

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

9–10 luglio

15–17 luglio

22–24 luglio

ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = (n+1)e^{-|x-n|},$$

studiarne la convergenza puntuale, e dire su quali intervalli si ha convergenza uniforme.

2. Dato il campo di vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{8xy}{(4x^2 + y^2)^2}, \frac{4x^2 - y^2}{(4x^2 + y^2)^2} \right),$$

1. dimostrare a priori che è conservativo nel suo dominio, senza calcolarne i potenziali;
2. calcolarne i potenziali.

3. Mostrare che l'insieme E dei punti (x, y) del piano che verificano la disuguaglianza

$$x^4 + y^4 \leq 1$$

è chiuso e limitato. Successivamente calcolare massimo e minimo assoluti di $f(x, y) = x - 8y$ su E .

4. Dire se esistono i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{sen}^2(xy)}{x^2 + y^4}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{sen}^2(xy)}{x^2 + y^3}.$$

5. Data la superficie φ di equazioni parametriche

$$\varphi(u, v) = (3 \cos v, 3 \sin v, u + v), \quad (u, v) \in [0, 1] \times [0, 2\pi],$$

verificare che è una superficie regolare, e disegnarne il sostegno. Successivamente, calcolarne la posizione del baricentro.

6. Disegnare l'insieme

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, 3(x^2 + z^2) \leq y^2, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \right\},$$

e calcolarne il momento di inerzia rispetto all'asse y (densità unitaria, per semplicità).