Esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 3 Novembre 2017

Soluzioni

Esercizio 1

a)

All'equilibrio, sulla massa m_2 agiscono la forza peso, la forza della molla e la tensione della corda T. Sulla massa m_1 agiscono la forza esterna F e la tensione della corda T. I corpi sono fermi e privi di accelerazione:

$$F - T = m_1 a_1 = 0$$

$$T - m_2 g - kx = m_2 a_2 = 0$$

Si ricava quindi che $T = F$ e che $kx = T - m_2 g$

L'allungamento vale

$$x = \frac{F - m_2 g}{k} = \frac{26.9 - 1.55 \cdot 9.8}{326} = 0.0359 \text{ m} = 3.59 \text{ cm}$$

ed è positivo, quindi diretto verso l'alto.

b)

Essendo entrambe due forze conservative, per il calcolo del lavoro si può usare il teorema dell'energia potenziale:

$$L_g = m_2 g x = 0.545 \text{ J}$$

$$L_k = \frac{1}{2} k x^2 = 0.210 \text{ J}$$

In entrambi i casi il lavoro è positivo, infatti la forza agisce nella direzione del moto.

c)

A causa della corda e della carrucola e due corpi si muovono alla stessa velocità in modulo. Per calcolare v_1 si può usare il teorema dell'energia cinetica:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_1^2 = L_g + L_k \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(L_g + L_k)}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.755}{5.85}} = 0.508 \text{ m/s}$$

Esercizio 2

a)

La trasformazione è un'adiabatica irreversibile e quindi si ha:

$$L = -\Delta U = -n_B c_V (T_1 - T) = -0.62 \frac{5}{2} 8.314 (487 - 315) = -2220 \text{ J}$$

b)

Durante il raggiungimento dell'equilibrio si ha uno scambio di calore attraverso il setto ma il sistema composto dalle parti A e B non compie lavoro e non scambia calore con l'esterno quindi l'energia interna totale si conserva. Uguagliando l'energia interna subito dopo la compressione e al raggiungimento dell'equilibrio termico si ha:

$$n_A c_V T + n_B c_V T_1 = (n_A + n_B) c_V T_{eq} \quad \Rightarrow \quad T_{eq} = \frac{n_A T + n_B T_1}{n_A + n_B} = \frac{0.23 \cdot 315 + 0.62 \cdot 487}{0.85} = 440 \text{ K}$$

c)

La pressione finale sarà data dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p = \frac{(n_A + n_B) R T_{eq}}{2V} = \frac{0.85 \cdot 8.314 \cdot 440}{4.3 \cdot 10^{-3}} = 7.23 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 7.14 \text{ atm}$$

Esercizio 3

a)

Essendo la sfera conduttrice, le cariche si distribuiscono sulla sua superficie. Sfruttando la proprietà che all'interno di un guscio sferico il campo è nullo, per $r < R_1$ si è all'interno di due gusci carichi e quindi il campo elettrico è nullo.

Utilizzando il principio di sovrapposizione, per $r > R_2$ i campi prodotti dalle due distribuzioni sono uguali in modulo ma contrapposti e quindi il campo elettrico totale è nullo.

Per $R_1 < r < R_2$ si deve considerare solo il campo prodotto dalla sfera carica e quindi si ha

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Il campo è radiale e le linee di forza sono soltanto in questa regione, escono dalla sfera ed entrano nel guscio sferico.

Nel punto M, a distanza $R_M = \frac{3+5}{2} = 4\,\text{cm}$ dal centro il campo elettrico vale:

$$E(R_M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_M^2} = \frac{8.99\cdot 10^9 \cdot 1.1\cdot 10^{-9}}{0.04^2} 6180\ \text{V/m}$$

b)

La differenza di potenziale è uguale a quella associata a una carica puntiforme Q al centro della sfera:

$$V_M - V_N = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_2}\right] = 8.99\cdot 10^9 \cdot 1.1\cdot 10^{-9}\left[\frac{1}{0.04} - \frac{1}{0.05}\right] = 49.4\ \text{V}$$

c)

Per calcolare la velocità iniziale si può utilizzare il teorema dell'energia cinetica, imponendo che la velocità finale della particella quando raggiunge la sfera interna sia nulla:

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right]$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2}{m}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}} = \sqrt{\frac{2}{4\cdot 10^{-12}} 6\cdot 10^{-12} \cdot 8.99\cdot 10^9 \cdot 1.1\cdot 10^{-9}\frac{2\cdot 10^{-2}}{15\cdot 10^{-4}}} = 14.1\,\text{m/s}$$