Prova scritta di Fisica per Scienze Biologiche – 21 giugno 2017
Proff Betti, Maoli, Piacentini

Soluzione 1

a) Si conserva la quantità di moto, $m_F \mathbf{v_F} + m_R \mathbf{v_R} = 0$ quindi la foglia di ninfea si muoverà nella direzione x e con verso opposto alla rana e con velocità pari a

$v_F = - m_R v_R \cos\theta / m_F = - 0.35$ m/s

b) L'altezza massima si ha

$H_{max} = v_R^2 \sin\theta^2 / 2g = 0.64$ m

c) $K/U = ½\ v_R^2 \cos\theta^2 / g\ H_{max} = 1$

d) $X_G = 2\ v_{Rx} v_{Ry} / g = 2\ v_R^2 \sin\theta \cos\theta / g = v_R^2/g = 2.55$ m

Dal bordo dello stagno sono $x_{D=} X_G - d = 0.55$ m

e) La rana planando scivola solo se ha una componente della velocità lungo x. Per il teorema dell'energia cinetica l'energia si dissipa con il lavoro compiuto dalla forza di attrito e si ferma dopo un tratto s in un tempo t.

$½\ m_R v_{Rx}{}^2 = \mu_D m_R\, g\, s$

$s = v_{Rx}{}^2 / 2\ \mu_D g = 3.19$ m

$v_{Rx}\, t - \mu_D g = 0$ $\qquad$ $t = v_{Rx} / \mu_D g = 1.8$ s

Soluzione 2

a) Il gas poliatomico è composto da $n = P_A V_A / RT_A = 2.55$ moli di gas.
Il calore specifico del gas poliatomico, a volume costante, vale $c_V = 3R$ (attenzione, in questo caso R va espresso come 8.314 J/mol K, mentre nel calcolo delle moli, se si usa la pressione in atm e il volume in litri, va espresso come 0.082 l atm/mol K).
Quando il sistema viene messo a contatto con il ghiaccio, si raffredda.
Il calore assorbito dal ghiaccio per sciogliersi completamente sarebbe:
$Q_{gh} = \lambda_{gh}\, m = 16650$ J
mentre il calore ceduto dal gas per raggiungere 0°C vale
$Q = n c_v\, \Delta T = -11276$ J,
quindi il ghiaccio si scioglie parzialmente.

b) Se il ghiaccio si scoglie parzialmente, la temperatura finale vale $T_B = 0°C = 273K$.
Inoltre
$P_B = nRT_B / V_A = 4.17$ atm

c) La trasformazione BC è isobara. La pressione vale P_B, e il volume varia fino ad ottenere la stessa temperatura iniziale.
Il volume nello stato C si ricava da
$V_C / T_C = V_B / T_B$
Dove $V_B = V_A$ e $T_c = T_A$
Quindi
$V_C = V_A\, T_A / T_B = 22.6$ litri
Il lavoro vale
$L_{BC} = P_B(V_C - V_B) = P_B(V_C - V_A) = 4.17 * 8.9 = 37.1$ litri atm $= 3756$ J

Il calore specifico a volume costante del gas poliatomico vale $c_V=3\,R$, con R = 8.314 J/K mol.
La variazione di energia interna vale quindi
$\Delta U = n\, c_V\, (T_C - T_B) = 3\, nR\, (T_C - T_B) = 11277$ J
Il calore assorbito vale
$Q = \Delta U+L_{BC} = 15032$ J
oppure
$Q = nc_p(T_C - T_B) = n\, 4R\, (T_C - T_B) =15032$ J

d) $L = L_{BC} + L_{CA} = L_{BC} + n\, R\, T_A \ln(V_A/V_C) = 3756$ J – 4776 J = -1021 J
In litri*atm
$L = L_{BC} + L_{CA} = L_{BC} + P_A\, V_A \ln(V_A/V_C) = 37.1$ litri atm – 47.1 litri atm = -10.0 litri atm

Soluzione 3

a) Il campo elettrico totale, per il principio di sovrapposizione, è dato dal campo della carica *q*, diretto verso l'alto, e dai campi delle due cariche *Q*, che hanno componenti orizzontali uguali in modulo ma opposte in verso e componenti verticali uguali, entrambe dirette verso il basso. La risultante dei tre campi avrà quindi solo la componente verticale e, prendendo come positiva la componente verso l'alto, si ha:

$$E_{tot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\left(\sqrt{3}L\right)^2} - 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L^2}\cos 30° = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left[\frac{|q|}{3} - \sqrt{3}Q\right] = \frac{8.99\cdot 10^9}{0.226^2}\left[0.53-7.27\right]\cdot 10^{-7} = -119000\,\text{V/m}$$

verso il basso

b) La carica q parte da ferma e, per ragioni di simmetria, è sottoposta durante tutta la sua traiettoria soltanto a una forza risultante diretta lungo l'asse *y* quindi il suo moto è rettilineo e interseca l'asse *x* nell'origine.
La forza agente sulla particella non è costante e quindi è necessario utilizzare un approccio di tipo energetico sfruttando la proprietà che il campo elettrico è conservativo.
Utilizzando il teorema dell'energia cinetica e prendendo come punti iniziali e finali rispettivamente il punto A e il punto O si ha:

$$K_O = q\left[V(\text{A}) - V(\text{O})\right] = 2q\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L/2}\right] = -\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{L}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}K_O} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(-\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{L}\right)} = \sqrt{\frac{2}{5.4\cdot 10^{-8}}\left(2\cdot 8.99\cdot 10^9\,\frac{1.6\cdot 4.2\cdot 10^{-14}}{0.226}\right)} = 445\,\text{m/s}$$

c) Applicando nuovamente il teorema dell'energia cinetica si ha che il lavoro totale è nullo ossia il lavoro positivo del campo elettrico prodotto dalle due cariche Q è controbilanciato dal lavoro negativo del campo della lamina che quindi deve avere una densità di carica superficiale negativa.

$$K_O - K_A = 0 = q\left[V(\text{A}) - V(\text{O})\right] = q\left[2\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L/2}\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}L\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = -\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{L} - \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}L\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}L\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L} \quad => \quad \sigma = -\frac{2}{\sqrt{3}\pi}\frac{Q}{L^2} = -\frac{2}{\sqrt{3}\pi}\frac{4.2\cdot 10^{-7}}{0.226^2} = -3.02\cdot 10^{-6}\,\text{C/m}^2$$