathbf{P} che disti ($d-f$) dal punto $\mathbf{T'r}$ in cui la retta incontra il quadro.

Riportiamo perciò la distanza ($d-f$) da questo punto, verso destra, sulla traccia del pavimento, vale a dire sulla retta che il pavimento ha in comune con il quadro: il segmento così individuato è $\mathbf{T'rP}$.

Infine, disegniamo la retta $\mathbf{M'P}$ ⑥, che taglia la prospettiva dello spigolo inferiore sinistro, nel punto $\mathbf{P'}$. Questo punto appartiene alla prospettiva della parete di fondo della stanza, che è facile completare ⑦.

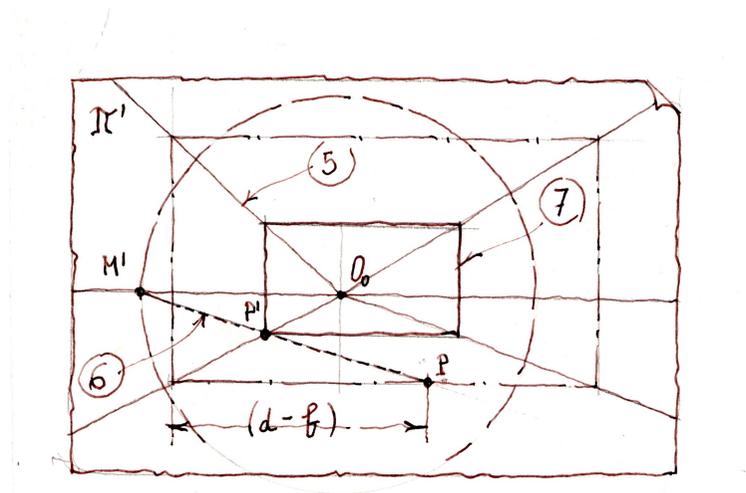


Figura 4.3: La costruzione delle prospettive degli spigoli perpendicolari ⑤ al quadro e della parete di fondo.

Per ora non occorre spiegare nel dettaglio le ragioni geometriche di questa costruzione, ma è facile intuire che la retta $M'P$ è la prospettiva di una retta inclinata a 45° , capace di staccare, sullo spigolo perpendicolare al quadro e sulla traccia del pavimento, segmenti eguali.

4.2 Alcune esempi tratti da vecchi lavori degli studenti

La figura 4.4 mostra un buon lavoro di schematizzazione dei volumi che racchiudono questo ambiente dei relativi arredi. Con successive elaborazioni sarà possibile aggiungere

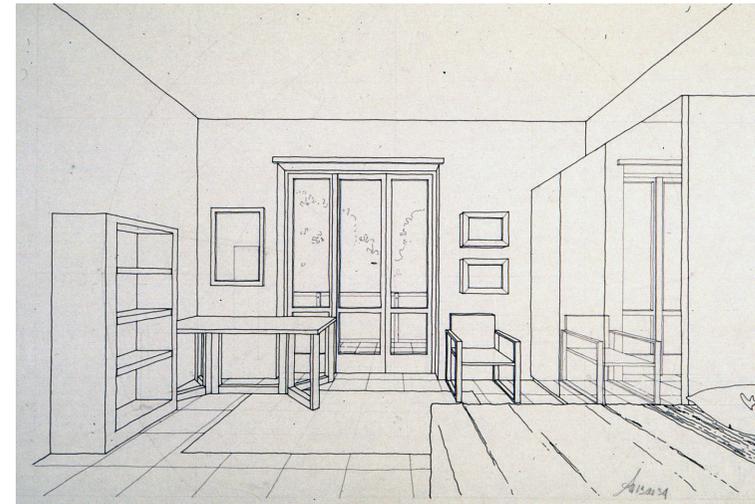


Figura 4.4: Un semplice disegno al tratto

alla prospettiva le ombre proprie, portate e il chiaroscuro, in modo da ottenere una efficace resa della luce (figura 4.5).

