Soluzione prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 8 febbraio 2015

Esercizio 1

a) Per determinare la forza centripeta dobbiamo prima di tutto calcolare la velocità alla quota *R*/2. Applicando la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante iniziale e quando il corpo si trova alla quota R/2 abbiamo:

$$MgR = Mg\frac{R}{2} + \frac{1}{2}Mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \cdot 2.14} = 4.58\,\text{m/s}$$

La forza centripeta sarà diretta verso il centro del quarto di cerchio ed il sul modulo sarà:

$$F = M\frac{v^2}{R} = Mg = 3.41 \cdot 9.8 = 33.4\,\text{N}$$

b) Considerando come istante iniziale quando il corpo parte da fermo e come istante finale quando il corpo si ferma, applicando l'equazione relativa al lavoro delle forze non conservative, si ha:

$$L(F_{nc}) = E_f - E_i \quad \Rightarrow \quad -\mu_d MgL = 0 - MgR \quad \Rightarrow \quad \mu_d = \frac{R}{L} = \frac{2.14}{7.45} = 0.287$$

c) Per calcolare il tempo dobbiamo trovare la velocità di uscita dalla guida. Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ha:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = MgR \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 2.14} = 6.48\,\text{m/s}$$

Il moto del corpo è uniformemente accelerato con accelerazione $a = -\mu_d\, g = -2.81$ m/s^2.
Utilizzando la formula cinematica per la velocità nel moto uniformemente accelerato, si ha:

$$0 = v + at = \sqrt{2gR} - \mu_d gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\mu_d}\sqrt{\frac{2R}{g}} = \frac{1}{0.287}\sqrt{\frac{2 \cdot 2.14}{9.8}} = 2.30\,\text{s}$$

Esercizio 2

a) Per una trasformazione isobara abbiamo $\frac{V}{T} = \text{cost}$, quindi il volume finale è:

$$V_f = V_i\frac{T_f}{T_i} = 8.16 \cdot 10^{-3}\,\frac{296}{293} = 8.24 \cdot 10^{-3}\ \text{litri} = 8.24 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$$

Il lavoro per una trasformazione isobara reversibile è:

$$L = p(V_f - V_i) = 1.15 \cdot 101300(8.24 - 8.16) \cdot 10^{-6} = 9.32 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

b) Per calcolare il calore dobbiamo utilizzare il primo principio della termodinamica.
Prima di calcolare l'energia interna dobbiamo trovare il numero di moli del gas e lo facciamo utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$n = \frac{pV_i}{RT_i} = \frac{1.15 \cdot 101300 \cdot 8.16 \cdot 10^{-6}}{8.31 \cdot 293} = 3.90 \cdot 10^{-4}$$

La variazione di energia interna è:

$$\Delta U = nc_v(T_f - T_i) = 3.90 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{5}{2}8.31 \cdot 3 = 2.43 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

Il calore assorbito è:

$$Q = L + \Delta U = 9.32 \cdot 10^{-3} + 2.43 \cdot 10^{-2} = 3.36 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

Alternativamente si poteva arrivare direttamente al calore con la formula:

$$Q = nc_p(T_f - T_i) = 3.90 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{7}{2} 8.31 \cdot 3 = 3.40 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

La differenza tra i due risultati è dovuta alla scarsa precisione con cui si trova (V_f-V_i) utilizzato nel primo caso per il calcolo del lavoro.

c) La pressione esterna si calcola applicando la legge di Stevino:

$$p_{ext} = p_0 + \rho g H = 101300 + 1030 \cdot 9.8 \cdot 12.4 = 226000 \text{ Pa} = 2.23 \text{ atm}$$

Quindi la differenza di pressione è:

$$\Delta p = 226000 - 1.15 \cdot 101300 = 110000 \text{ Pa} = 1.08 \text{ atm}$$

Esercizio 3

a) Per $d_2 > d_1$ il campo dovuto alla lamina è diretto verso sinistra mentre quello generato dalla carica Q_1 è diretto verso destra. Per ottenere un campo totale nullo dobbiamo avere:

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{(d_2 - d_1)^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad (d_2 - d_1) = \sqrt{\frac{Q_1}{-2\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{4.2 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 3.5 \cdot 10^{-8}}} = 0.138 \text{ m} = 13.8 \text{ cm}$$

Quindi la distanza dall'origine è d_2=18.8 cm.

b) Per calcolare la velocità possiamo usare la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} M v^2 = Q_1 \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} d_1 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Q_1 |\sigma| d_1}{M\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4.2 \cdot 10^{-9} \cdot 3.5 \cdot 10^{-8} \cdot 0.05}{5.77 \cdot 10^{-11} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}} = 120 \text{ m/s}$$

c) La carica parte da ferma con energia potenziale massima ed energia cinetica nulla, passa per la lamina con energia potenziale nulla ed energia cinetica massima e si ferma dall'altra parte, prima di tornare indietro, con energia potenziale massima ed energia cinetica nulla. Il suo è un moto oscillatorio di ampiezza d_1 attorno alla lamina. La posizione in cui si ferma la carica è x=-d_1. Si può trovare questo risultato utilizzando lo stesso ragionamento energetico del punto b.

$$Q_1 \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} |x| = Q_1 \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} d_1 \quad \Rightarrow \quad |x| = d_1 = 5.00 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad x = -5.00 \text{ cm}$$