

## Soluzione prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 22 febbraio 2015

### Esercizio 1

a) Per la velocità del primo pezzo conviene considerare la conservazione della sua energia meccanica tra subito dopo l'esplosione e quando si ferma alla quota  $h$ , prendendo come quota di riferimento la quota  $h/2$ :

$$\frac{1}{2} \frac{M}{2} v_1^2 = \frac{M}{2} g \frac{h}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gh} = \sqrt{9.8 \cdot 4.32} = 6.51 \text{ m/s}$$

La velocità  $v_1$  è diretta verso la parte alta del piano inclinato.

La velocità del secondo pezzo si trova imponendo la conservazione della quantità di moto durante l'esplosione, ma prima si deve calcolare la velocità  $V$  del blocco al momento dell'esplosione.

Imponendo la conservazione dell'energia meccanica del blocco tra quando è inizialmente fermo e il momento prima dell'esplosione, abbiamo:

$$\frac{1}{2} MV^2 = Mg \frac{h}{2} \Rightarrow V = \sqrt{gh} = \sqrt{9.8 \cdot 4.32} = 6.51 \text{ m/s}$$

La velocità  $V$  è diretta verso la fine del piano inclinato.

Dalla conservazione della quantità di moto troviamo  $v_2$ :

$$MV = -\frac{M}{2} v_1 + \frac{M}{2} v_2 \Rightarrow v_2 = 2V + v_1 = 3\sqrt{gh} = 3\sqrt{9.8 \cdot 4.32} = 19.5 \text{ m/s}$$

La velocità  $v_2$  è diretta verso la fine del piano inclinato.

b) La velocità finale del secondo pezzo si trova di nuovo con la conservazione della sua energia meccanica tra il momento subito dopo l'esplosione e quando arriva in fondo al piano inclinato:

$$\frac{1}{2} \frac{M}{2} v_{2,f}^2 = \frac{1}{2} \frac{M}{2} v_2^2 + \frac{M}{2} g \frac{h}{2} \Rightarrow v_{2,f} = \sqrt{v_2^2 + gh} = \sqrt{10gh} = \sqrt{10 \cdot 9.8 \cdot 4.32} = 20.6 \text{ m/s}$$

c) Il moto è decelerato, verso l'alto con velocità iniziale  $v_1$ , velocità finale nulla ed accelerazione pari a  $-g \sin \theta$ . Utilizzando la formula per la velocità di tale moto troviamo il tempo  $t_1$ :

$$0 = v_1 - g \sin \theta t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{g \sin \theta} = \frac{6.51}{4.9} = 1.33 \text{ s}$$

### Esercizio 2

a) Il calore ceduto è dato da tre contributi: il calore per portare l'acqua a  $100^\circ\text{C}$ , il calore per la transizione di fase dell'acqua in vapore acqueo e il calore per portare il vapore acqueo da  $100^\circ\text{C}$  a  $129^\circ\text{C}$ . Per calcolare questo terzo contributo dobbiamo prima sapere il numero di moli di vapore acqueo:

$$n = \frac{\text{massa (g)}}{\text{massa molare}} = \frac{50.6}{18} = 2.81 \text{ mol}$$

Dobbiamo inoltre utilizzare il calore specifico molare a volume costante per un gas di molecole triatomiche:  $c_v = 3R$ .

$$Q = Mc_{\text{acqua}}(100 - T_a) + \lambda_{\text{ebol-acqua}} M + n 3R(T_f - 100) = \\ = 50.6 \cdot 4.18 \cdot 68 + 2270 \cdot 50.6 + 2.81 \cdot 24.9 \cdot 29 = 1.31 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) La pressione finale del vapore si calcola facilmente dall'equazione dei gas perfetti:

$$p_f = \frac{nRT_f}{V_c} = \frac{2.81 \cdot 8.31 \cdot 402}{81.2 \cdot 10^{-3}} = 115600 \text{ Pa} = 1.14 \text{ atm}$$

c) Per capire se il contenitore galleggia possiamo calcolare la sua densità media e confrontarla con quella della glicerina.

$$\rho_{media} = \frac{M_c + M}{V_c} = \frac{99.7 + 50.6 \cdot 10^{-3}}{81.2 \cdot 10^{-3}} = 1.23 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Essendo  $\rho_{media} < \rho_{glicerina}$ , il contenitore galleggia (il contributo in massa del vapore è trascurabile).

### Esercizio 3

a) Usando la formula per un condensatore piano troviamo:

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A} = \frac{25 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3.14 \cdot 2.25 \cdot 10^{-4}} = 7.99 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Per l'energia immagazzinata nel condensatore troviamo:

$$\frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} 25 \cdot 10^{-9} \cdot 7.99 \cdot 10^3 = 9.99 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

b) Quando si introduce il dischetto conduttore questo si carica per induzione elettrostatica di una carica  $-Q$  sul lato verso l'armatura positiva e di una carica  $Q$  sul lato verso l'armatura messa a terra. Il risultato è quello di avere due condensatori uguali in serie per i quali possiamo calcolare la capacità equivalente:

$$C_{equiv} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2} C_1 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d/4} = \frac{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3.14 \cdot 2.25 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 6.26 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

L'energia immagazzinata sarà uguale a:

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{625 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 6.26 \cdot 10^{-12}} = 4.99 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

c) Alla distanza  $d_1$  abbiamo il campo elettrico del condensatore superiore, alla distanza  $d_2$  siamo dentro il dischetto conduttore, quindi il campo elettrico è nullo e alla distanza  $d_3$  abbiamo il campo elettrico del condensatore inferiore.

$$E(d_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \pi R^2} = \frac{25 \cdot 10^{-9}}{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3.14 \cdot 2.25 \cdot 10^{-4}} = 4.00 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$E(d_2) = 0 \text{ V/m}$$

$$E(d_3) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \pi R^2} = \frac{25 \cdot 10^{-9}}{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3.14 \cdot 2.25 \cdot 10^{-4}} = 4.00 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

I campi elettrici  $\vec{E}(d_1)$  ed  $\vec{E}(d_3)$  sono diretti dall'armatura positiva a quella negativa e quindi puntano verso il basso.