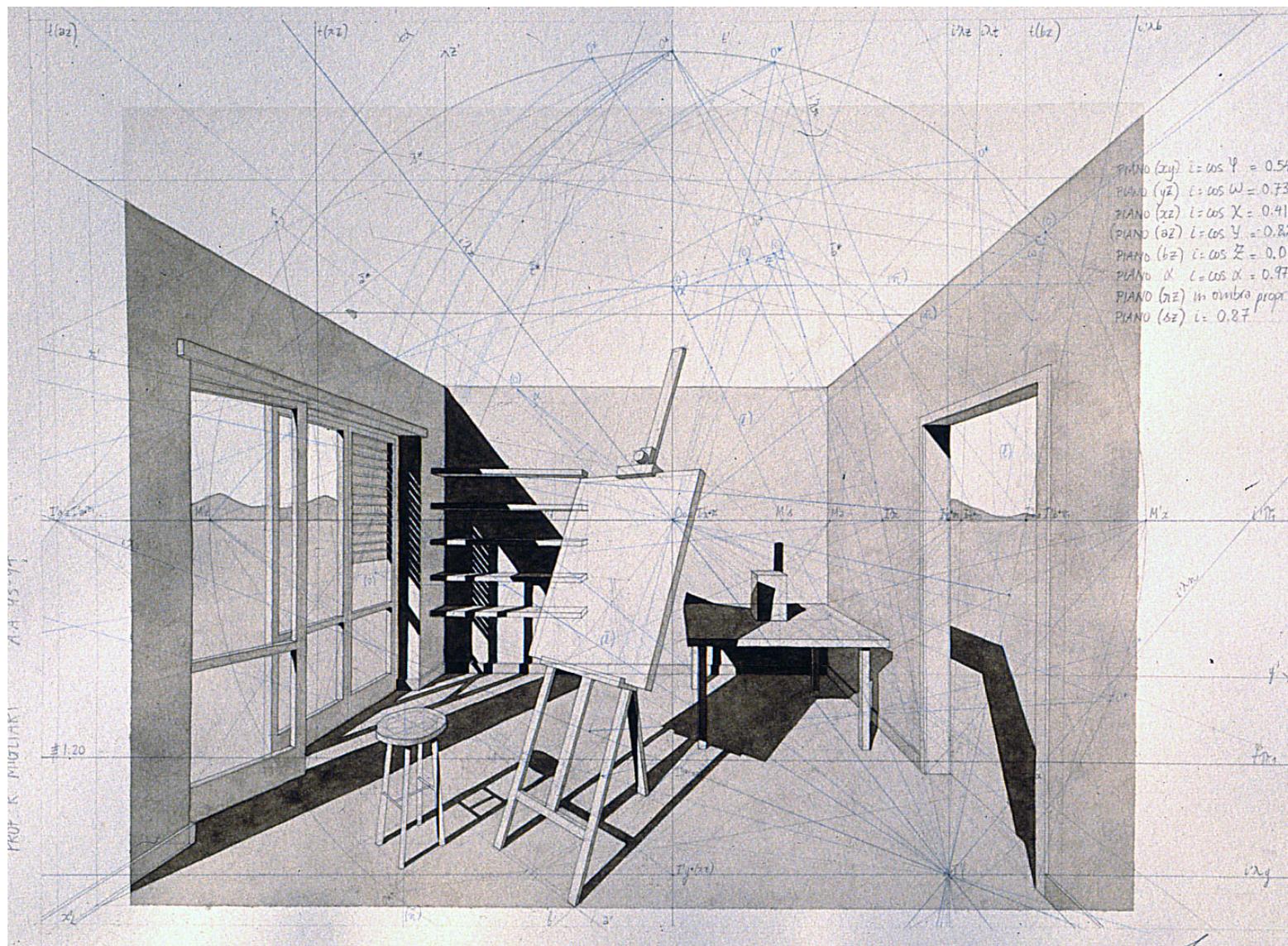


Figura 4.5: Esempio di resa della luce, per mezzo di tecniche di chiaroscuro all'acquerello

