Esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 9 Aprile 2018
Soluzioni

Esercizio 1

a) Sul blocco agiscono quattro forze: la forza peso, la reazione vincolare , la forza di attrito e la forza costante F. Applicando la seconda legge della dinamica, proiettata nella direzione del moto e nella direzione ad essa perpendicolare, si ha:

$$N = Mg\cos\theta$$

$$F - Mg\sin\theta - \mu_d Mg\cos\theta = Ma$$

Risolvendo in funzione dell'accelerazione si ha:

$$a = \frac{F}{M} - g(\sin\theta + \mu_d\cos\theta) = \frac{20}{1.5} - 9.8(0.5 + 0.3\cdot 0.866) = 5.9 \text{ m/s}^2$$

b) Il moto del blocco è uniformemente accelerato, quindi si ha:

$$v_C^2 - v_A^2 = 2al \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{2al} = \sqrt{2\cdot 5.9\cdot 10} = 10.9 \text{ m/s}$$

c) Durante il moto parabolico agisce solo la forza peso e quindi si conserva l'energia meccanica. Prendendo come punto iniziale il punto C e come punto finale il punto D, si ha:

$$\frac{1}{2}Mv_D^2 = \frac{1}{2}Mv_C^2 + Mgl\sin\theta \quad \Rightarrow \quad v_D = \sqrt{v_C^2 + 2gl\sin\theta} = \sqrt{2\cdot 5.9\cdot 10 + 2\cdot 9.8\cdot 5} = 14.7 \text{ m/s}$$

Esercizio 2

Nella trasformazione (1 - 2) si ha:

$T_1 = P_1 V_1/nR$ $\qquad$ $T_2 = P_2 V_2/nR = 2 P_1 V_1/nR$

e quindi:

$T_1 = T_2 P_1 V_1/(2 P_1 V_1) = T_2/2 = 500$ K

Nella seconda trasformazione (2 - 3) si ha:

$T_3 = P_3 V_3/nR = P_2 (V_2/2)/nR = P_2 V_2/(2 nR) = T_2/2 = 500$ K

Nella terza trasformazione (3 - 4) si ha:

$T_4 = T_3 = 500$ K.

(a) Le temperature iniziali e finali sono: $T_1 = T_4 = 500$ K

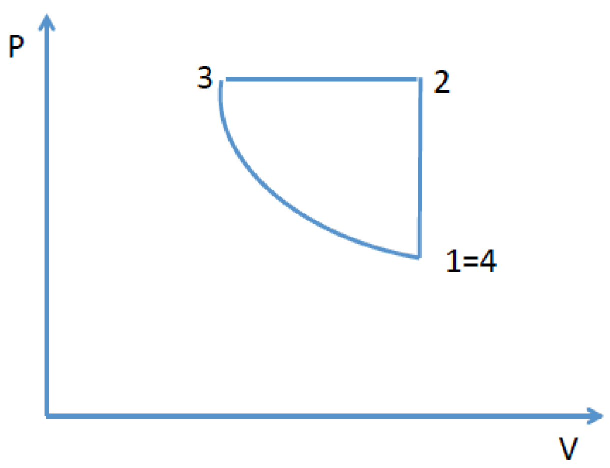
Essendo $T_1 = T_4$ si ha che: $\quad P_4 V_4 = P_1 V_1$

Ma nella terza trasformazione (3 - 4) si ha che: $\quad V_4 = 2 V_3 = 2 (V_2/2) = V_2 = V_1$

e quindi: $\quad P_4 = P_1$

(b) La pressione e il volume finali sono identici a quelli iniziali: $P_4 = 10^5$ Pa e $V_4 = 40$ l,

Le tre trasformazioni formano un ciclo che si rappresenta nel piano di Clapeyron come:



Il numero di moli di gas è: $n = P_1 V_1/R T_1 = 10^5\ 40\ 10^{-3}/(8.314\ 500) = 0.96$ moli
Il gas è biatomico quindi: $c_v = 5/2\ R$ $c_P = c_v + R = 7/2\ R$

