Soluzione prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 6 luglio 2015

Esercizio 1

a) Il primo corpo prima dell'urto percorre una distanza $L = \frac{h_1 - h_2}{sin\theta} = \frac{8.72-5.48}{sin 25°} = 7.67\ m$
Applicando il teorema dell'energia cinetica tra t=0 e il momento dell'urto si trova v_{1i}:

$$\frac{1}{2}M_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2}M_1 v_0^2 = M_1 g(h_1 - h_2) - \mu_{1d} M_1 g \cos\theta\ L$$

$$v_{1i} = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_1 - h_2) - 2\mu_{1d} g \cos\theta\ L}$$

$$= \sqrt{3.67^2 + 2 \cdot 9.80 \cdot 3.24 - 2 \cdot 0.520 \cdot 9.80\ \cdot 0.906 \cdot 7.67} = 2.48\ m/s$$

b) Essendo l'urto elastico tra due corpi di massa uguale, le velocità prima e dopo l'urto si scambiano tra i due corpi e quindi il primo si ferma, mentre il secondo si muove con velocità iniziale $v_{2f} = v_{1i} = 2.48\ m/s$
Applicando nuovamente la formula del lavoro della forza d'attrito per il secondo corpo tra l'istante subito dopo l'urto e il momento in cui si ferma, si trova:

$$0 - \frac{1}{2}M_2 v_{2f}^2 = M_2 g d\ \sin\theta - \mu_{2d} M_2 g d \cos\theta$$

$$\mu_{2d} = \frac{v_{2f}^2 + 2gd\sin\theta}{2gd\cos\theta} = \frac{v_{2f}^2}{2gd\cos\theta} + \tan\theta = \frac{2.48^2}{2 \cdot 9.80 \cdot 3.22 \cdot 0.906} + 0.466 = 0.574$$

c) Dopo l'urto il primo corpo rimane fermo perché è soddisfatta la condizione $\mu_{1s} = 0.720 > \tan\theta = 0.466$, quindi la diminuzione di energia meccanica è pari al lavoro della forza d'attrito sul primo corpo prima dell'urto più il lavoro della forza d'attrito sul secondo corpo dopo l'urto:

$$\Delta E = -\mu_{1d} M_1 g \cos\theta\, L - \mu_{2d} M_2 g \cos\theta\, d$$
$$= -0.520 \cdot 4.15 \cdot 9.80 \cdot 0.906 \cdot 7.67 - 0.574 \cdot 4.15 \cdot 9.80 \cdot 0.906 \cdot 3.22 = -215\ J$$

Esercizio 2

a) Tramite l'equazione di stato dei gas perfetti si calcolano le temperature degli stati A e B:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{1.54 \cdot 101300 \cdot 25.7 \cdot 10^{-3}}{3.72 \cdot 8.31} = 130\ K \qquad T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{2p_A 3V_A}{nR} = 6T_A = 780\ K$$

Applicando il primo principio della termodinamica, si ottiene:

$$L_{AB} = L_{AA'} + L_{A'B} = 0 + p_B\ (V_B - V_{A'}) = 2p_A\ 2V_A = 4 \cdot 1.54 \cdot 101300 \cdot 25.7 \cdot 10^{-3} = 16.0\ kJ$$

$$\Delta U_{AB} = nc_V(T_B - T_A) = n\frac{5}{2}\ R \cdot 5T_A = 3.72 \cdot \frac{25}{2}\ 8.31 \cdot 130 = 50.2\ kJ$$

$$Q_{AB} = L_{AB} + \Delta U_{AB} = (16.0 + 50.2) \cdot 10^3 = 66.2\ kJ$$

b) Dal primo principio si ottiene:

$$L_{BC} = Q_{BC} - \Delta U_{BC} = Wt - n\frac{5}{2}R(T_C - T_B) = 223 \cdot 180 - 3.72 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \cdot (889 - 780)$$
$$= 31.7\ kJ$$

c) Essendo p_A=p_C, si può calcolare V_C:

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_A} = \frac{3.72 \cdot 8.31 \cdot 889}{1.54 \cdot 101300} = 0.176\, m^3 = 176\, l$$

Dal primo principio si ha:

$$L_{CA} = p_A(V_A - V_C) = 1.54 \cdot 101300 \cdot (25.7 - 176) \cdot 10^{-3} = -23.4\, kJ$$

$$Q_{CA} = L_{CA} + n\frac{5}{2}R(T_A - T_C) = -23400 + 3.72 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \cdot (130 - 889) = -82.1\, kJ$$

Alternativamente si può calcolare direttamente Q_{CA} tramite la formula:

$$Q_{CA} = nc_p(T_A - T_C) = 3.72 \cdot \frac{7}{2} \cdot 8.31 \cdot (130 - 889) = -82.1\, kJ$$

Esercizio 3

a) Nel punto P i campi elettrici del filo e della sfera sono entrambi orizzontali. Essendo il campo elettrico della sfera, per distanze superiori ad R, equivalente a quello di una carica puntiforme posta al centro della sfera, si può scrivere:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi R^2\sigma}{L^2} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(D+L)} = 0$$

$$\lambda = -\frac{2\pi\sigma R^2(D+L)}{L^2} = -\frac{2\pi \cdot 4.51 \cdot 10^{-8} \cdot 0.230^2 \cdot 0.650}{0.280^2} = -1.24 \cdot 10^{-7}\, C/m$$

b) Nel punto A il campo elettrico prodotto dal filo è orizzontale e diretto verso sinistra, mentre il campo elettrico prodotto dalla sfera è inclinato di 45° rispetto l'asse x. Usando il principio di sovrapposizione si ha:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi\sigma R^2}{2L^2}\cos 45° + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(D+L)} \\ &= 8.99 \cdot 10^9 \frac{4\pi \cdot 4.51 \cdot 10^{-8} \cdot 0.230^2}{2 \cdot 0.280^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \cdot 8.99 \cdot 10^9 \frac{1.24 \cdot 10^{-7}}{0.650} \\ &= 1.22 \cdot 10^3 - 3.43 \cdot 10^3 = -2.21 \cdot 10^3\, V/m \end{aligned}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi\sigma R^2}{2L^2}\sin 45° = 8.99 \cdot 10^9 \frac{4\pi \cdot 4.51 \cdot 10^{-8} \cdot 0.230^2}{2 \cdot 0.280^2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.22 \cdot 10^3\, V/m$$

c) Usando il principio di sovrapposizione si può calcolare separatamente la d.d.p. dovuta alla sfera e al filo. Per la sfera si deve tener presente che all'esterno della sfera il potenziale è equivalente a quello di una carica puntiforme, mentre all'interno della sfera il potenziale è uguale a quello sulla superficie. Per il filo i punti B e C sono allo stesso potenziale. Si ha:

$$\begin{aligned} (V_B - V_C)_{totale} &= (V_B - V_C)_{filo} + (V_B - V_C)_{sfera} = 0 + \frac{4\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{L} - \frac{1}{R}\right) \\ &= 8.99 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 4.51 \cdot 10^{-8} \cdot 0.230^2 \left(\frac{1}{0.280} - \frac{1}{0.230}\right) = -2.09 \cdot 10^2\, V \end{aligned}$$