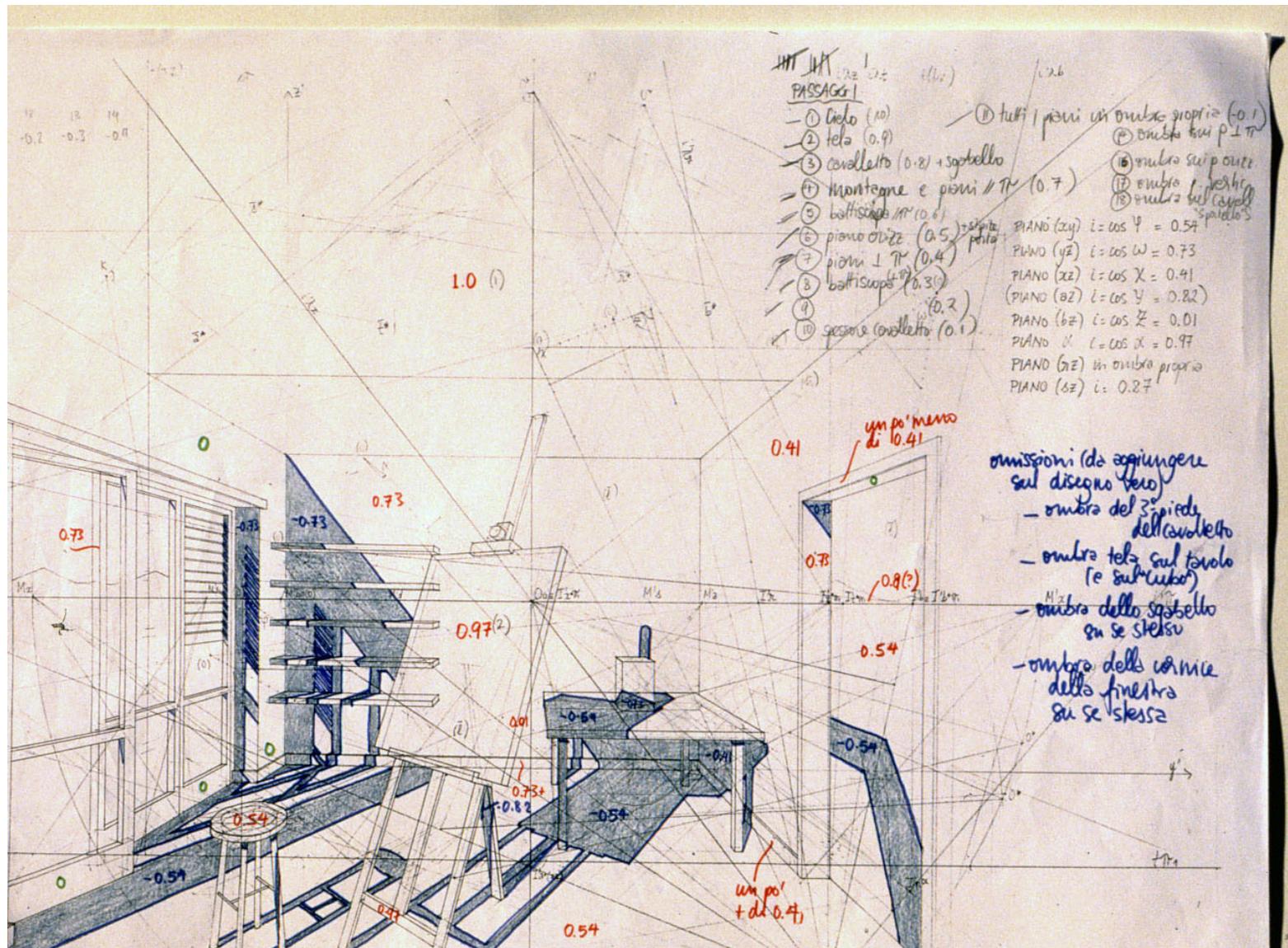


Figura 4.6: Questo dettaglio mostra il lavoro di preparazione per la misura del grado di intensità luminosa delle superfici.

Capitolo 5

Lezione 5

La rappresentazione e ricostruzione nello spazio di rette inclinate a quarantacinque gradi con il quadro. La proprietà di queste rette che è utile nei problemi di misura. La rappresentazione di un punto che appartiene a una retta perpendicolare al quadro come intersezione, con la stessa, di una retta inclinata a quarantacinque gradi.

5.1 Sintesi di alcuni concetti fondamentali

Nelle lezioni precedenti, abbiamo definito il disegno per l'architettura come una immagine dotata della capacità di controllare lo spazio e a tre dimensioni. Questo è il senso che noi architetti diamo alla parola 'rappresentazione'. Abbiamo anche detto che, per costruire queste immagini

ni codificate ci si serve delle operazioni di proiezione e sezione.

L'operazione di proiezione e sezione utilizza, di norma, due tipi di centro: proprio o improprio, vale a dire un punto o una direzione. Un centro proprio dà luogo alla prospettiva, che rappresenta lo spazio come appare; una direzione dà luogo alla pianta o all'alzato che, associati, rappresentano lo spazio come è.

Infine abbiamo costruito una prima macchina prospettica, composta dei suoi elementi essenziali: il centro O' , il quadro π' , il punto principale O° e il cerchio di distanza e abbiamo proiettato una retta r perpendicolare al quadro.

