Prova scritta di Fisica per Scienze Biologiche – 28 Aprile 2017

Soluzioni

Esercizio 1)

a) Il lavoro della forza d'attrito si calcola tramite la formula:

$$L(F_a) = -\mu_d M_1 g \cos\theta L = -0.22 \cdot 2.5 \cdot 9.8 \cdot (\cos 42.7°) 1.15 = -4.56\,\text{J}$$

dove l'angolo θ è stato calcolato con la formula $\theta = \arcsin\frac{h}{L} = \arcsin\frac{0.78}{1.15} = 42.7°$

Poiché l'attrito è una forza non conservativa, si può utilizzare la formula relativa al lavoro della forza d'attrito:

$$-\mu_d M_1 g \cos\theta L = M_1 g h + \frac{1}{2} M_1 v_1^2 - \frac{1}{2} M_1 v_0^2$$

Esplicitando per v_1, si ha:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2g[h + \mu_d \cos\theta L]} = \sqrt{6.4^2 - 2 \cdot 9.8[0.78 + 0.22(\cos 42.7°)1.15]} \quad = 4.69\,\text{m/s}$$

b) Essendo l'urto completamente anelastico, i due corpi rimangono attaccati e si conserva solo la quantità di moto:

$$M_1 v_1 = (M_1 + M_2)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{M_1 v_1}{M_1 + M_2} = \frac{2.5 \cdot 4.69}{2.5 + 1.1} = 3.26\,\text{m/s}$$

c) Dopo l'urto, due corpi attaccati insieme descrivono una traiettoria parabolica con velocità iniziale di modulo $V = 3.26$ m/s e inclinazione rispetto all'orizzontale $\theta = 42.7°$.
Per calcolare l'altezza massima basta considerare le equazioni del moto lungo l'asse y, imponendo che la componente v_y sia nulla:

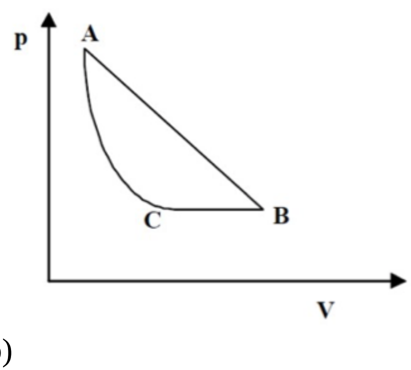
$$\begin{cases} v_y = V\sin\theta - gt \\ y = h + V\sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \quad t = \frac{V\sin\theta}{g} \qquad y = h + \frac{(V\sin\theta)^2}{2g} = 0.78 + \frac{(3.26\sin 42.7)^2}{2 \cdot 9.8} = 1.03\,\text{m}$$

d) Durante la traiettoria dei due corpi in aria l'energia meccanica si conserva:

$$K_f = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)V^2 + (M_1 + M_2)gh = \frac{1}{2} 3.6 \cdot 3.26^2 + 3.6 \cdot 9.8 \cdot 0.78 = 46.6\,\text{J}$$

Esercizio 2)

a)



b)

Nello stato C i valori delle variabili termodinamiche possono essere ricavati considerando che
$p_C = p_B = ½\, p_A = 1.25 \cdot 10^5$ Pa
e che, essendo la trasformazione CA isoterma, vale
$p_C V_C = p_A V_A$, da cui

$V_C = p_A\, V_A / p_C = 2\, V_A = 26\ \mathrm{dm}^3$

c)
Nella trasformazione AB possiamo calcolare la variazione di energia interna come

$U_B - U_A = n\, c_v\, (T_B – T_A)$
Con
$T_A = p_A\, V_A/(nR)$
$T_B = p_B\, V_B/(nR) = ½\, p_A\, 4\, V_A/(nR) = 2\, T_A$

Quindi
$U_B - U_A = n\, c_v\, (2T_A – T_A) = n\, c_v\, T_A = n\, (3/2)\, R\, T_A = n\, (3/2)\, R\, p_A\, V_A/(nR)$
Da cui:
$U_B - U_A = (3/2)\, p_A\, V_A = 4875\ J$

d)
Per calcolare il calore scambiato durante l’intero ciclo, usiamo il primo principio, e calcoliamo il lavoro del ciclo.
$Q = L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} =$
Calcolando geometricamente l’area al di sotto delle curve:
$L_{AB} = (V_B - V_A)(\, p_A + p_B)/2 = 3\, V_A * 3/2\, p_A/2 = 9/4\, p_AV_A = 7312\ J$
$L_{BC} = p_B\, (V_C – V_B) = ½\, p_A\, (2\text{-}4)\, V_A = – p_AV_A = -\ 3250\ J$
$L_{CD} = p_AV_A\, \ln(V_A / V_C) = p_AV_A\, \ln(1/2) = – p_AV_A\, \ln(2) = -2253\ J$

Quindi $L = p_AV_A\, (9/4 –1 – \ln(2)) = 1809\ J$

Esercizio 3)

a)
Il campo elettrico generato da ogni lastra vale in modulo, $|E| = |\sigma| / 2\varepsilon_0$. Calcolando la componente x del campo elettrico, questo vale
$E_a = -\sigma_1/2\varepsilon_0 + |\sigma_2|/2\varepsilon_0 = (-\sigma_1 + |\sigma_2|)/2\varepsilon_0 = -56$ kV/m (verso sinistra)
$E_b = -\sigma_1/2\varepsilon_0 + |\sigma_2|/2\varepsilon_0 = (+\sigma_1 + |\sigma_2|)/2\varepsilon_0 = +226$ kV/m (verso destra)
$E_c = -\sigma_1/2\varepsilon_0 + |\sigma_2|/2\varepsilon_0 = (+\sigma_1 - |\sigma_2|)/2\varepsilon_0 = +56$ kV/m (verso destra)

b)
Il punto materiale è soggetto alla forza elettrica nell’asse x e alla forza gravitazionale nell’asse y.
Si ha quindi
$m\, a_x = Q\, E_b$
$m\, a_y = -m\, g$
da cui
$a_x = Q\, E_b /m$
$a_x = -g$

quindi le leggi orarie nelle due coordinate sono:
$x(t) = ½\, QE_b / m\, t^2$
$y(t) = -\ ½\, g\, t^2$

Il punto materiale raggiunge la seconda lastra nel tempo

$$t = \sqrt{\frac{2dm}{Q\,E_b}} = 86\ \mathrm{ms}$$

In questo tempo, il corpo percorre scende lungo l'asse y della distanza

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 = \frac{1}{2} g \frac{2dm}{Q\,E_b} = \frac{gdm}{Q\,E_b} = 3.6\ \mathrm{cm}$$

c)

Usando la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} m\, v^2 = m\, g\, y + Q\, E_b d$$

da cui

$$v = \sqrt{2gy + \frac{2QE_b d}{m}} = 0.93\ \mathrm{m/s}$$