Durante la prima trasformazione si ha:
$Q_{12} = n\ c_V\ \Delta T = 5/2\ n\ R\ (T_2 - T_1) = 2.5\ 0.96\ 8.314\ (1000\text{-}500) = 9977$ J

Durante la seconda trasformazione si ha:
$Q_{23} = n\ c_P\ \Delta T = 7/2\ n\ R\ (T_3 - T_2) = 3.5\ 0.96\ 8.314\ (500 - 1000) = -\ 13968$ J

La terza trasformazione è isoterma e dunque $U_{34} = 0$ e $Q_{34} = L_{34}$ dove:
$L_{34} = n\ R\ T_3 \ln V_4/V_3 = 0.96\ 8.314\ 500 \ln 2 = 2766$ J

(c) $Q_{12} = 9977$ J; $Q_{23} = -\ 13968$ J; $Q_{34} = 2766$ J
Il lavoro fatto nella prima trasformazione è nullo: $L_{12} = 0$
Il lavoro fatto nella seconda trasformazione è:
$L_{23} = P_2\ (V_3 - V_2) = P_2\ (V_2/2 - V_2) = -\ P_2\ V_2/2 = -\ P_1\ V_1 = -10^5\ 40\ 10^{-3} = -\ 4000$ J
Quindi il lavoro totale fatto e':
$L_{tot} = L_{12} + L_{23} + L_{34} = 0 - 4000$ J $+2766$ J $= -\ 1234$ J

Esercizio 3

a) Un guscio sferico al suo esterno produce lo stesso campo di una carica puntiforme $Q = 4\pi R^2\sigma$ posta al centro del guscio:

$$E_{guscio} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi R^2\sigma}{(R+d)^2} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{(R+d)^2}{R^2}\varepsilon_0 E_{guscio} = -\left(\frac{0.52+0.84}{0.52}\right)^2 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 170 = -1.03\cdot 10^{-8}\ \text{C/m}^2$$

La griglia possiede la stessa densità di carica superficiale.

b) La particella subisce l’effetto del campo elettrico della griglia, che accelera la particella fino al suo passaggio attraverso la griglia, quindi la decelera fino a una distanza L dalla parte opposta della griglia, infine il moto si inverte e la particella ritorna alla posizione iniziale ripetendo ciclicamente questo moto.
La velocità di passaggio attraverso la griglia si può calcolare con la conservazione dell’energia:

$$\frac{1}{2}mv_M^2 = q\Delta V = q\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}L \quad \Rightarrow \quad v_M = \sqrt{\frac{q|\sigma|L}{\varepsilon_0 m}} = \sqrt{\frac{3.2\cdot 10^{-19}\cdot 1.03\cdot 10^{-8}\cdot 1.5}{8.85\cdot 10^{-12}\cdot 6.64\cdot 10^{-27}}} = 2.90\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

Alternativamente si può considerare che durante il primo tratto il moto della particella è uniformemente accelerato con accelerazione $a = \dfrac{q|\sigma|}{2\varepsilon_0 m}$ diretta verso la griglia. La velocità di attraversamento si può quindi trovare anche con la formula $v_M^2 = 2aL$.

c) La particella impiega lo stesso tempo per andare dal punto di partenza alla griglia, dalla griglia al punto opposta a quello di partenza, dal punto opposto di nuovo alla griglia ed infine dalla griglia al punto di partenza. Di conseguenza il periodo di questo moto è pari a 4 volte il tempo impiegato dalla particella per andare dal punto di partenza alla griglia. Si può quindi ricavare il periodo dalla cinematica del moto uniformemente accelerato con l’equazione:

$$T = 4\frac{v_M}{a} = 8\frac{L}{v_M} = 8\frac{1.5}{2.9\cdot 10^5} = 4.14\cdot 10^{-5}\ \text{s}$$