Abbiamo visto che, per eseguire l'operazione di proiezione e sezione su una retta incidente il quadro, si procede come segue:

1. si costruisce una retta proiettante r° parallela alla retta oggettiva r (con l'aggettivo 'proiettante' si qua-

- lifica ogni retta o piano che passi per il centro di proiezione);
2. si costruisce il piano proiettante individuato da \mathbf{r} e da \mathbf{r}° ;
 3. si costruisce il punto $\mathbf{T}'\mathbf{r}$, intersezione della retta oggettiva \mathbf{r} con il quadro;
 4. si costruisce il punto $\mathbf{I}'\mathbf{r}$, intersezione della retta \mathbf{r}° con il quadro;
 5. si costruisce la retta \mathbf{r}' che passa per $\mathbf{T}'\mathbf{r}$ e $\mathbf{I}'\mathbf{r}$, che è la retta intersezione del piano proiettante con il quadro e perciò è la proiezione \mathbf{r}' di \mathbf{r} , fatta da \mathbf{O}' su π' .

5.2 Completamento della macchina prospettica

Riprendiamo ora la macchina prospettica per arricchirla di alcuni elementi che avranno, nel seguito, notevole importanza (figura 5.1).

Dovremo ora considerare:

- il centro di proiezione \mathbf{O}' , indicato in figura dal segno ①;
- il quadro π' , ②;

- il punto principale \mathbf{O}° , ③;
- il cerchio di distanza, ④;
- il piano orizzontale di riferimento, detto ‘piano geometricale’, π_1 ⑤;
- il piano proiettante parallelo al piano geometricale, detto ‘piano dell’orizzonte’, ⑥;
- la retta intersezione del piano geometricale con il quadro, detta ‘traccia’ del geometricale, $t'\pi_1$, ⑦;
- la retta intersezione del piano dell’orizzonte con il quadro, detta ‘fuga’ del geometricale o, semplicemente, ‘orizzonte’, $i'\pi_1$, ⑧;
- Il piano proiettante parallelo al quadro, detto ‘piano anteriore’, ⑨;

Osserviamo, innanzitutto, che i punti del piano anteriore sono gli unici punti dello spazio che non possono essere rappresentati. Infatti, anche se consideriamo il quadro indefinitamente esteso, le rette che proiettano i punti del piano anteriore non possono incontrarlo, perché sono, per costruzione, ad esso parallele.

Questa proprietà del piano anteriore torna utile nella prospettiva del cerchio ma, per ora, ci serve a dimostrare come la prospettiva è capace di dialogare con l’infinito.

Infatti, i punti dello spazio che si trovano a distanza infinita o, per meglio dire, indeterminata, e cioè le direzioni

delle rette, si proiettano sul quadro nei punti di fuga delle rette oggettivamente parallele, le cui immagini convergono, appunto, nel punto di fuga. Si dice anche, perciò che il punto di fuga è l'immagine della direzione di una stella di rette parallele¹.

I punti del piano anteriore non hanno una immagine sul quadro, perché, come si è detto, le rette che li proiettano sono parallele al quadro. Si può dire, però, che la proiezione di un punto del piano anteriore è una direzione del quadro, in particolare, è la direzione delle rette del quadro parallele alla retta proiettante il punto del piano anteriore che abbiamo considerato.

Con una metafora, che può servire da modello di questo comportamento della macchina prospettica, potremo dire che il quadro è il 'gate' di arrivo di punti che viaggiano dallo spazio profondo fino a noi, mentre il piano anteriore è il 'gate' di partenza di punti che dal nostro mondo viaggiano verso lo spazio profondo.

¹Si dice 'fascio' un insieme di rette parallele in un determinato piano; si dice 'stella' di un insieme di rette parallele disposte nello spazio e non tutte nel medesimo piano.

5.3 La costruzione della prospettiva di rette del geometricale oblique rispetto al quadro

Consideriamo ora due rette r e s del piano geometricale: r è perpendicolare al quadro, s è obliqua e perciò incidente la prima in un punto V (figura 5.2). Le due rette formeranno, in V , un angolo α .

Consideriamo ora le due rette r° e s° , che proiettano le direzioni di r e di s e che, perciò, intersecano il quadro π' , rispettivamente, nei punti $I'r \equiv O^\circ$ e $I's$. È evidente che queste due rette formano, in O° il medesimo angolo che r ed s formano in V . È anche evidente che queste due rette appartengono al piano dell'orizzonte che, per costruzione, è proiettante e parallelo al geometricale.

Osserviamo ora la prospettiva (figura 5.3) e chiediamoci come si possa misurare l'angolo α , formato da r ed s , operando sul disegno, anziché nello spazio.

Per risolvere questo problema si 'ribalta' il piano dell'orizzonte sul quadro. In generale, il ribaltamento è la rotazione di un piano intorno alla sua intersezione con il quadro, che serve da cerniera. Come nel mondo fisico (si pensi a una porta):

- i punti del piano descrivono, nel ribaltamento, archi di circonferenza che giacciono in piani perpendicolari alla cerniera;

- i punti del piano conservano, nel ribaltamento, le loro distanze dalla cerniera.

