Soluzioni esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 24 Giugno 2019

Prof. R. Maoli

Soluzione Esercizio 1

a) Per entrambi i corpi la risultante dev'essere nulla. Applicando questa condizione sul secondo corpo si ha:

$$T = m_2 g = 2.7 \cdot 9.8 = 26.5 \text{ N}$$

Per il primo corpo si ha:

$$T + F_{AS} - kx - m_1 g \sin\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{AS} = 650 \cdot 0.037 + 1.8 \cdot 9.8 \sin 28° - 2.7 \cdot 9.8 = 5.87 \text{ N}$$

Il valore di F_{AS} è minore del valore massimo dell'attrito statico:

$$F_{AS,max} = \mu_s m_1 g \cos\theta = 0.45 \cdot 1.8 \cdot 9.8 \cos 28° = 7.01 \text{ N}$$

b) Una volta che la molla non agisce più sul primo corpo l'equilibrio statico imporrebbe:

$$T - F_{AS} - m_1 g \sin\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{AS} = m_2 g - m_1 g \sin\theta = (2.7 \cdot -1.8 \sin 28°) \cdot 9.8 = 18.18 \text{ N}$$

dove si è tenuto conto che la forza di attrito statico sarebbe diretta verso il basso.

Essendo F_{AS} maggiore del valore massimo dell'attrito statico, i due corpi iniziano a muoversi e si può scrivere il sistema:

$$m_2 g - T = m_2 a$$
$$T - m_1 g(\sin\theta + \mu_d \cos\theta) = m_1 a$$

dove si considerano positive forze e accelerazioni in salita per il primo corpo e in discesa per il secondo.

Sommando e risolvendo per l'accelerazione, si trova:

$$a = \frac{m_2 - m_1(\sin\theta + \mu_d \cos\theta)}{m_1 + m_2} g = \frac{2.7 - 1.8(\sin 28° + 0.23 \cos 28°)}{1.8 + 2.7} 9.8 = 3.24 \text{ m/s}^2$$

Allo stesso risultato si poteva arrivare imponendo che le forze esterne fossero responsabili dell'accelerazione del sistema costituito dalla somma delle due masse.

Essendo un moto uniformemente accelerato la velocità finale sarà:

$$v_f = \sqrt{2ha} = \sqrt{2 \cdot 1.4 \cdot 3.24} = 3.01 \text{ m/s}$$

Allo stesso risultato si poteva arrivare calcolando il lavoro della forza di attrito come differenza delle energie meccaniche del sistema:

$$-\mu_d\, m_1 g\cos\theta\, h = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 + m_1 g h \sin\theta - m_2 g h$$

e risolvendo per v_f.

c) La tensione si ricava dalla prima equazione del sistema precedente:

$$T = m_2(g - a) = 2.7(9.8 - 3.24) = 17.7 \text{ N}$$

Soluzione Esercizio 2

a) Per calcolare T_A, sapendo che $V_A = V_B = \frac{V}{2} = 12$ litri, si deve calcolare p_A:

$$p_A = p_0 + \frac{Mg}{S} = 101300 + \frac{21 \cdot 9.8}{140 \cdot 10^{-4}} = 116000 \text{ Pa}$$

Usando l'equazione dei gas perfetti, si ha:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{n_A R} = \frac{116000 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{0.6 \cdot 8.314} = 279 \text{ K}$$

Essendo il setto conduttore, si ha $T_A = T_B$ e quindi:

$$p_B = \frac{n_B R T_B}{V_B} = \frac{0.4 \cdot 8.314 \cdot 279}{12 \cdot 10^{-3}} = 77300 \text{ Pa}$$

b) Il gas in B non cambia il suo volume quindi il lavoro totale è solo quello compiuto dal gas in A:

$$L_{tot} = p_A(V'_A - V_A) = n_A R(T'_A - T_A) = 0.6 \cdot 8.314 \cdot (2 \cdot 279 - 279) = 1390 \text{ J}$$

dove si è sfruttata la condizione che, essendo il setto conduttore, $T'_A = T_S$.

L'energia interna è data da:

$$\Delta U_{tot} = \Delta U_A + \Delta U_B = n_A \frac{3}{2} R(T'_A - T_A) + n_B \frac{5}{2} R(T'_A - T_A) = \left(0.6\frac{3}{2} + 0.4\frac{5}{2}\right) 8.314 \cdot 279 = 4410 \text{ J}$$

c) La forza risultante sul setto è proporzionale alla differenza di pressione tra i due gas, quindi si deve calcolare la pressione finale del gas B:

$$p'_B = \frac{n_B R T_S}{V_B} = \frac{0.4 \cdot 8.314 \cdot 558}{12 \cdot 10^{-3}} = 154600 \text{ Pa}$$

La forza risultante sarà diretta verso l'alto e il suo modulo è:

$$F_{tot} = (p'_B - p_A)S = (154600 - 116000) \cdot 140 \cdot 10^{-4} = 540 \text{ N}$$

Soluzione Esercizio 3

a) Il campo elettrico nel punto nel punto P = (d/2,d/2) è dato dalla somma vettoriale dei campi prodotti in P dalla lamina e dal guscio.
Nel punto P la lamina produce un campo diretto verso destra di modulo $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.
Il guscio sferico produce nel punto P, esterno ad esso, un campo equivalente a quello prodotto da una carica Q posta al centro del guscio; questo campo è inclinato di 45° verso sinistra e verso l'alto e il suo modulo è:

$$E_{guscio} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\left(\frac{d}{2}\sqrt{2}\right)^2}$$

Sommando per componenti i due vettori si ha:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\left(\frac{d}{2}\sqrt{2}\right)^2} \cos 45° = \frac{2.2 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} - 8.99 \cdot 10^9 \frac{8.8 \cdot 10^{-10}}{1.4^2} \sqrt{2} = 12.43 - 5.71 = 6.72 \text{ V/m}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\left(\frac{d}{2}\sqrt{2}\right)^2} \sin 45° = 8.99 \cdot 10^9 \frac{8.8 \cdot 10^{-10}}{1.4^2} \sqrt{2} = 5.71 \text{ V/m}$$

Il campo elettrico totale è diretto verso destra e verso l'alto.

b) Una carica sta in equilibrio quando il campo elettrico totale è nullo. La regione dell'asse x dove è possibile avere un campo elettrico totale nullo è quella dove il campo della lamina e quello del guscio sono diretti in direzioni opposte. Tale condizione si ha solo per $0 < x <$ d/2. In questa regione si ha:

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{s^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{\frac{Q}{2\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{8.8 \cdot 10^{-10}}{2\pi \cdot 2.2 \cdot 10^{-10}}} = 0.798 \text{ m}$$

c) Per la conservazione dell'energia meccanica si ha:

$$0 + qV\left(x = -\frac{d}{2}\right) = \frac{1}{2} m v_f^2 + qV\left(x = \frac{d}{2}\right)$$

Considerando che il potenziale della lamina è uguale nel punto iniziale e nel punto finale, si deve considerare solo il potenziale del guscio:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qQ}{3d/2} = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qQ}{d/2}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m} \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{\frac{3d}{2}} - \frac{1}{\frac{d}{2}}\right)} = \sqrt{\frac{-2qQ}{3\pi\varepsilon_0 m d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.8 \cdot 10^{-3} \cdot 8.8 \cdot 10^{-10}}{3\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3.7 \cdot 10^{-3} \cdot 1.4}} = 5.26 \text{ m/s}$$