Prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 15 Luglio 2013
Soluzioni degli esercizi

Esercizio 1 – Prima del distacco dalla molla il blocchetto è in moto circolare uniforme, e la molla esercita una forza centripeta $k\cdot(l\text{-}l_o)$. Dopo il distacco, inizialmente (parte del piano senza attrito) il moto è rettilineo e uniforme, mentre sul tratto D per la presenza dell'attrito il moto è uniformemente accelerato, con accelerazione negativa $-\mu_d\cdot g$.

(a) Per il calcolo della costante elastica della molla si utilizza l'espressione della forza centripeta:

$$m\omega^2 l = k(l - l_0),$$

$$k = \frac{m\omega^2 l}{(l - l_0)} \cong \frac{6.35\cdot 10^{-3}\cdot 8.50^2\cdot 12.6\cdot 10^{-2}}{(12.6 - 10.4)\cdot 10^{-2}} \cong 2.63 N/m$$

(b) La velocità al distacco è $v_o = \omega l \cong 8.50\cdot 12.6\cdot 10^{-2} \cong 1.07 m/s$. L'energia cinetica iniziale viene dissipata per attrito nel tratto D:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \mu_d mgD$$

$$\Rightarrow \mu_d = \frac{v_0^2}{2gD} \cong \frac{1.07^2}{2\cdot 9.8\cdot 0.725} \cong 0.081$$

(c) Il tempo di arresto sul tratto D corrisponde all'annullamento della velocità del blocchetto:

$$0 = v_0 - \mu_d\cdot g\cdot \Delta t$$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{v_0}{\mu_d\cdot g} \cong \frac{1.07}{0.081\cdot 9.8} \cong 1.35 s$$

Esercizio 2 – Lo scambio di calore tra i due gas avviene a pressione costante.

(a) La temperatura di equilibrio si calcola uguagliando il calore ceduto dal gas in A al calore ricevuto dal gas in B:

$$n_A\cdot c_{P,A}\cdot\left(T_A - T_{eq}\right) = n_B\cdot c_{P,B}\cdot\left(T_{eq} - T_B\right)$$

$$\rightarrow T_{eq} = \frac{n_A\cdot c_{P,A}\cdot T_A + n_B\cdot c_{P,B}\cdot T_B}{n_A\cdot c_{P,A} + n_B\cdot c_{P,B}} \cong \frac{0.228\cdot\frac{5}{2}R\cdot 321 + 0.150\cdot\frac{7}{2}R\cdot 248}{0.228\cdot\frac{5}{2}R + 0.150\cdot\frac{7}{2}R} \cong 286K$$

(b) La variazione di volume di ciascuno dei gas a pressione costante si può calcolare dalla formula $p_{est}\cdot\Delta V = nR\cdot\Delta T$. Quindi:

$$\Delta T_A \cong 286 - 321 \cong -35K, \Delta T_B \cong 286 - 248 \cong 38K$$

$$\Delta V_A = \frac{n_A R}{p_{est}}\cdot\Delta T_A \cong -\frac{0.228\cdot 8.31}{2.52\cdot 1.01\cdot 10^5}\cdot 35 \cong -2.61\cdot 10^{-4} m^3,$$

$$\Delta V_B = \frac{n_B R}{p_{est}}\cdot\Delta T_B \cong \frac{0.150\cdot 8.31}{2.52\cdot 1.01\cdot 10^5}\cdot 38 \cong 1.86\cdot 10^{-4} m^3$$

(c) La variazione di energia interna del sistema costituito dai due gas si può ottenere dalla relazione caratteristica $\Delta U = n\, c_V\, \Delta T$:

$$\Delta U_A + \Delta U_B = n_A \cdot c_{V,A} \cdot \Delta T_A + n_B \cdot c_{V,B} \cdot \Delta T_B \cong$$
$$\cong -0.228 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31 \cdot 35 + 0.150 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \cdot 38 \cong 18.9J$$

Lo stesso risultato si ottiene dal primo principio della termodinamica, considerando che il sistema costituito dai due gas non scambia calore con l'esterno ma compie lavoro (variazione negativa del volume totale) a pressione costante:

$$\Delta U_{tot} = -L = -p_{est} \cdot (\Delta V_A + \Delta V_B) = -(n_A \cdot R \cdot \Delta T_A + n_B \cdot R \cdot \Delta T_B) \cong$$
$$\cong 8.31 \cdot (0.228 \cdot 35 - 0.150 \cdot 38) \cong 18.9J$$

Sono state usate le formule e i risultati parziali ottenuti in (b).

Esercizio 3 – I fili conduttori e la resistenza, collegati in serie, sono percorsi dalla stessa corrente erogata dal generatore. Con riferimento alla figura, la corrente circola in senso antiorario e i due fili sono percorsi da correnti parallele di verso opposto.

(a) Per calcolare la corrente erogata dal generatore si deve calcolare la resistenza di ciascuno dei fili e quindi la resistenza totale del circuito:

$$R_1 = \rho \frac{L}{S_1} \cong 5.61 \cdot 10^{-7} \frac{1.86}{0.251 \cdot 10^{-6}} \cong 4.16\Omega,$$
$$R_2 = \rho \frac{L}{S_2} \cong 5.61 \cdot 10^{-7} \frac{1.86}{0.120 \cdot 10^{-6}} \cong 8.70\Omega,$$
$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R \cong 4.16 + 8.70 + 12.6 \cong 25.5\Omega$$
$$\rightarrow I_G = \frac{V_0}{R_{tot}} \cong \frac{15.2}{25.5} \cong 0.597A$$

(b) Per il calcolo del campo magnetico si possono considerare i soli contributi dovuti ai fili conduttori di lunghezza L, che a piccola distanza sono assimilabili a fili rettilinei indefiniti. Il campo magnetico nel punto P è uscente dal piano della figura, e risulta dalla somma del campo prodotto dal primo filo (corrente diretta in basso) e del campo prodotto dal secondo filo (corrente diretta in alto), con modulo:

$$B = \frac{\mu_0 I_G}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I_G}{2\pi(D-d)} \cong \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0.597}{2\pi}\left(\frac{1}{2.95 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{3.35 \cdot 10^{-2}}\right) \cong 7.61\mu T$$

(c) La forza magnetica esercitata sul secondo filo è diretta perpendicolarmente ai fili ed è repulsiva (verso destra nel piano della figura), con modulo:

$$F_B = \frac{\mu_0 I_G^2 L}{2\pi D} \cong \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0.597^2 \cdot 1.86}{2\pi \cdot 6.30 \cdot 10^{-2}} \cong 2.10 \cdot 10^{-6} N$$

Anche qui il calcolo è effettuato trascurando contributi dovuti ai piccoli tratti di corrente nella resistenza R e nel generatore.