Di conseguenza, se si ribalta il piano dell'orizzonte, ad esempio, verso la parte superiore del disegno, il punto \mathbf{O}' , centro di proiezione, si porta nel punto \mathbf{O}^* , sulla retta che è ortogonale all'orizzonte e passa per \mathbf{O}' . Le due rette \mathbf{r}° e \mathbf{s}° si portano, rispettivamente, nelle rette $\mathbf{O}^*\mathbf{I}'\mathbf{r}$ e $\mathbf{O}^*\mathbf{I}'\mathbf{s}$, che chiameremo, più semplicemente, \mathbf{r}^* e \mathbf{s}^* . L'angolo formato da queste due rette è uguale all'angolo formato, nello spazio, dalle rette \mathbf{r} e \mathbf{s} , e può essere facilmente misurato con l'aiuto di un goniometro.

Supponiamo ora di avere già disegnato la prospettiva \mathbf{r}' della retta \mathbf{r} e di voler disegnare la prospettiva \mathbf{s}' di una retta \mathbf{s} , che passa per un punto \mathbf{P} di \mathbf{r} , del quale è data la prospettiva \mathbf{P}' , e forma con la retta \mathbf{r} un angolo di 30° . In questo caso, si procede in quest'ordine:

- si ribalta il piano dell'orizzonte e con esso la retta \mathbf{r}° : \mathbf{O}' si porta in \mathbf{O}^* , \mathbf{r}° si porta in \mathbf{r}^* , ①;
- si costruisce in \mathbf{O}^* un angolo di 30° i cui lati sono: la retta \mathbf{r}^* e la retta \mathbf{s}^* , ②;
- si individua il punto in cui la retta \mathbf{s}^* incontra l'orizzonte: questo punto è $\mathbf{I}'\mathbf{s}$, fuga della retta \mathbf{s} , ③;
- si disegna \mathbf{s}' , che passa per \mathbf{P}' e per $\mathbf{I}'\mathbf{s}$, ④.

5.4 La rappresentazione del piano

Le rette \mathbf{r} ed \mathbf{s} appartengono entrambe al piano geometrico, al quale, d'ora in avanti, attribuiremo il simbolo $\pi 1$. Il piano geometrico interseca il quadro nella retta fondamentale, che chiameremo 'traccia' denotandola con il simbolo $\mathbf{t}'\pi 1$. Le rette \mathbf{r}° ed \mathbf{s}° appartengono entrambe al piano dell'orizzonte, che interseca il quadro in una retta, l'orizzonte appunto, che chiameremo 'fuga' del piano, denotandola con il simbolo $\mathbf{i}'\pi 1$.

Osserviamo ora quanto segue:

- tutte le rette che appartengono al geometrico hanno la traccia su $\mathbf{t}'\pi 1$ e la fuga su $\mathbf{i}'\pi 1$;
- $\mathbf{t}'\pi 1$ è dunque il 'luogo geometrico', delle tracce delle rette del piano $\pi 1$, così come $\mathbf{i}'\pi 1$ è il luogo geometrico delle fughe delle rette del medesimo piano;
- se consideriamo un secondo piano β parallelo al geometrico, ma distinto dallo stesso, possiamo osservare che la traccia del piano $\mathbf{t}'\beta$ sarà distinta da $\mathbf{t}'\pi 1$, ma la fuga $\mathbf{i}'\beta$ coinciderà con $\mathbf{i}'\pi 1$;
- $\mathbf{t}'\pi 1$ e $\mathbf{i}'\pi 1$ sono rette parallele, perché sono il risultato della intersezione con il quadro di due piani tra loro paralleli.

Queste osservazioni hanno validità generale e si riassumono nelle seguenti condizioni di appartenenza:

- Se una retta appartiene ad un piano, ha la traccia sulla traccia del piano e la fuga sulla fuga del piano.
- Se un piano appartiene a una retta, la traccia del piano passa per la traccia della retta, la fuga del piano passa per la fuga della retta.

Così come rette parallele hanno il medesimo punto di fuga, piani paralleli hanno la medesima retta di fuga. Così come la fuga di una retta è l'immagine della direzione di un stella di rette parallele, la fuga di un piano è l'immagine della 'giacitura' di un fascio di piani paralleli.

