Soluzioni del compito del 22 settembre 2014

Esercizio 1

Le sfere sono sottoposte alla forza di gravità $m_i\mathbf{g}$ ed alla spinta di Archimede $-\rho_L V_i \mathbf{g}$, dove $V_i = (m_i/\rho_i)$ e i = 1, 2. La forza totale, di modulo $m_i g\,(1 - \rho_L/\rho_i)$, è diretta verso il basso per la prima sfera, verso l'alto per la seconda sfera. La forza totale su ognuna delle sfere è conservativa, equivalendo ad una forza "peso" relativa ad un'accelerazione di gravità $g_i^* = g\,(1 - \rho_L/\rho_i)$; ovvero:

$$g_1^* = 9.80\cdot(1 - 1.22/1.68) = 2.68 \text{ m/s}^2 \text{ verso il basso;}$$

e

$$g_2^* = 9.80\cdot(1 - 1.22/0.88) = - 3.79 \text{ m/s}^2 \text{ verso l'alto.}$$

(a) Il moto delle sfere è uniformemente accelerato, con velocità iniziale nulla ed accelerazione g_i^*. Misurando le distanze su un asse verticale diretto verso il basso si trova:

$$h_1 = ½\, g_1^* t_F^2 = 0.5\cdot 2.68\cdot 5.37^2 = 38.6 \text{ m (discesa);}$$
$$h_2 = - ½\, g_2^* t_F^2 = - 0.5\cdot 3.79\cdot 5.37^2 = - 54.6 \text{ m (salita).}$$

(b) $\Delta U_i = - m_i g_i^* h_i$. Quindi:

$$\Delta U_1 = - 3.18\cdot 10^{-3}\cdot 2.68\cdot 38.6 = - 0.329 \text{ J;}$$
$$\Delta U_2 = - 4.84\cdot 10^{-3}\cdot(-3.79)\cdot(-54.6) = - 1.00 \text{ J.}$$

(c) Essendo il liquido ideale (privo di viscosità) vale la conservazione dell'energia meccanica:
$½\, m_i v_i^2 = - \Delta U_i$, da cui

$$v_i = (-2\,\Delta U_i/m_i)^{1/2} = (2 g_i^* h_i)^{1/2}.$$
$$v_1 = 14.4 \text{ m/s.} \quad v_2 = 20.3 \text{ m/s.}$$

Esercizio 2

(a) Per l'equilibrio meccanico $p_1 = p_2$, e per l'equilibrio termico $T_1 = T_2$. Dalla legge dei gas ideali si deriva quindi

$$n_1/V_1 = n_2/V_2 = n_2/(V - V_1),$$

da cui

$$n_1 V = (n_1 + n_2)V_1 \text{ e } V_1 = n_1 V/(n_1 + n_2) = 6.17\cdot 23.6/(6.17 + 3.46) = 15.1 \text{ litri.} \quad V_2 = 23.6 - 15.1 = 8.5 \text{ litri.}$$

Queste relazioni valgono anche durante la graduale trasformazione; V_1 e V_2 rimangono quindi costanti.

(b) Poiché il calore viene estratto da ognuno dei due gas a volume costante, vale

$$Q = (n_1\cdot 3/2\cdot R + n_2\cdot 5/2\cdot R)\cdot(T^*-T),$$

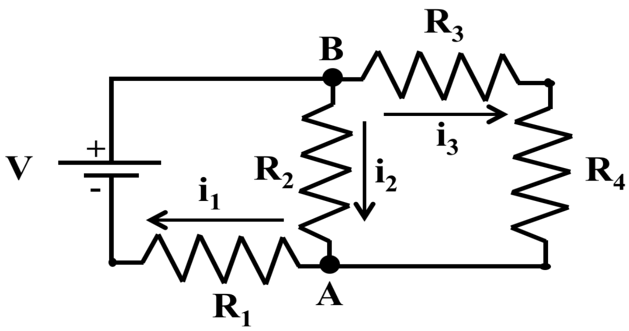
da cui

$$T^* = T + Q\,/\,(n_1\cdot 3/2\cdot R + n_2\cdot 5/2\cdot R) = 348 - 0.784\cdot 4.186\cdot 10^3\,/\,(6.17\cdot 1.5 + 3.46\cdot 2.5)\cdot 8.31 = 326 \text{ K.}$$

(c) Durante la trasformazione si mantiene l'equilibrio meccanico, per cui $p_1^* = p_2^*$.

$$\Delta p_1 = p_1^* - p_1 = n_1 R\,(T^*-T)/\,V_1 = 6.17\cdot 8.3\cdot(-22)/15.1\cdot 10^{-3} = - 7.46\cdot 10^4 \text{ Pa.}$$

Esercizio 3



(a) Le due resistenze in serie R_3 e R_4 equivalgono a $R_{34} = R_3+R_4$; R_{34} e la resistenza R_2 sono soggette alla stessa ddp. Poiché $i_2 = 2i_3$, deve valere $R_2 = (R_3 + R_4)/2$. Ne consegue $R_4 = 2R_2 - R_3 = 2\cdot 6.18 - 7.56 = 4.80\ \Omega$.
$R_{34} = 7.56 + 4.80 = 12.36\ \Omega$.

R_{34} e R_2 sono in parallelo, ed equivalgono ad una resistenza R_{234} , con $1/R_{234} = 1/R_2 + 1/R_{34}$
$R_{234} = R_2R_{34}/(R_2 + R_{34}) = 6.18 \cdot 12.36/(6.18 + 12.36) = 4.12\ \Omega$.
R_{234} è in serie con R_1, producendo una resistenza totale equivalente $\mathrm{R}_{1234} = R_1 + R_{234} = 3.45 + 4.12 = 7.57\ \Omega$.
$i_1 = V/\ \mathrm{R}_{1234} = 8.52/7.57 = 1.13$ A.

(b) $P = R_4\, i_3^2 = R_4\, (i_1/3)^2 = 4.80 \cdot (1.13/3)^2 = 0.681$ W.

(c) $V_\mathrm{A} - V_\mathrm{B} = -\, R_2 i_2 = -\, R_2 (2/3)\, i_1 = -\, 6.18 \cdot (2/3) \cdot\ 1.13 = -\, 4.66$ V.