Esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 12 Luglio 2019
Soluzioni

Esercizio 1

a) Perché il primo corpo raggiunga il secondo senza spostarlo è necessario che arrivi alla distanza *D*/2 nel piano orizzontale con velocità nulla. Esprimendo il lavoro della forza d'attrito come differenza tra l'energia meccanica iniziale (quando il corpo è in alto) e quella finale, si ha:

$$-\mu_d m_1 g \frac{D}{2} = -m_1 g L \sin\alpha \quad \Longrightarrow \quad \sin\alpha = \frac{\mu_d D}{2L} = \frac{0.18 \cdot 1.5}{2 \cdot 2.5} = 0.054 \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 3.10°$$

b) Per calcolare la velocità del primo corpo prima dell'urto si usa la formula precedente con energia cinetica finale diversa da zero e angolo α = 45°:

$$-\mu_d m_1 g \frac{D}{2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - m_1 g L \sin 45°$$

$$v_1 = \sqrt{2g\left[L \sin 45° - \mu_d \frac{D}{2}\right]} = \sqrt{19.6\left[2.5\frac{\sqrt{2}}{2} - 0.18 \cdot 0.75\right]} = 5.66 \text{ m/s}$$

Dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati e la loro velocità viene calcolata imponendo la conservazione della quantità di moto:

$$v_f = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0.95 \cdot 5.66}{1.1} = 4.89 \text{ m/s}$$

La compressione della molla si ottiene di nuovo applicando la formula per il lavoro della forza d'attrito con posizione iniziale quella dei due corpi immediatamente dopo l'urto, e posizione finale quella della molla alla massima compressione:

$$\frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = -\mu_d (m_1 + m_2) g \frac{D}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)\left[v_f^2 - \mu_d g D\right]}{k}} = \sqrt{\frac{1.1[4.89^2 - 0.18 \cdot 9.8 \cdot 1.5]}{1000}} = 15.3 \text{ cm}$$

c) Per calcolare l'altezza massima raggiunta dai due corpi attaccati, si utilizza di nuovo la formula per il lavoro della forza d'attrito con posizione iniziale quella con la molla compressa e posizione finale quella con l'altezza massima:

$$(m_1 + m_2) g h - \frac{1}{2} k x^2 = -\mu_d (m_1 + m_2) g D$$

$$h = \frac{k x^2}{2(m_1 + m_2) g} - \mu_d D = \frac{1000 \cdot 0.53^2}{2 \cdot 1.1 \cdot 9.8} - 0.18 \cdot 1.5 = 0.816 \text{ m}$$

Esercizio 2

a) La pressione alla profondità *h* si ottiene della legge di Stevino:

$$p_h = p_0 + \rho g h = 101300 + 1000 \cdot 9.8 \cdot 23.7 = 333560 \text{ Pa}$$

Se la temperatura rimane costante durante il processo (isoterma reversibile), si ha $p_0 V_0 = p_h V_h$, da cui si ottiene:

$$V_h = \frac{p_0}{p_h} V_0 = \frac{101300}{333560} 120 \cdot 10^{-3} = 36.4 \cdot 10^{-3}\, m^3 = 36.4 \text{ litri}$$

b) Essendo la temperatura costante, dal primo principio si ottiene *Q* = *L*. Il lavoro si calcola utilizzando la formula per una trasformazione isoterma reversibile di un gas perfetto:

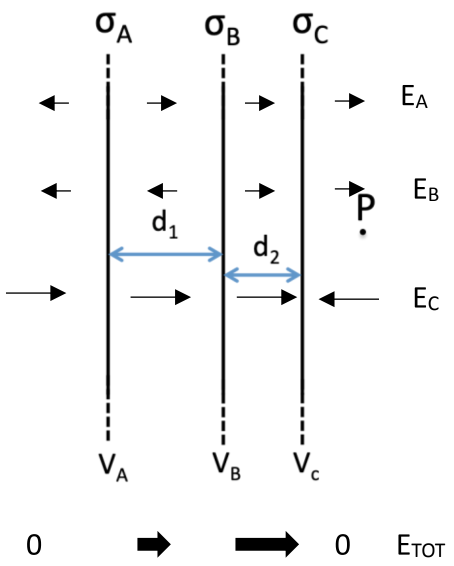
$$Q = L = nRT \ln\frac{V_h}{V_0} = p_0 V_0 \ln\frac{V_h}{V_0} = 101300 \cdot 120 \cdot 10^{-3} \ln\frac{36.4}{120} = -14500 \text{ J}$$

c) La massa di ghiaccio, grazie al calore ricevuto aumenta la sua temperatura fino a quella di fusione, subisce un passaggio di stato trasformandosi completamente in acqua e infine si riscalda fina alla temperatura finale T_f:

$$|Q| = mc_G\left(T_{fus} - T_i\right) + mL_f + mc_A\left(T_f - T_{fus}\right)$$

$$T_f = \frac{Q - m\left[c_G\left(T_{fus} - T_i\right) + L_f\right]}{mc_A} = \frac{14500 - 25[2.09 \cdot 15 + 333]}{25 \cdot 4.186} = 51.5\ °\mathrm{C}$$

Esercizio 3



a) Nella regione dove si trova il punto P, il campo elettrico risultante è:

$$E_{TOT}(P) = \frac{\sigma_A + \sigma_B + \sigma_C}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma_C = -(\sigma_A + \sigma_B) = -5.00 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C/m^2}$$

b) Nelle regioni tra le superfici, il campo elettrico totale è:

$$E_{TOT,A-B} = \frac{|\sigma_C|}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_0} \qquad E_{TOT,B-C} = \frac{\sigma_A + \sigma_B + |\sigma_C|}{2\varepsilon_0} = 2\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0}$$

Essendo costante il campo elettrico, il potenziale sarà:

$$\Delta V_{BA} = E_{TOT,A-B}\, d_1 = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_0} d_1 \qquad \Delta V_{CB} = E_{TOT,B-C}\, d_2 = 2\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0} d_2$$

Le distanze tra le superfici si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_A}{\varepsilon_0} d_1 = 2\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0} d_2 \\ d_1 + d_2 = 90\ \mathrm{cm} \end{cases} \quad \begin{cases} d_1 = 2d_2 \\ 3d_2 = 90\ \mathrm{cm} \end{cases} \quad \begin{cases} d_1 = 60\ \mathrm{cm} \\ d_2 = 30\ \mathrm{cm} \end{cases}$$

c) La velocità finale si trova imponendo la conservazione dell'energia meccanica:

$$qV_A = qV_C + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_A - V_C)} = \sqrt{\frac{2q}{m}\left[\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0}d_1 + 2\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0}d_2\right]} = \sqrt{\frac{4q}{m}\frac{\sigma_A}{\varepsilon_0}d_1} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3.2 \cdot 10^{-6}}{7.4 \cdot 10^{-10}}\frac{2.5 \cdot 10^{-9}}{8.85 \cdot 10^{-12}}0.6} = 1.71 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$$