Soluzioni del 4 novembre 2013

Esercizio 1 – Il corpo è soggetto a due forze verticali, peso e spinta di Archimede, la cui risultante lungo un asse z diretto verso l'alto è $F_z = - Mg + \rho Vg$, dove ρ è la densità dell'acqua. Un litro di acqua ha una massa di 1 kg, quindi $\rho V > M$ e la risultante F_z è diretta verso l'alto. Il moto del corpo è quindi uniformemente accelerato verso l'alto. Con riferimento all'asse verticale z, con origine nella posizione iniziale del corpo si ha: $F_z = (10^3 \cdot 4.72 \cdot 10^{-3} - 2.36) \cdot 9.80 = 23.1$ N, $a_z = F_z / M = 9.79$ m/s^2.

(a) Le equazioni del moto sono: $v_z(t) = v_o + a_z\, t$; $z(t) = v_o\, t + ½\, a_z\, t^2$,
con $v_o = - 6.17$ m/s

Il tratto percorso in discesa è quello dall'origine al punto in cui – al tempo t_1 - il moto momentaneamente si arresta, ovvero $v_z(t_1) = 0$. Dalla prima equazione si ottiene
$t_1 = -Mv_o / F_z$ e quindi

$z_m = z(t_1) = - Mv_o^2 / F_z + ½\, (F_z /M)\, (Mv_o / F_z)^2 = - ½\, (Mv_o^2 / F_z) = - 0.5 \cdot 2.36 \cdot (6.17)^2 / 23.1 = - 1.94$ m, profondità massima rispetto alla posizione iniziale.

(b) La variazione di energia cinetica per l'intero percorso è pari al lavoro della risultante delle forze applicate, che ha proiezione costante sull'asse del moto percorso per tratti uguali in verso opposto, in discesa e in salita. Sul percorso totale questo lavoro è nullo. [Detto in altro modo, le forze attive sono entrambe conservative]. Quindi l'energia cinetica finale è pari a quella iniziale: $K_f = ½\, Mv_o^2 = 0.5 \cdot 2.36 \cdot (6.17)^2 = 44.9$ J.

(c) Il tempo t_s corrispondente al passaggio per l'origine si deriva da:

$z(t_s) = 0 = v_o\, t_s + ½\, (F_z /M)\, t_s^2$. Una soluzione è $t_s = 0$, e corrisponde all'istante iniziale. La soluzione cercata per il tempo del secondo passaggio è $t_s = - 2Mv_o / F = 2 \cdot 2.36 \cdot 6.17 / 23.1 = 1.26$ s.

Esercizio 2 – Il riscaldamento del sistema produce, nell'ordine, la fusione completa del ghiaccio (t_1), il riscaldamento da 0 °C a 100 °C dell'acqua (t_2), l'evaporazione completa dell'acqua, il riscaldamento del vapore acqueo da 100 ° C in su fino al tempo t_3.

(a) Per fondere tutto il ghiaccio occorre un calore pari a $Q_1 = L_F M_2 = 333 \cdot 10^3 \cdot 1.35 = 4.50 \cdot 10^5$ J. Questa energia viene fornita in un tempo $t_1 = Q_1 / P = 4.50 \cdot 10^5 / 825 = 545$ s.

(b) Dopo la fusione del ghiaccio tutta l'acqua deve essere scaldata da 0 °C a 100 °C, assorbendo il calore $Q_2 = (M_1 + M_2)\, C_A \cdot 100 = (4.92 + 1.35) \cdot 4186 \cdot 100 = 2.62 \cdot 10^6$ J. Questa energia viene fornita in un tempo $Q_2 / P = 2.62 \cdot 10^6 / 825 = 3.18 \cdot 10^3$ s.
L'acqua a 100 °C si trasforma in vapore assorbendo il calore $Q_3 = (M_1 + M_2)\, L_V = (4.92 + 1.35) \cdot 2256 \cdot 10^3 = 1.41 \cdot 10^7$ J. La durata del processo di evaporazione è quindi $Q_3 / P = 1.41 \cdot 10^7 / 825 = 1.71 \cdot 10^4$, e termina al tempo $t_2 = 545 + 3.18 \cdot 10^3 + 1.71 \cdot 10^4 = 2.08 \cdot 10^4$ s.

(c) Il successivo riscaldamento del vapore avviene per un tempo $t_3 - t_2 = 2.88 \cdot 10^4 - 2.08 \cdot 10^4 = 8.00 \cdot 10^3$ s, durante il quale assorbe il calore $Q_4 = P(t_3 - t_2) = 825 \cdot 8.00 \cdot 10^3 = 6.60 \cdot 10^6$ J. Il numero di moli di vapore acqueo è $n = (M_1 + M_2) / m = (4.92 + 1.35) / 18.0 \cdot 10^{-3} = 348$, e la capacità termica a volume costante, assimilando il vapore ad un gas ideale triatomico, è $C = 348 \cdot 3\mathrm{R}$, dove $\mathrm{R} = 8.31$ è la costante universale dei gas. $C = 348 \cdot 3 \cdot 8.31 = 8.68 \cdot 10^3$ J/K. La temperatura finale T_f del gas è tale che $Q_4 = C\,(T_f - T_i)$, dove T_i è la temperatura di evaporazione. Quindi $T_f = Q_4 / C + T_i = 6.60 \cdot 10^6 / 8.68 \cdot 10^3 + 373 = 1.13 \cdot 10^3$ K. Per la pressione vale ora $p = n\mathrm{R}T_f / V = 348 \cdot 8.31 \cdot 1.13 \cdot 10^3 / 18.7 = 1.75 \cdot 10^5$ Pa = 1.73 atm.

Esercizio 3 – Le resistenze R_1 e R_2 sono in parallelo, ed equivalgono quindi ad una resistenza $R_4 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 18.4 \cdot 12.7 / (18.4 + 12.7) = 7.51\ \Omega$. Le resistenze R_3 e R_4 sono in serie; in R_3 circola quindi una corrente $I = V / (R_3 + R_4) = 20.5 / (8.21 + 7.51) = 1.30$ A.

(a) La corrente I si divide fra le resistenze R_1 e R_2 (in condizioni stazionarie in C non circola corrente). Ai capi di R_1 la differenza di potenziale vale $V_1 = V - R_3 I = 20.5 - 8.21 \cdot 1.30 = 9.83$ V, e quindi $i_1 = V_1 / R_1 = 9.83 / 18.4 = 0.534$ A.

(b) In R_2 circola la corrente $i_2 = I - i_1 = 1.30 - 0.534 = 0.766$ A. Essendo V_2, la differenza di potenziale ai capi di R_2, uguale a V_1, la potenza dissipata in R_2 vale
$P = V_2\, i_2 = 9.83 \cdot 0.766 = 7.53$ W.

(c) La differenza di potenziale V_C ai capi del condensatore è uguale a quella ai capi di R_3, cioè $V_C = 8.21 \cdot 1.30 = 10.7$ V. L'armatura *A* è carica negativamente, e la sua carica vale $q = - C\, V_C = - 14.6 \cdot 10^{-12} \cdot 10.7 = - 1.56 \cdot 10^{-10}$ C.