5.5 La ricostruzione nello spazio di rette e piani, data la loro prospettiva

Data la prospettiva di una retta r' , la sua traccia $T'r$ e la sua fuga $I'r$, è possibile ricostruire nello spazio riferito al disegno, la retta oggettiva r . Per fare questa operazione si procede come segue:

- si ricostruisce nello spazio il centro di proiezione O' , grazie al cerchio di distanza;
- si posiziona un'asta in modo che tocchi il foglio da disegno nel punto $T'r$;

- si posiziona una seconda asta in modo che passi per O' e per $I'r$;
- si dispone la prima asta in modo che sia parallela alla seconda: essa, allora, rappresenterà la retta oggettiva r .

Data la prospettiva di un piano α' , la sua traccia $t'\alpha$ e la sua fuga $i'\alpha$, è possibile ricostruire nello spazio riferito al disegno, il piano oggettivo α . Per fare questa operazione si procede come segue:

- si ricostruisce nello spazio il centro di proiezione O' , grazie al cerchio di distanza;
- si posiziona un cartone in modo che tocchi il foglio da disegno lungo la retta $t'\alpha$;
- si posiziona un secondo cartone in modo che passi per O' e per $i'\alpha$;
- si dispone il primo cartone in modo che sia parallelo al secondo: esso, allora, rappresenterà il piano oggettivo α .

5.6 La misura dei segmenti che appartengono a rette perpendicolari al quadro

Consideriamo una retta r del geometrale perpendicolare al quadro. Consideriamo, ora, due rette m e n del geometrale parallele e inclinate di 45° rispetto al quadro. Queste due rette staccano, sulla retta r e sulla traccia $t'\pi_1$ del geometrale, segmenti eguali: PQ sulla retta r , $T'm$ $T'n$, sulla $t'\pi_1$. Infatti, m e n formano, con r e $t'\pi_1$ due triangoli isosceli: $(T'r P T'm)$ e $(T'r Q T'n)$ (figura 5.4).

Di conseguenza, se costruiamo la prospettiva delle due rette m e n , le loro immagini m' e n' taglieranno la r' nei punti P' e Q' , estremi della prospettiva del segmento PQ .

Come sappiamo, la prospettiva di una retta è individuata quando siano date la traccia e la fuga. Le tracce delle due rette m e n si possono subito disegnare perché appartengono alla $t'\pi_1$ e distano tra loro tanto quanto gli estremi del segmento che vogliamo misurare. La fuga delle due rette m e n si trova ribaltando il piano dell'orizzonte, come abbiamo visto nel caso di una retta orizzontale qualunque, ma questa costruzione ci porterà a trovare il punto in cui il cerchio di distanza taglia l'orizzonte, che è, per costruzione, il luogo geometrico delle rette proiettanti inclinate a 45° con il quadro.

Questo particolare punto di fuga si chiama 'punto di distanza' $M'r$ o meglio, per usare un termine di validità generale, 'punto di misura' della retta r .

Mettiamo ora in pratica le considerazioni che precedono. È data la prospettiva r' di una qualsiasi retta r del geometrale, perpendicolare al quadro. Su questa retta è data la prospettiva P' di un punto P . Vogliamo costruire la prospettiva Q' di un punto Q che disti da P un metro (figura). Procederemo come segue:

- disegniamo la prospettiva m' della retta che ha fuga nel punto di distanza $M'r$ e passa per P' , prolungandola fino a incontrare $t'\pi_1$ in un punto $T'm$;
- a partire da $T'm$ riportiamo sulla $t'\pi_1$ un segmento lungo un metro, nella scala del disegno; l'estremo di questo segmento è la traccia $T'n$ della retta n ;
- disegniamo ora la prospettiva n' della retta n , che incontrerà la r' nella prospettiva Q' del punto Q , come volevamo.

L'operazione che abbiamo così compiuto è, in sostanza, una operazione di proiezione che usa una particolare direzione come centro: quella delle rette inclinate a 45° rispetto al quadro. Queste rette formano un fascio che appartiene al geometrale.

È possibile, tuttavia, compiere la medesima operazione anche avvalendosi di rette che appartengono a uno qualsiasi degli infiniti piani che passano per la retta r . Ad esempio, se consideriamo il piano β verticale che passa per r , i punti $T'm$ e $T'n$ staranno sulla traccia $t'\beta$, mentre la fuga delle rette di misura $M'r$, cioè il punto di misura, starà sulla fuga $i'\beta$ del piano (figura).

Allo stesso modo, potremo servirci di un qualsiasi piano inclinato (figura).

5.7 Conclusioni di carattere generale

In generale, possiamo stabilire i seguenti punti:

1. per misurare una retta in prospettiva si deve, in primo luogo, scegliere un piano, tra quelli che passano per la retta, sul quale costruire le rette di misura;
2. bisogna poi costruire la fuga del fascio di rette che appartengono al piano e sono capaci di staccare sulla retta da misurare e sulla traccia del piano che la contiene, segmenti eguali;
3. infine si costruiscono le tracce delle rette di misura e si disegnano le loro prospettive.

