Prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 13 aprile 2015

Soluzioni degli esercizi

Esercizio 1

(a) Nella discesa sul piano inclinato privo di attrito la componente della forza peso parallela al piano compie lavoro positivo, e il corpo acquista energia cinetica:

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mg \cdot sin\alpha \cdot d$$

L'energia cinetica acquisita viene dissipata nel tratto orizzontale per effetto della forza di attrito, che compie lavoro negativo:

$$0 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = -\mu_d Mg \cdot D$$

In definitiva:

$$Mg \cdot sin\alpha \cdot d = \mu_d Mg \cdot D,$$

$$\alpha = \mathrm{asin}\left(\mu_d \cdot \frac{D}{d}\right) = \mathrm{asin}\left(0.433 \cdot \frac{1.24}{0.62}\right) \cong 60°$$

(b) Il tratto orizzontale è percorso ad accelerazione negativa costante. La velocità si annulla dopo un intervallo di tempo Δt tale che:

$$0 = v(\Delta t) = v_0 - \mu_d g \Delta t,$$

$$\Delta t = \frac{v_0}{\mu_d g} = \frac{1}{\mu_d}\sqrt{\frac{2dsin\alpha}{g}} = \frac{1}{0.433} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0.620 \cdot 0.866}{9.81}} \cong 0.764\ s$$

(c) Se anche sul tratto *d* agisce una forza di attrito dinamico, con stesso coefficiente, applicando due volte il teorema dell'energia cinetica come al punto (a) si ottiene:

$$Mg \cdot sin\alpha \cdot d - \mu_d Mg \cdot cos\alpha \cdot d = \mu_d Mg \cdot D'$$

e quindi

$$D' = \left(\frac{sin\alpha}{\mu_d} - cos\alpha\right) \cdot d = \left(\frac{0.866}{0.433} - \cos{(60)}\right) \cdot 0.620 \cong 0.930\ m$$

Esercizio 2

La trasformazione che porta all'equilibrio termico, approssimata come reversibile, consiste in uno scambio di calore del gas con il setto metallico fisso, a volume costante per il gas contenuto nel settore inferiore, alla pressione costante p_0 per il gas contenuto nel settore superiore.

(a) L'equazione calorimetrica da risolvere per il calcolo della temperatura di equilibrio è la seguente:

$$C_S \cdot (T_S - T_{eq}) = n \cdot c_V \cdot (T_{eq} - T_G) + n \cdot c_P \cdot (T_{eq} - T_G) = n \cdot (c_V + c_P) \cdot (T_{eq} - T_G)$$

e quindi, con $c_V + c_P = (5/2+7/2)R = 6R$ per gas perfetti biatomici

$$T_{eq} = \frac{C_S \cdot T_S + 6nRT_G}{C_S + 6nR} = \frac{251 \cdot 393 + 6 \cdot 2.25 \cdot 8.31 \cdot 285}{251 + 6 \cdot 2.25 \cdot 8.31} \cong 360\ K$$

(b) Si ha variazione di volume solo nel settore superiore del cilindro, dove possiamo applicare l'equazione di stato dei gas perfetti sia nello stato finale che in quello iniziale:

$$p_0 \cdot \Delta V_G = \mathrm{nR}(T_{eq} - T_G),$$

$$\Delta V_G = \frac{2.25 \cdot 8.31 \cdot (360 - 285)}{1.03 \cdot 10^5} \cong 1.36 \cdot 10^{-2}\mathrm{m}^3$$

Il volume aumenta.

Esercizio 3

Le particelle acquisiscono energia cinetica pari alla differenza di energia potenziale tra le due armature:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q \cdot \Delta V_1$$

(a) La carica iniziale Q_0 del primo condensatore è pari a $C_1 \cdot \Delta V_1$, e quindi

$$Q_0 = \frac{mv^2}{2q} \cdot C_1 = \frac{6.62 \cdot 10^{-27} \cdot \left(1.21 \cdot 10^4\right)^2}{2 \cdot 3.22 \cdot 10^{-19}} \cdot 22.5 \cdot 10^{-9} \cong 3.39 \cdot 10^{-8}\ C$$

(b) Dopo la chiusura del tasto, la carica elettrica iniziale si ripartisce tra i due condensatori in parallelo ($Q_0 = Q_1 + Q_2$) in modo che la differenza di potenziale tra le armature del primo e del secondo sia la stessa:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_0 - Q_1}{C_2}$$

da cui:

$$Q_1 = \frac{Q_0}{\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right)} = \frac{Q_0}{3} \cong 1.13 \cdot 10^{-8}\ C$$

(c) Utilizzando la formula ottenuta in (a) con la carica che è ora Q_1 si ha:

$$v' = \sqrt{\frac{2q}{m} \cdot \frac{Q_1}{C_1}} = \sqrt{9.73 \cdot 10^7 \cdot 0.502} \cong 6.99 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$$