

## Soluzione 1

a) Essendo il liquido incompressibile la portata in A è uguale alla portata in B:

$$v_B = v_A S_A / S_B = 2.77 \cdot 4.67 / 2.18 = 5.93 \text{ m/s.}$$

b) Dal teorema di Bernoulli si ha:

$$h_B - h_A = (1/\rho g) [(1/2) \rho (v_A^2 - v_B^2) + P_A - P_B] = \\ (184 \cdot 9.80)^{-1} [0.5 \cdot 184 \cdot (2.77^2 - 5.93^2) + 3810 - 5980] = -2.61 \text{ m.}$$

c) Se nel punto A il liquido percorre un tratto  $d$  in un tempo  $t$ , la pompa compie un lavoro  $L = Fd$  nel tempo  $t$ , e quindi sviluppa una potenza:

$$W_p = Fd/t = F v_A = P_A S_A v_A = 3810 \cdot 4.67 \cdot 10^{-4} \cdot 2.77 = 4.93 \text{ W.}$$

## Soluzione 2

a) La prima trasformazione è una isoterma, in cui la pressione passa da  $P_1 = P_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  a  $P_2 = P_0 + \rho gh = 1.01 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 9.80 \cdot 42.6 = 5.18 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

All'inizio ed alla fine della trasformazione il volume è, rispettivamente,  $V_1 = nRT_A / P_1$  e  $V_2 = nRT_A / P_2$ .

Per una trasformazione isoterma  $\Delta U = 0$ , e quindi  $Q_1 = L_1 = nRT_A \ln (V_2/V_1) = nRT_A \ln (P_1/P_2) = 6.17 \cdot 8.31 \cdot (273.16 + 7.60) \cdot \ln (1.01 \cdot 10^5 / 5.18 \cdot 10^5) = -2.35 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

La prima trasformazione è esotermica.

b) La seconda trasformazione avviene a profondità costante, ovvero a pressione costante.

$$Q_2 = nC_p (T_B - T_A) = 6.17 \cdot (7/2) \cdot 8.31 \cdot (84.2 - 7.6) = 1.37 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

La seconda trasformazione è endotermica.

c) Essendo la prima trasformazione isoterma, in essa  $\Delta U = 0$ . Nella seconda trasformazione si ha:

$$\Delta U = nC_v (T_B - T_A) = 6.17 \cdot (5/2) \cdot 8.31 \cdot (84.2 - 7.6) = 9.82 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Questo è anche il risultato per la trasformazione complessiva.

## Soluzione 3

Il campo elettrico è conservativo. Lo ione si allontana dal piano di separazione, ma viene progressivamente rallentato dal campo  $E$  fino a fermarsi; si muove poi nella stessa direzione del moto iniziale ma in verso opposto, e ripassa per il punto di partenza con la stessa energia cinetica, cioè con la stessa velocità (in modulo) che aveva all'inizio.

a) Il moto dello ione è uniformemente accelerato dal punto di partenza al piano di separazione, e la velocità  $v_1$  con cui esso arriva al piano può essere determinata con il teorema dell'energia cinetica:  $(1/2) m (v_1^2 - v_0^2) = q E d$ , da cui  
$$v_1 = (2 q E d / m + v_0^2)^{1/2} = (2 \cdot 4.80 \cdot 10^{-19} \cdot 1.73 \cdot 2.56 / 3.01 \cdot 10^{-26} + 3.31 \cdot 10^7)^{1/2} = 1.32 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

b) Passato il piano di separazione, lo ione percorre una traiettoria semi-circolare con centro sul piano di separazione, senza variare il modulo della sua velocità. Il raggio di questa traiettoria vale

$$r = m v_1 / q_k B = 3.01 \cdot 10^{-26} \cdot 1.32 \cdot 10^4 / 4.80 \cdot 10^{-19} \cdot 3.68 \cdot 10^{-4} = 2.25 \text{ m.}$$

La distanza  $L$  fra i due punti di passaggio è quindi  $L = 2r = 4.50 \text{ m.}$

c) Per la natura conservativa del campo elettrico vale la conservazione dell'energia meccanica. La differenza di energia potenziale elettrica è quindi uguale alla differenza, cambiata di segno, dell'energia cinetica fra gli stessi punti:

$$U = - (1/2) m v_1^2 = - 0.5 \cdot 3.01 \cdot 10^{-26} \cdot (1.32 \cdot 10^4)^2 = - 2.62 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$