

## Soluzione prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 22 febbraio 2015

### Esercizio 1

a) Sappiamo che in assenza di attrito il sistema si muoverebbe con  $m_1$  verso il basso. Definiamo accelerazione positiva quella con  $m_1$  verso il basso, quindi con  $m_2$  verso destra ed  $m_3$  verso l'alto. Chiamando  $T_1$  la tensione della corda a destra,  $T_2$  la tensione della corda a sinistra ed  $F_{A,S}$  la forza di attrito statico abbiamo il seguente sistema di tre equazioni per il caso in cui i tre corpi sono fermi:

$$m_1 g - T_1 = 0$$

$$T_1 - T_2 - F_{A,S} = 0$$

$$T_2 - m_3 g = 0$$

Sommando ed esplicitando per  $F_{A,S}$  si ha:  $F_{A,S} = (m_1 - m_3)g = 7.8 \text{ N}$ . Essendo il valore massimo per la forza di attrito statico pari a:  $F_{A,S,MAX} = \mu_s N = \mu_s m_2 g = 5.9 \text{ N}$  i tre corpi si mettono in moto ed il sistema diventa:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$T_1 - T_2 - F_{A,S} = m_2 a$$

$$T_2 - m_3 g = m_3 a$$

Sommando ed esplicitando per  $a$  si ha:  $a = \frac{(m_1 - \mu_d m_2 - m_3)g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0.5}{6.2} 9.8 = 0.79 \text{ m/s}^2$

b) L'energia cinetica si può trovare calcolando la velocità per un moto uniformemente accelerato:

$$v^2 = 2as = 2 \cdot 0.79 \cdot 1.2 = 1.896 \text{ m}^2/\text{s}^4 \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2 = \frac{6.2 \cdot 1.896}{2} = 5.9 \text{ J}$$

Alternativamente si poteva calcolare l'energia cinetica come lavoro della forza risultante:

$$K = (m_1 g - \mu_d m_2 g - m_3 g) s = 0.5 \cdot 9.8 \cdot 1.2 = 5.9 \text{ J}$$

c) Per evitare che i tre corpi si muovano è necessario applicare una forza aggiuntiva verso il basso su  $m_2$  che produca una forza di attrito massima pari a quella che arresta il sistema:

$$(m_1 - m_3)g = F_{A,S,MAX} = \mu_s N = \mu_s (m_2 g + F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad F_{ext} = \frac{(m_1 - m_3)g}{\mu_s} - m_2 g = 9.8 \text{ N}$$

### Esercizio 2

a) Essendo la trasformazione BC un'isoterma si ha:

$$T_C = T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{8.2 \cdot 10^5 \cdot 2.6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8.31} = 86 \text{ K}$$

Possiamo calcolare  $p_C$  dall'equazione di stato:

$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{3 \cdot 8.31 \cdot 86}{3.7 \cdot 10^{-3}} = 5.8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) Nella trasformazione BC l'energia interna non cambia quindi la variazione è relativa solo alla trasformazione AB:

$$U_B - U_A = \frac{3}{2} nR \left( \frac{p_B V_B - p_A V_A}{nR} \right) = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) = \frac{3}{2} (8.2 \cdot 10^5 \cdot 2.6 \cdot 10^{-3} - 6.1 \cdot 10^5 \cdot 1.3 \cdot 10^{-3}) = 2000 \text{ J}$$

c) Dal primo principio della termodinamica si ha:  $Q_{AC} = (U_B - U_A) + L_{AB} + L_{BC}$

Calcoliamo separatamente i due lavori. Per  $L_{AB}$  dobbiamo calcolare l'area sotto la curva AB che è l'area di un trapezio:

$$L_{AB} = (V_B - V_A) \frac{p_B + p_A}{2} = 1.3 \cdot 10^{-3} \frac{14.3 \cdot 10^5}{2} = 930 \text{ J}$$

Per  $L_{BC}$  usiamo la formula per il lavoro di una trasformazione isoterma reversibile:

$$L_{BC} = nRT_C \ln \frac{V_C}{V_B} = 3 \cdot 8.31 \cdot 86 \cdot \ln \frac{3.7}{2.6} = 756 \text{ J}$$

Il calore è dato dalla somma dei tre contributi:

$$Q_{AC} = (U_B - U_A) + L_{AB} + L_{BC} = 2000 + 930 + 756 = 3700 \text{ J}$$

Essendo un valore positivo, il calore è assorbito dal gas.

### Esercizio 3

a) Ai capi di ogni resistenza si ha una tensione pari a  $V_0$ , quindi, applicando la I legge di Ohm, si ha:

$$I_1 = \frac{V_0}{R_1} = \frac{240}{2.2} = 110 \text{ A} \quad I_2 = \frac{V_0}{R_2} = \frac{240}{4.4} = 55 \text{ A}$$

b) Applicando la legge di Biot-Savart considerando che in entrambi i fili la corrente circola verso il basso, e sommando vettorialmente i campi magnetici generati dai due fili si ha:

in  $P_1$  il campo  $B_1$  è uscente dal foglio mentre  $B_2$  è entrante nel foglio;

in  $P_2$  entrambi i campi  $B_1$  e  $B_2$  sono uscenti dal foglio.

Per i moduli si ha:

$$B(P_1) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d/2} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d/2} = \frac{\mu_0 (I_1 - I_2)}{\pi d} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 55}{0.02} = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$B(P_2) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 3d/2} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d/2} = \frac{\mu_0}{\pi d} \left( \frac{I_1}{3} + I_2 \right) = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{0.02} 91.7 = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Entrambi i campi sono uscenti dal foglio.

c) Essendo i due fili percorsi da una corrente nello stesso verso, sperimentano una forza attrattiva, quindi la forza sentita filo di destra è verso sinistra. Il suo modulo è dato da:

$$F_{12} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} L = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 6050}{0.04} 1.2 = 0.073 \text{ N}$$