Capitolo 6

Lezione 6

6.1 L'impostazione diretta della prospettiva d'angolo

Tra i molti procedimenti che permettono di impostare una prospettiva d'angolo, illustrerò quello che permette di controllare esattamente la posizione dell'osservatore nello spazio e, al contempo, la dimensione della prospettiva.

1. **Definizione della posizione dell'osservatore.** Si comincia con il disegnare una piantina dell'ambiente da rappresentare, collocandovi l'osservatore O' . Si associa all'oggetto una terna d'assi cartesiani, in modo che gli assi x e y coincidano con due spigoli ortogonali del pavimento.
2. **Rappresentazione, in pianta, delle rette che proiettano la direzione degli assi x e y .** Sempre lavo-

rando sulla pianta, si conducono per O' due rette x° e y° proiettanti e parallele agli assi x e y .

3. **Definizione della direzione dello sguardo e del quadro.** Sempre lavorando sulla pianta, si stabilisce la direzione principale e si disegna il quadro, ortogonale alla direzione principale. In questa operazione è bene aver cura che il quadro tagli le due rette x° e y° in punti accessibili, ovvero che stiano all'interno del foglio da disegno.
4. **Definizione dei punti di fuga delle rette parallele agli assi x e y .** Si individuano i punti in cui il quadro taglia le rette suddette x° e y° : sono questi i punti di fuga $I'x$ e $I'y$ degli assi x e y e delle rette loro parallele.
5. **Impostazione della prospettiva.** Si disegna una linea retta parallela al bordo inferiore del foglio, che si

assume come orizzonte $I'\pi 1$. Si misura, in pianta, la distanza dei punti $I'x$ e $I'y$. Si riporta, su $I'\pi 1$ un segmento lungo n volte il segmento ($I'x I'y$) misurato in pianta. L'ingrandimento n dipende dalla dimensione del foglio: quanto più grande possibile, purché il segmento ($I'x I'y$) sia contenuto nel foglio. Bisogna anche fare in modo che, sopra la linea d'orizzonte $I'\pi 1$, resti, nel foglio, spazio sufficiente a tracciare il semicerchio che ha ($I'x I'y$) per diametro.

6. **Costruzione del punto principale O° .** Si riporta ora, sulla prospettiva, la posizione del punto principale O° . Per fare ciò, si misura, sulla pianta, la distanza del piede della perpendicolare condotta da O' al quadro (O° , appunto) da uno dei punti di fuga ($I'x$ oppure $I'y$) e si riporta sull'orizzonte, ingrandendola del fattore n prima impostato.
7. **Costruzione del cerchio di distanza.** Sulla prospettiva, si conduce da O° la perpendicolare all'orizzonte e nel punto in cui tale perpendicolare incontra il semicerchio di diametro ($I'x I'y$) si segna il ribaltamento del centro di proiezione O^* . Infine si disegna il cerchio di distanza, che ha centro in O° e ha per raggio ($O^\circ O^*$).
8. **Disegno della fondamentale, ovvero della traccia del piano geometrico $t'\pi 1$.** La fondamentale deve essere tracciata sotto l'orizzonte $I'\pi 1$, ad una distanza h pari all'altezza del punto di vista. Questa altezza si riporta nella scala della pianta, moltiplicata per il fattore n già stabilito.
9. **Costruzione delle tracce degli assi.** Le tracce $T'x$ e $T'y$ degli assi sono i punti in cui gli stessi incontrano il quadro e sono rilevabili in pianta. Per trasferirle sulla prospettiva, basta misurarne la distanza da un punto di riferimento qualsiasi (K , ad esempio) e riportare questa distanza sulla fondamentale, moltiplicata per il fattore n .
10. **Costruzione delle prospettive degli assi.** Le prospettive x' e y' degli assi sono individuate dalla traccia e dalla fuga di ciascuna: $x'(T'x I'x)$, $y'(T'y I'y)$.
11. **Prospettiva dell'origine degli assi.** La prospettiva dell'origine degli assi è, evidentemente, il punto intersezione di x' e y' . La prospettiva dell'asse z , verticale, passa per questo punto.
12. **Completamento dell'impostazione della prospettiva d'angolo.** Le pareti della stanza tagliano il quadro secondo rette verticali che passano per le tracce degli assi x e y . Su queste tracce si può misurare l'altezza della stanza nella scala della pianta moltiplicata per il fattore n .

