Esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 18 Settembre 2018

SOLUZIONI

Esercizio 1:

(1) Applicando la conservazione dell'energia meccanica in presenza di forze non conservative:

$$\frac{1}{2}\, m\, v^2 = m\, g\, h - \mu_d\, m\, g \cos\alpha\, l$$

dove v è la velocità della pallina alla base del piano inclinato e $l = h/\sin\alpha$ è la lunghezza percorsa lungo il piano.
Si ha quindi che:

$$v = \sqrt{2\, g\, h\,(1 - \mu_d \operatorname{cotg}\alpha)} = 1.49 \text{ m/s}$$

Se il tavolo è liscio, la pallina mantiene questa velocità fino a raggiungere lo spigolo. Poi si muove di moto parabolico fino a colpire terra. Dato che la pallina lascia il tavolo con velocità v orizzontale, si ha:

$x(t) = v\, t$
$y(t) = H - 1/2\, g\, t^2$

La condizione richiesta è:

$x(t_{fin}) = D$

$y(t_{fin}) = 0$

da cui:

$$t_{fin} = \sqrt{2\, H/g} = 0.404 \text{ s}$$

$D = v\, t_{fin} = 0.602$ m

(2) Perché la pallina non cada dal tavolo, la condizione minima è che arrivi allo spigolo del tavolo con velocità $v_{fin} = 0$. Dunque:

$$\frac{1}{2}\, m\, v_{fin}^2 = 0 = \frac{1}{2}\, m\, v^2 - \mu_T\, m\, g\, d$$

quindi il coefficiente di attrito dinamico minimo del tavolo deve essere:

$$\mu_T = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g\, d} = 0.378$$

Esercizio 2

(1) Per calcolare la tensione della fune si trova l'equilibrio delle forze:

$$T + F_A - F_g = 0$$
$$T = F_g - F_A = mg - m_f g = (\rho - \rho_f)Vg$$

Dato che il corpo ha densità doppia rispetto al fluido si ottiene:

$$\begin{aligned}
T &= (\rho - \rho_f)Vg \\
&= (2\rho_f - \rho_f)Vg \\
&= \rho_f Vg = \rho_f \frac{m}{2\rho_f} g \\
&= \frac{mg}{2} = \frac{0.5kg}{2} \times 9.8\, m/s^2 = 2.45\, N
\end{aligned}$$

Se il corpo non fosse immerso la tensione sarebbe:

$T = m\ g = 0.5\ kg\ 9.8\ m/s^2 = 4.9\ N$

e dunque il suo valore sarebbe raddoppiato.

(2) Dopo che la fune è stata tagliata, il corpo è soggetto ad una forza risultante non nulla:

$$\begin{aligned}
&F_A - F_g = ma \\
&a = \frac{F_A - F_g}{m} \\
&\quad = \frac{m_f g - mg}{m} \\
&\quad = \frac{(r_f - r)Vg}{rV} = \frac{(r_f - 2r_f)}{2r_f} g = -\frac{g}{2}
\end{aligned}$$

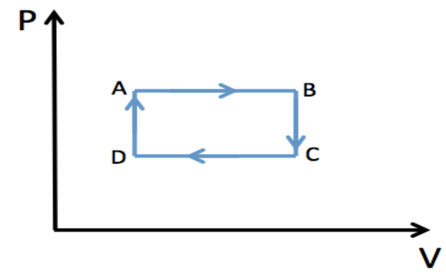
$a = -4.9\ m/s^2$

La velocità con cui il corpo giunge sul fondo del recipiente, partendo da una distanza h = 1 m, è quindi pari a:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) = -2ah = 2\frac{g}{2}h = gh$$
$$v = \sqrt{gh} = 3.13\ m/s$$

Esercizio 3

Il ciclo nel piano di Clapeyron è rappresentato nella figura.
Si ha:



$T_A = P_A V_A/(n R) = 244$ K
$T_B = P_B V_B/(n R) = P_A V_C/(n R) = 731$ K
$T_C = P_C V_C/(n R) = 366$ K
$T_D = P_D V_D/(n R) = P_C V_A/(n R) = 122$ K

La variazione dell'energia interna nelle due trasformazioni isobare AB e CD è:

$\Delta U_{AB} = n c_v (T_B - T_A) = 5/2 \; n R (T_B - T_A) = 40500$ J

$\Delta U_{DC} = n c_v (T_D - T_C) = 5/2 \; n R (T_D - T_C) = - 20300$ J

Il lavoro fatto lungo il ciclo è:

$L_{tot} = L_{AB} + L_{CD} = P_A (V_B - V_A) + P_C (V_D - V_C) = P_A (V_C - V_A) + P_C (V_A - V_C) = (P_A - P_C) (V_C - V_A) = 8100$ J

Esercizio 4

(1) Il campo elettrico E nel punto P = (d/2,0) è dato dalla somma dei campi prodotti dalla lamina e dalla carica, entrambi diretti lungo l'asse x ma con segno opposto (positivo il campo della lamina, negativo quello della carica Q). Pertanto:

$E(P) = E_Q(P) + E_L(P) = -Q/[4\pi\varepsilon_0 (d/2)^2] + \sigma/2\varepsilon_0 = - 0.0308$ N/C

ed è diretto lungo l'asse x con verso opposto all'asse.

2) La regione dell'asse x dove è possibile trovare un punto di equilibrio per una carica q è quella compresa tra la lamina e la carica, dato che nelle regioni $x > d$ e $x < 0$ i due campi (della lamina e della carica) hanno verso concorde.
Indicata con y la distanza dalla carica Q, dalla condizione di equilibrio tra le forze segue che:

$F_Q + F_L = 0$

$q E_Q(S) + q E_L(S) = 0$

$-2qQ/(4\pi\varepsilon_0 y^2) + q \sigma/2\varepsilon_0 = 0$

$y^2 = Q/(2\pi\sigma)$

$y = 0.564$ m

$OS = d - y = 0.436$ m