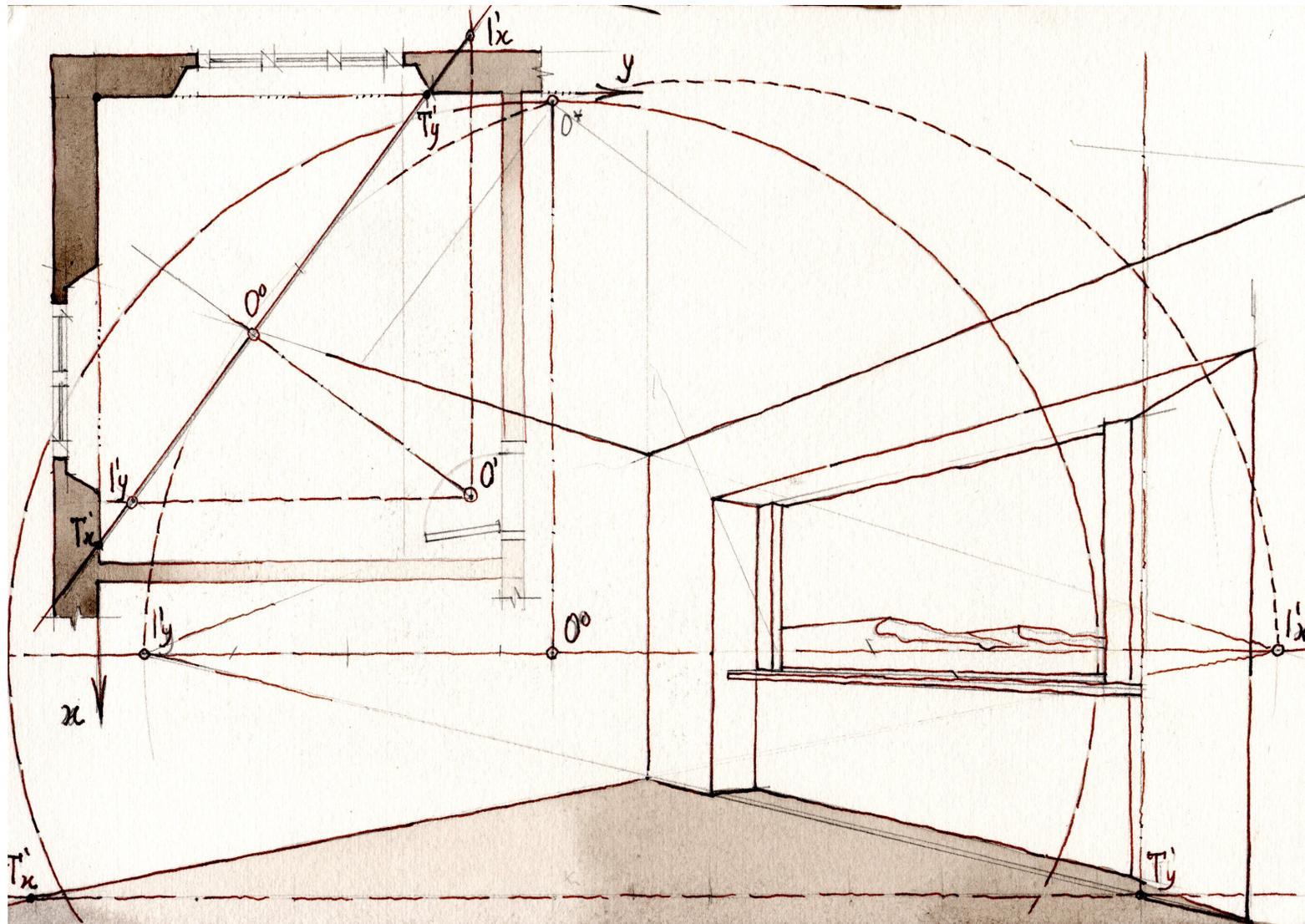


Figura 6.1: Impostazione della prospettiva d'angolo.

Capitolo 7

Lezione 7

7.1 ...

Capitolo 8

Lezione 8

8.1 ...

Capitolo 9

Apparati

- 9.1 Alcune costruzioni graigifiche elementari**
- 9.2 La veduta vincolata**
- 9.3 Unicità della prospettiva**
- 9.4 La polemica di Panofsky contro la prospettiva 'legittima'**
- 9.5 L'anamorfosi**
- 9.6 La prospettiva solida**
- 9.7 Pagine di storia**

Bibliografia

- [1] R. Arnheim. *The Dynamics of Architectural Form*.
University of California Press, Berkeley, Los Angeles,
London, 1977. (parziale).